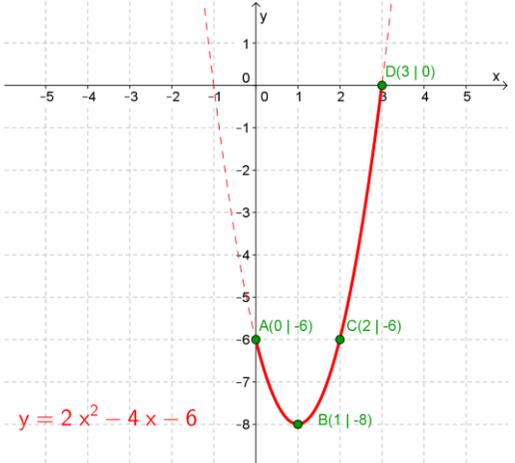
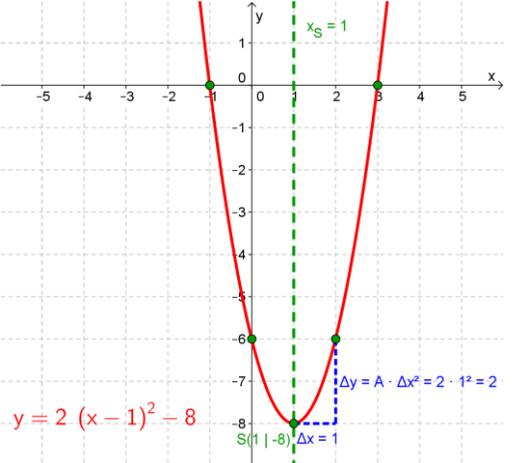
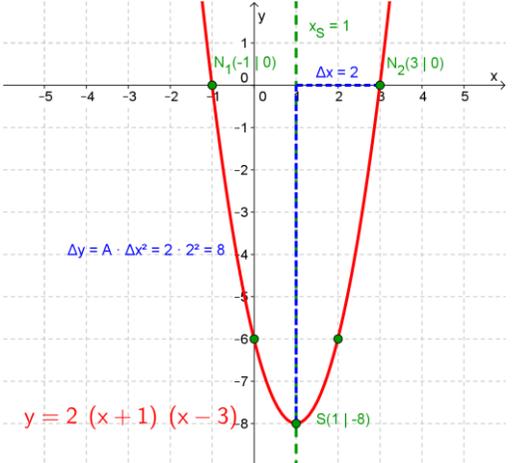
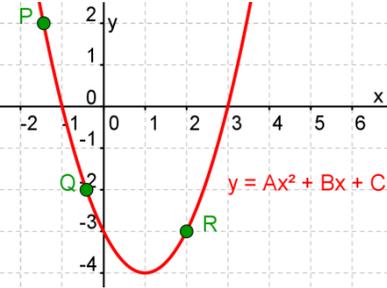
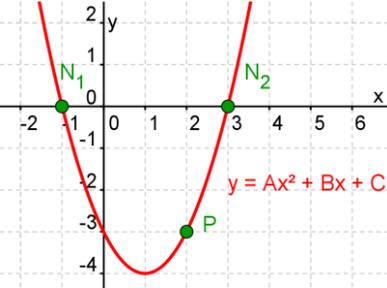
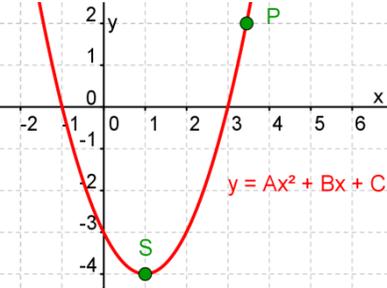


Parabel zeichnen

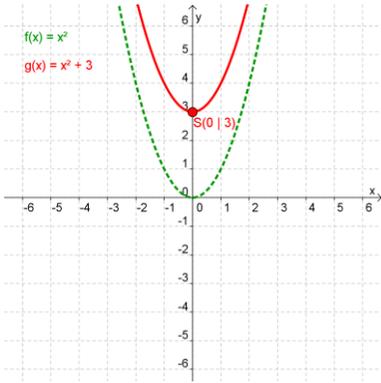
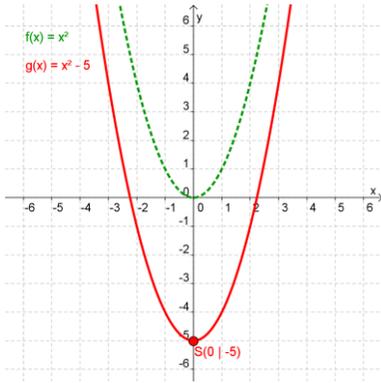
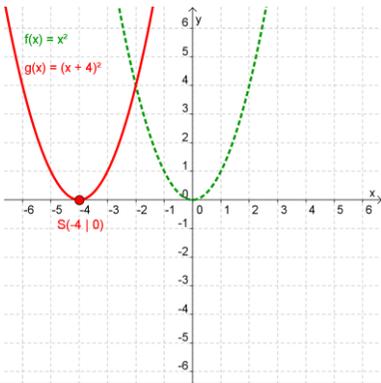
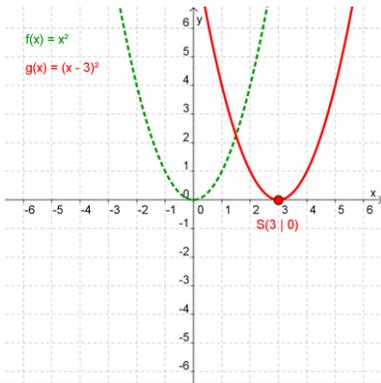
Schritt für Schrittanleitungen unter www.fraengg.ch → Klasse, GeoGebra)

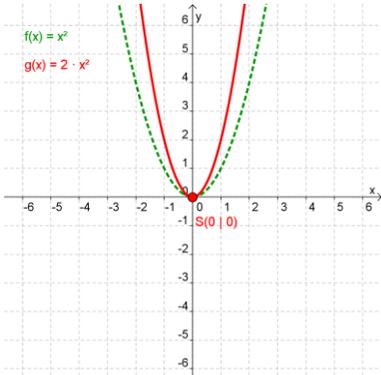
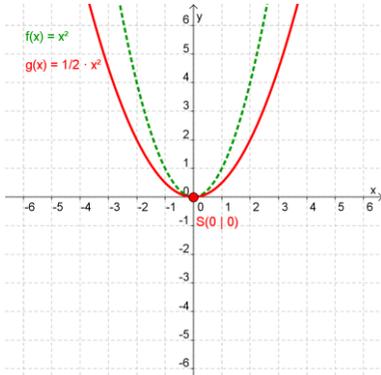
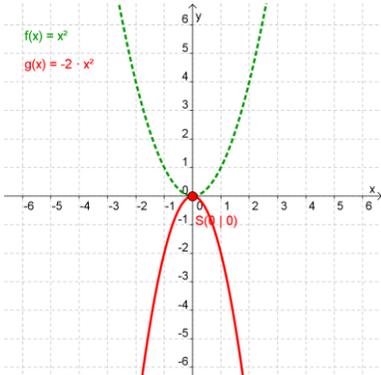
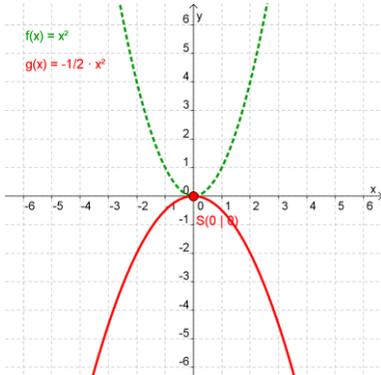
Funktionsgleichung in ABC-Form	Funktionsgleichung in Scheitelform	Funktionsgleichung in Nullstellenform
$y = 2x^2 - 4x - 6$	$y = 2x^2 - 4x - 6$ $y = 2(x^2 - 2x - 3)$ 2 ausklammern $y = 2\left(\underbrace{x^2 - 2x + 1}_{\text{Binom}} - 1 - 3\right)$ quadr. ergänzen $y = 2[(x-1)^2 - 4]$ Binom bilden $y = 2(x-1)^2 - 8$ $S(1 -8), A = 2$	$y = 2x^2 - 4x - 6 = 0 \quad :2$ $x^2 - 2x - 3 = 0$ faktorisieren od. Formel $(x+1)(x-3) = 0 \quad \rightarrow x_1 = -1 \quad \vee \quad x_2 = 3$ $y = 2(x+1)(x-3) \quad N_1(-1 0), N_2(3 0), A = 2$
<p>mit Wertetabelle zeichnen</p> $y(0) = 2 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 - 6 = -6$ $y(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 - 6 = -8$ $y(2) = 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 6 = -6$ <p style="text-align: center;">usw.</p>	<p>mit Scheitel S und Streckfaktor A zeichnen</p>	<p>mit Nullstellen und Streckfaktor A zeichnen</p>
 <p>$y = 2x^2 - 4x - 6$</p>	 <p>$y = 2(x-1)^2 - 8$</p>	 <p>$y = 2(x+1)(x-3)$</p>
<p>Vorteil: funktioniert immer Nachteil: aufwendig</p>	<p>Vorteil: funktioniert immer Nachteil: Scheitelform muss hergeleitet werden</p>	<p>Vorteil: schnell, falls Faktorzerlegung funktioniert Nachteil: funktioniert nicht wenn Nullstellen fehlen!</p>

Funktionsgleichung aus Punkten berechnen

gegeben	gesucht: $y = Ax^2 + Bx + C$	Ansatz	Vorgehen/Bemerkungen
<p>drei Punkte $P(x; y)$, $Q(x; y)$ und $R(x; y)$</p>		$y = Ax^2 + Bx + C$	<p>Die x- bzw. y-Koordinaten jedes Punktes in die Funktionsgleichung $y = Ax^2 + Bx + C$ einsetzen. Es entsteht ein Gleichungssystem mit drei Unbekannten. Die Auflösung des Gleichungssystems liefert als Ergebnis die Parameter A, B und C.</p>
<p>die Nullstellen x_1 bzw. x_2 und $P(x; y)$</p>		$y = A \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$	<p>Die Nullstellen x_1 bzw. x_2 und die Koordinaten des Punktes P in die Funktionsgleichung $y = A \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ einsetzen. Die Auflösung liefert den Parameter A. Danach den Parameter A und die Nullstellen in die Funktionsgleichung $y = A \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ einsetzen und den Term ausmultiplizieren.</p>
<p>Scheitel $S(x_s; y_s)$ und $P(x; y)$</p>		$y = A \cdot (x - x_s)^2 + y_s$	<p>Die Koordinaten des Scheitels x_s bzw. y_s und die Koordinaten des Punktes P in die Funktionsgleichung $y = A \cdot (x - x_s)^2 + y_s$ einsetzen. Die Auflösung liefert den Parameter A. Danach den Parameter A und die Koordinaten des Scheitels in die Funktionsgleichung $y = A \cdot (x - x_s)^2 + y_s$ einsetzen, den Term ausmultiplizieren und zusammenfassen.</p>

Transformation von Funktionen (siehe Frommenwiler auf den Seiten 163 und 164)

Transformationsregel	Graph (Beispiele)	Bemerkungen
$f(x) = x^2$ $g(x) = f(x) + C$	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>$C = 3$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>$C = -5$</p>  </div> </div>	<p>Verschiebung um C in y-Richtung $C > 0 \rightarrow$ Verschiebung nach oben $C < 0 \rightarrow$ Verschiebung nach unten</p> <p>Tipp: Kontrolle mit Nullstelle!</p>
$f(x) = x^2$ $g(x) = f(x - x_S)$	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>$-x_S = 4 \rightarrow x_S = -4$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>$-x_S = -3 \rightarrow x_S = 3$</p>  </div> </div>	<p>Achtung! x_S wird zuerst im Argument addiert, erst danach wird quadriert!</p> <p>Verschiebung um x_S in x-Richtung $x_S > 0 \rightarrow$ Verschiebung nach rechts $x_S < 0 \rightarrow$ Verschiebung nach links</p> <p>Tipp: Kontrolle mit Nullstelle!</p>

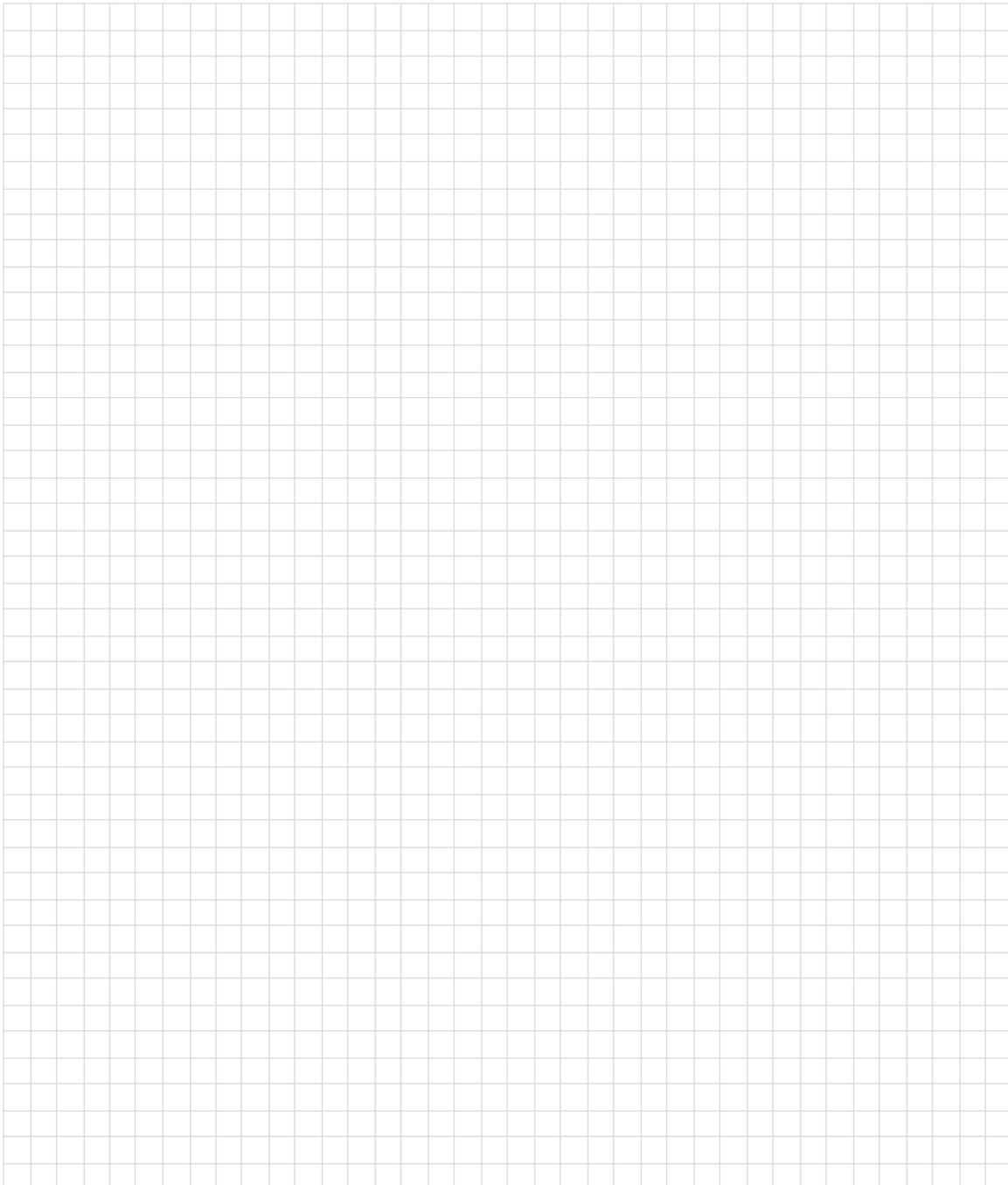
Transformationsregel	Graph (Beispiele)	Bemerkung
$f(x) = x^2$ $g(x) = A \cdot f(x)$	<div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%; text-align: center;"> <p>$A = 2$</p>  </div> <div style="width: 50%; text-align: center;"> <p>$A = 1/2$</p>  </div> <div style="width: 50%; text-align: center;"> <p>$A = -2$</p>  </div> <div style="width: 50%; text-align: center;"> <p>$A = -1/2$</p>  </div> </div>	<p>Streckung/ Stauchung um A in y-Richtung $A > 1 \rightarrow$ Streckung $0 < A < 1 \rightarrow$ Stauchung</p> <p>$A < -1 \rightarrow$ Streckung/Spiegelung $-1 < A < 0 \rightarrow$ Stauchung/Spiegelung</p>

Wichtig: Die Transformationsregeln lassen sich auf alle Funktionen übertragen!

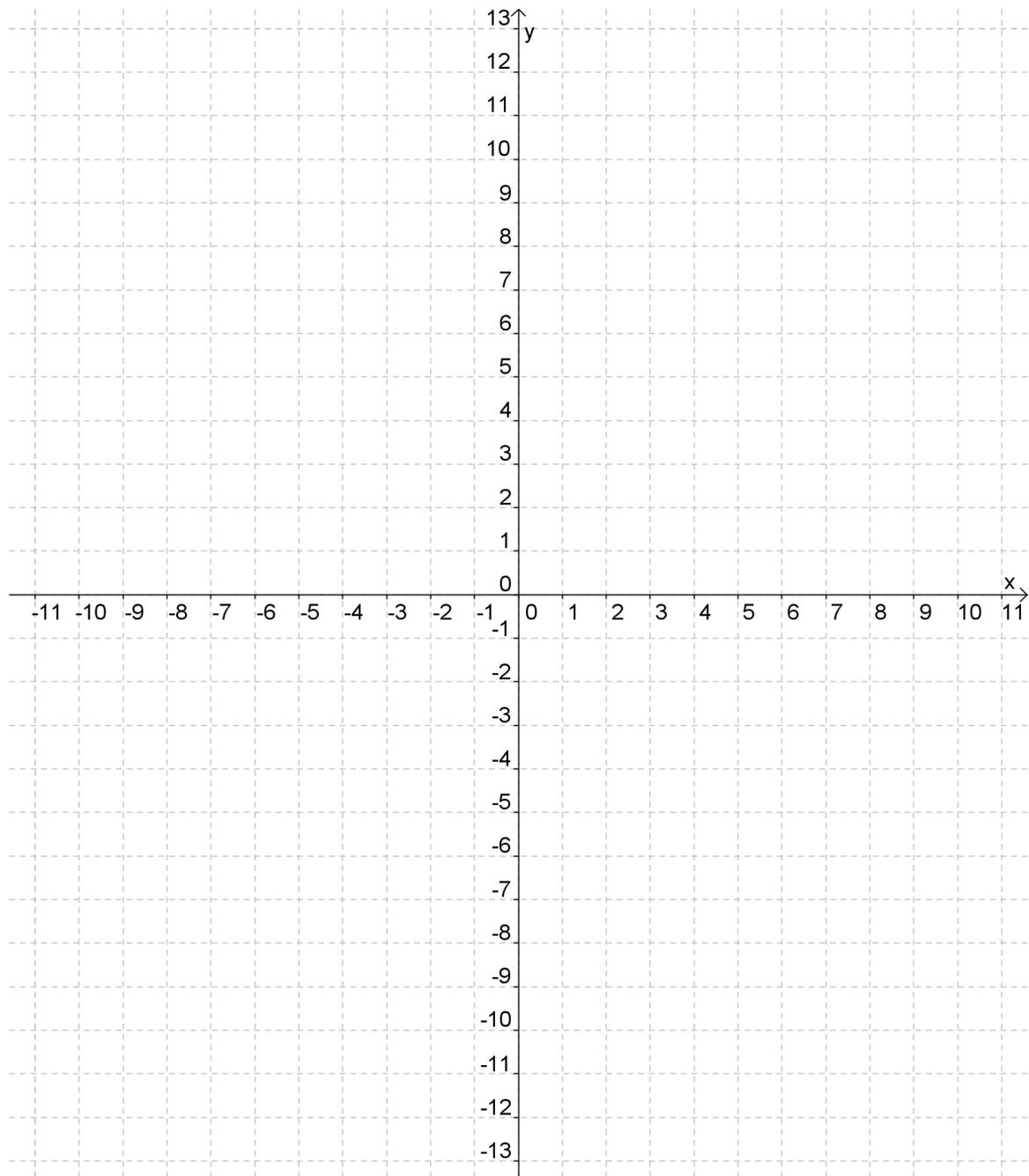
15 Quadratische Funktionen (Übungen)

15.1 Scheitelform bestimmen (über die Nullstellen)

1. Gegeben sind folgende Funktionen: $y_1 = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$ und $y_2 = \frac{1}{2}x + 1$
- Berechnen Sie die Nullstellen der beiden Funktionen.
 - Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel.
 - Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen.
 - Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen in das Koordinatensystem ein.



Koordinatensystem für Aufgabe 1:



15.2 Scheitelform einer Parabel ist durch drei Punkte bestimmt (A , x_s und y_s)

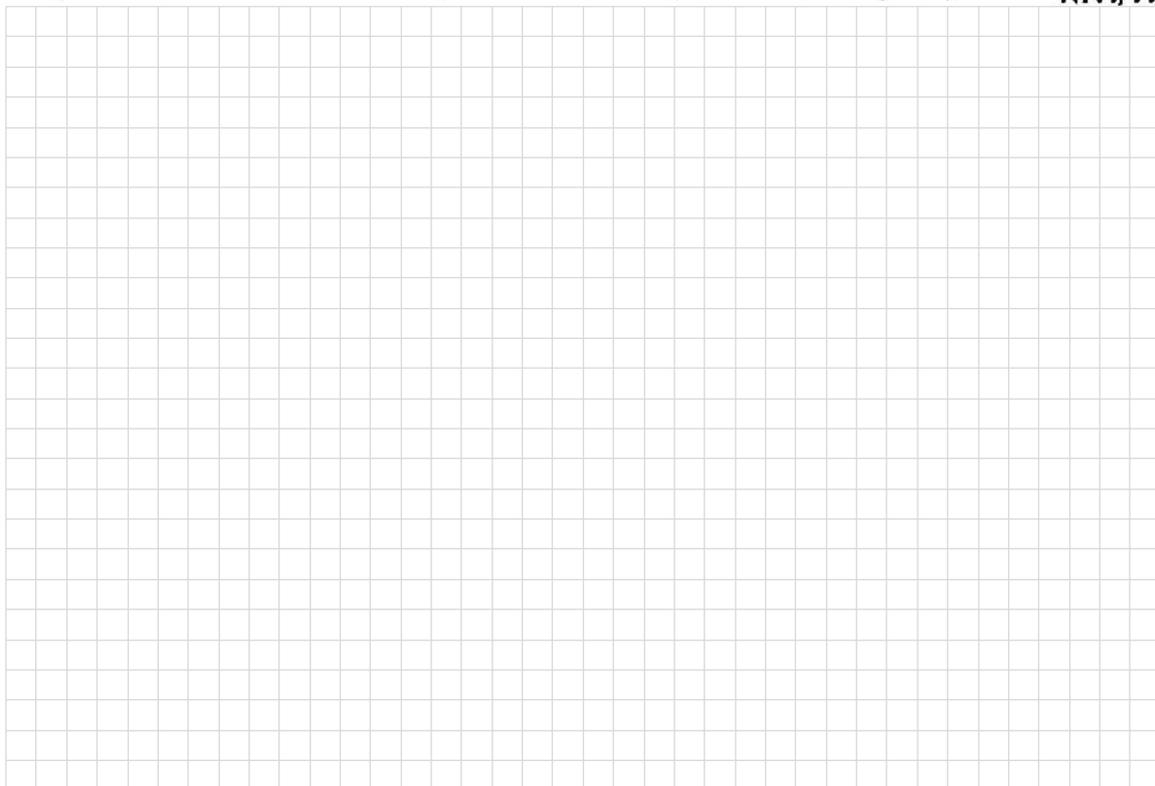
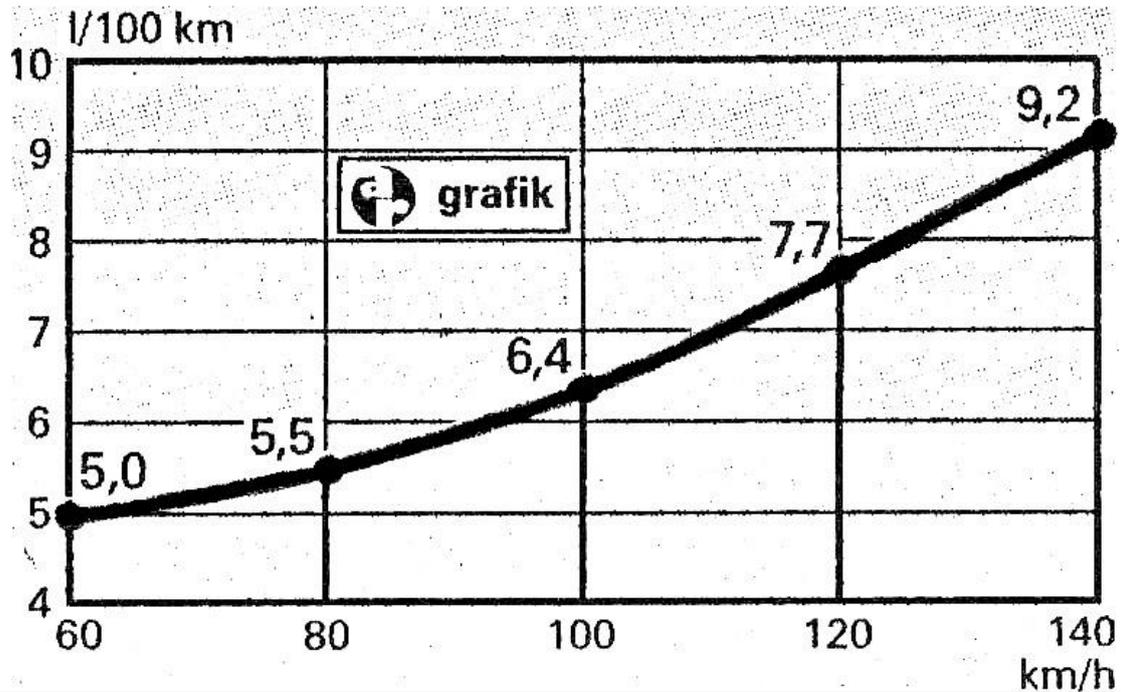
2. Berechnen Sie x_s und y_s so, dass der Graph von $y = (x - x_s)^2 + y_s$ durch die Punkte $P(-3 | 5)$ und $Q(5 | 5)$ geht.

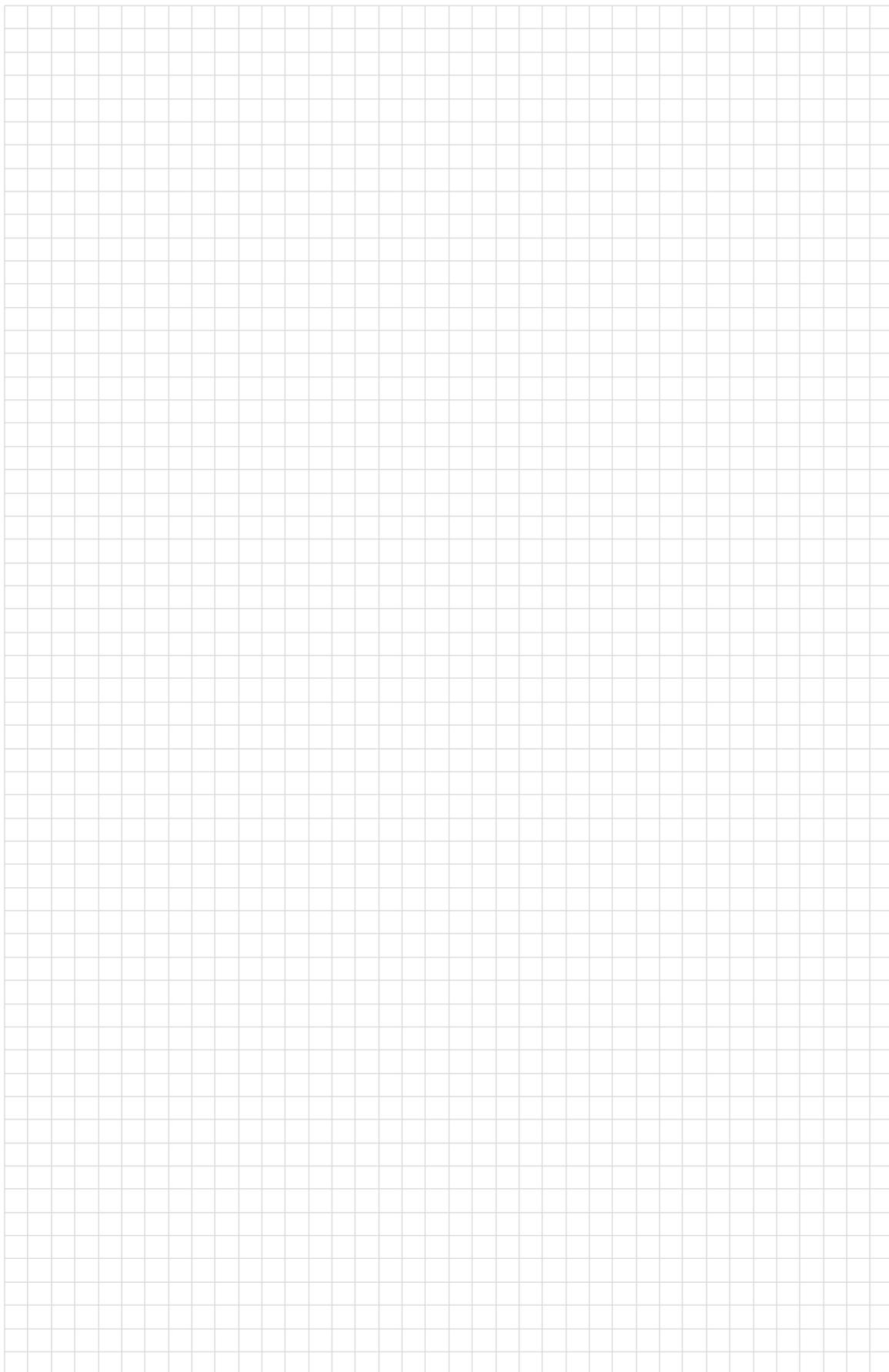
Variante 1 mit Gleichungssystem, P bzw. Q in Scheitelform einsetzen:

Variante 2 mit Ausnutzung der Symmetrie $P(y) = Q(y)$:

15.3 Eine Parabel ist durch 3 Punkte bestimmt (A, B und C)

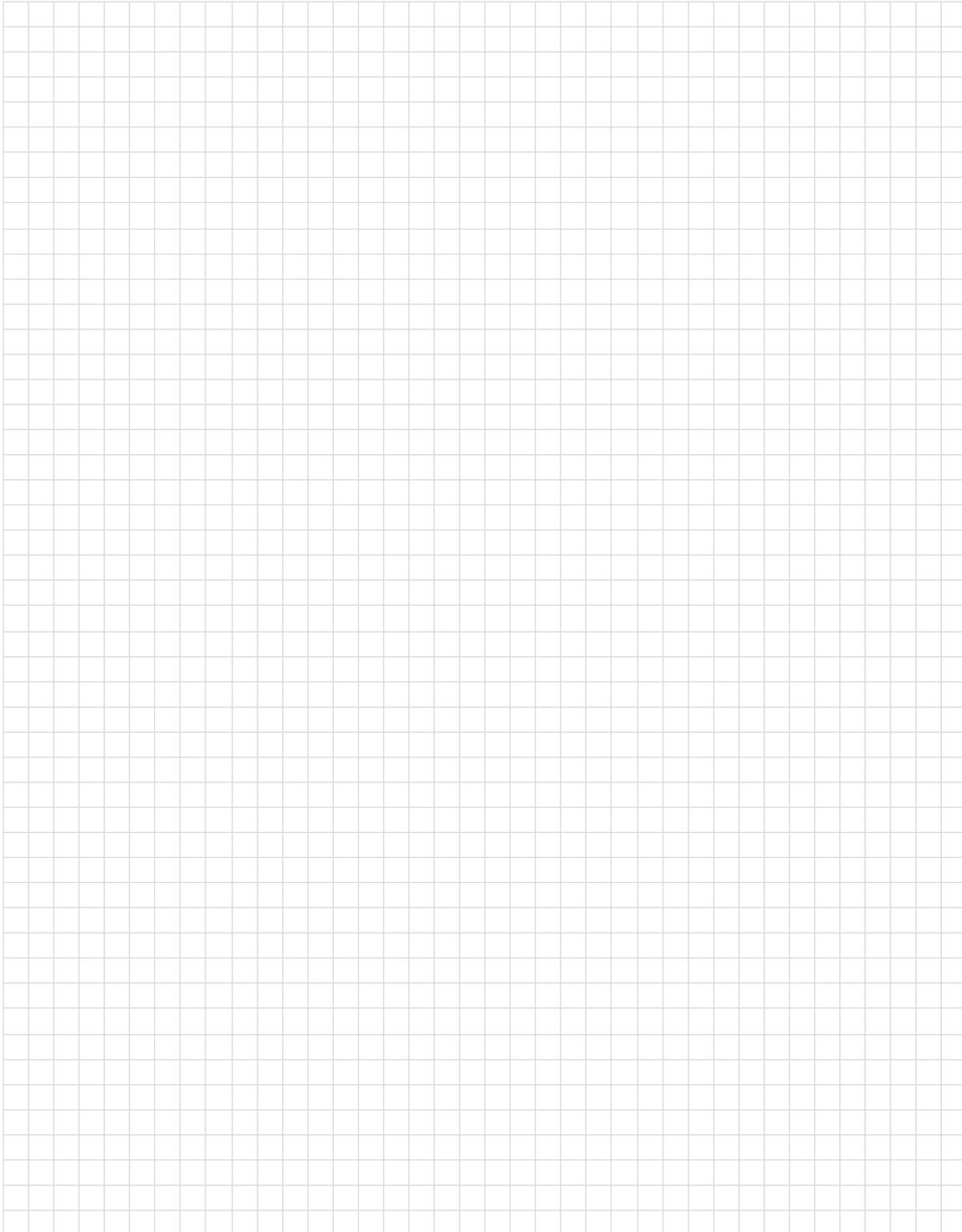
3. Gemäss einem Testbericht in der Automobil Revue zeigt der Personenwagen Nissan Primera die untenstehende Abhängigkeit des Benzinverbrauches y von der Geschwindigkeit x . Die fünf Messungen ergeben einen Graphen, der dem Ausschnitt aus einer Parabel ähnlich sieht. Verwenden Sie die Punkte $P_1(60;5)$, $P_2(100;6.4)$, $P_3(140;9.2)$ und bestimmen Sie die Funktionsgleichung $y = Ax^2 + Bx + C$ der Parabel, welche durch diese drei Punkte verläuft.



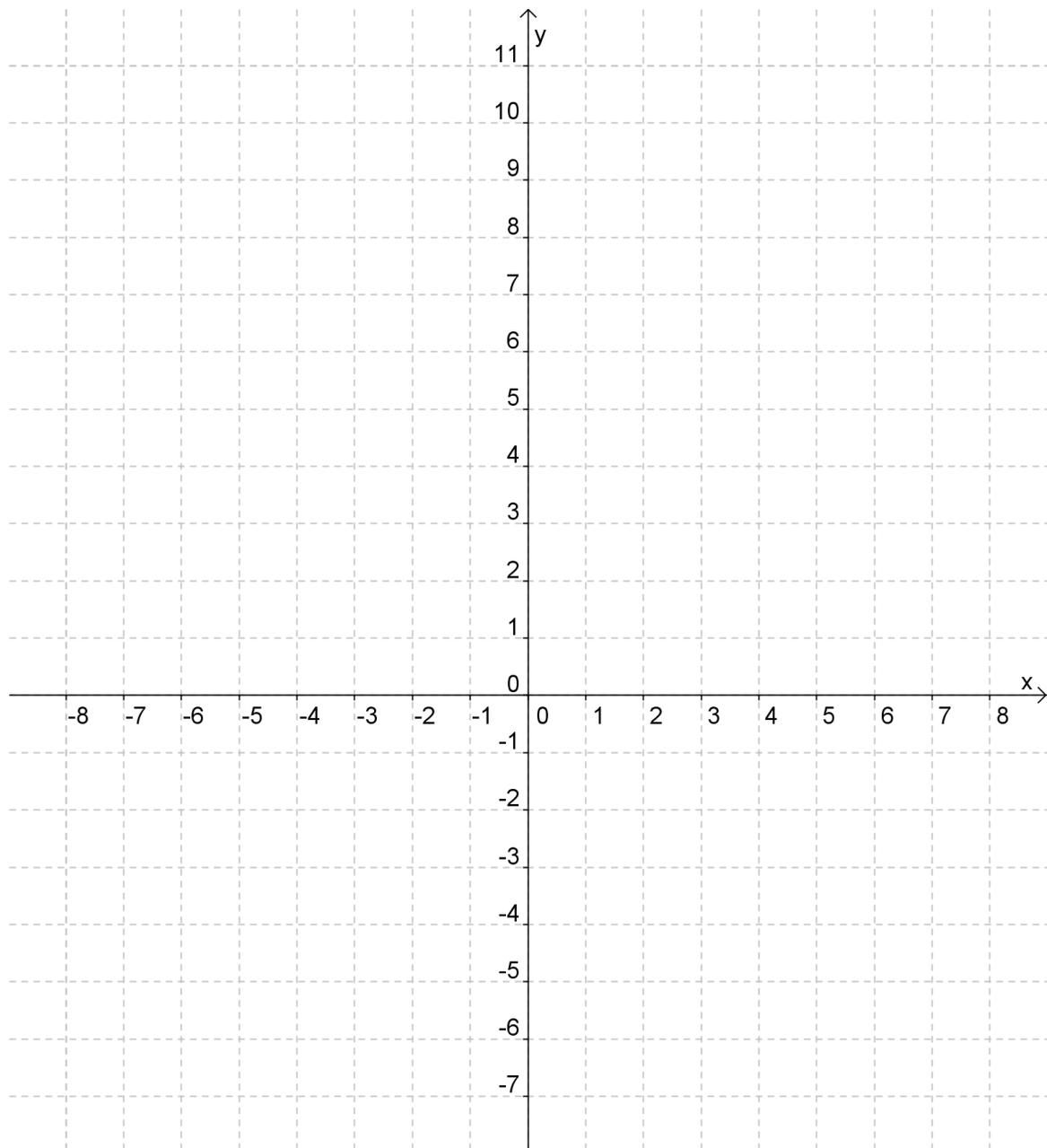


15.4 Schnittpunkte von Funktionen

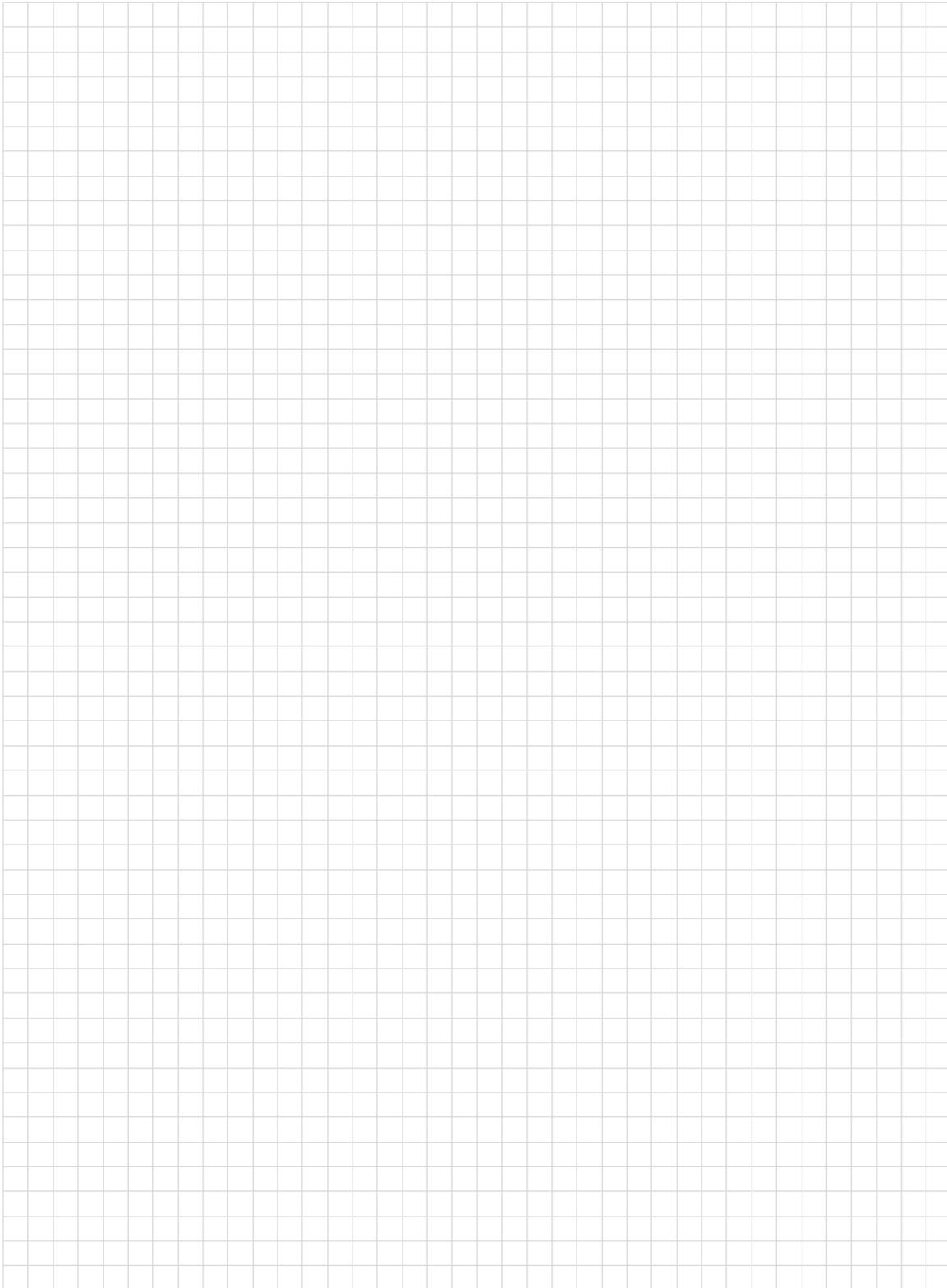
4. Gegeben sind die Parabel $y = -x^2 + 4x + 5$ und die Gerade $y = 2x + 1$. Bestimmen Sie:
- den Scheitelpunkt S der Parabel.
 - die Schnittpunkte A und B der Parabel mit der Geraden.
 - den y-Achsenabschnitt b der Geraden $y = 2x + b$ so, dass die Gerade die Parabel berührt. Wie heißen die Koordinaten des Berührungspunktes C?
 - Zeichnen Sie die Graphen in das folgende Koordinatensystem ein.



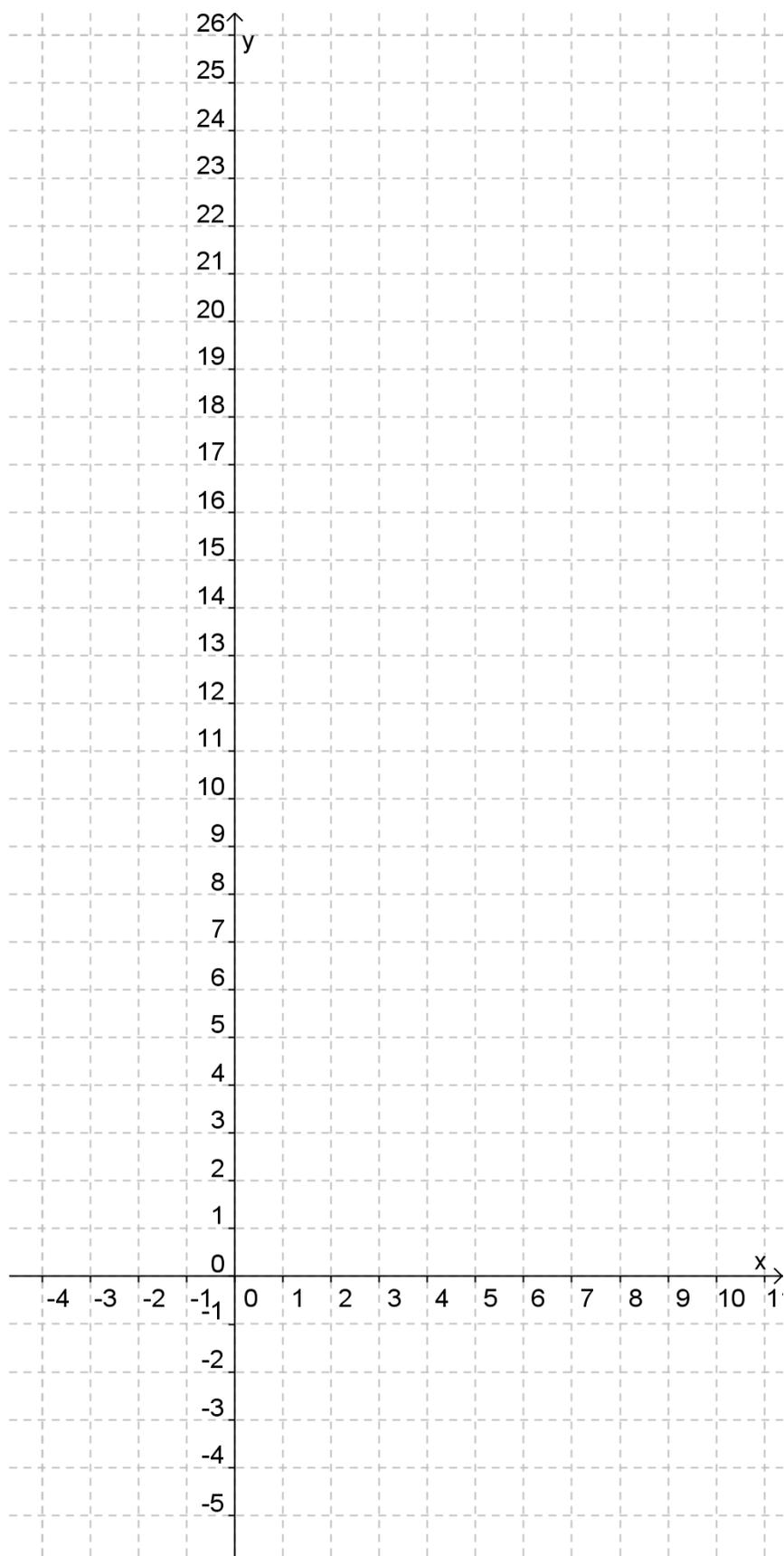
Koordinatensystem für Aufgabe 4:



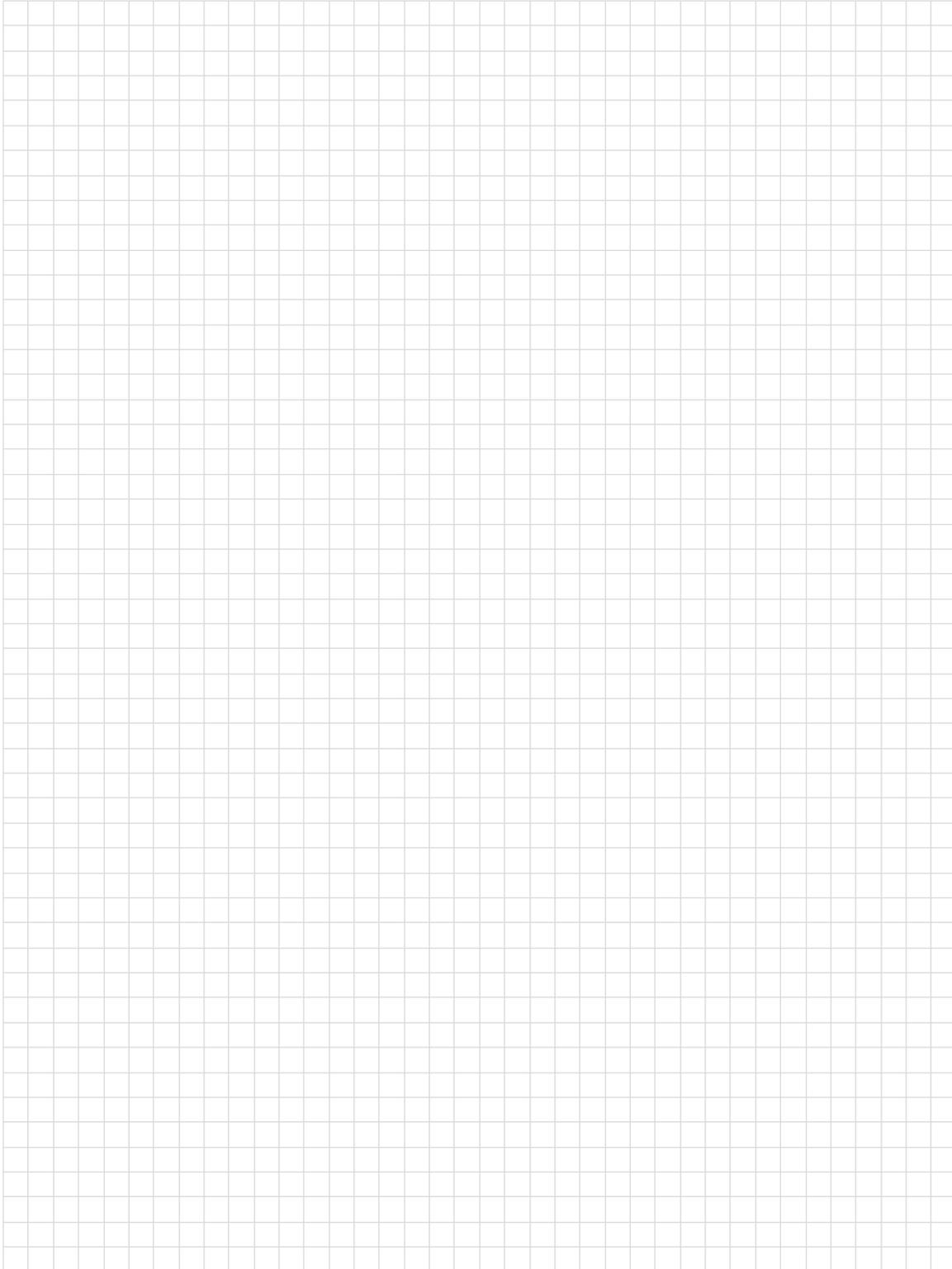
5. Eine Parabel geht durch den Ursprung des Koordinatensystems. Der zweite Schnittpunkt der Parabel mit der x-Achse, sowie der Scheitelpunkt liegen auf der Geraden $y = -3x + 24$.
- Berechnen Sie die 2. Nullstelle und die Koordinaten des Scheitels der Parabel.
 - Wie heisst die Funktionsgleichung der Parabel?
 - Stellen Sie die Gerade und die Parabel graphisch dar (K-System auf nächster Seite).

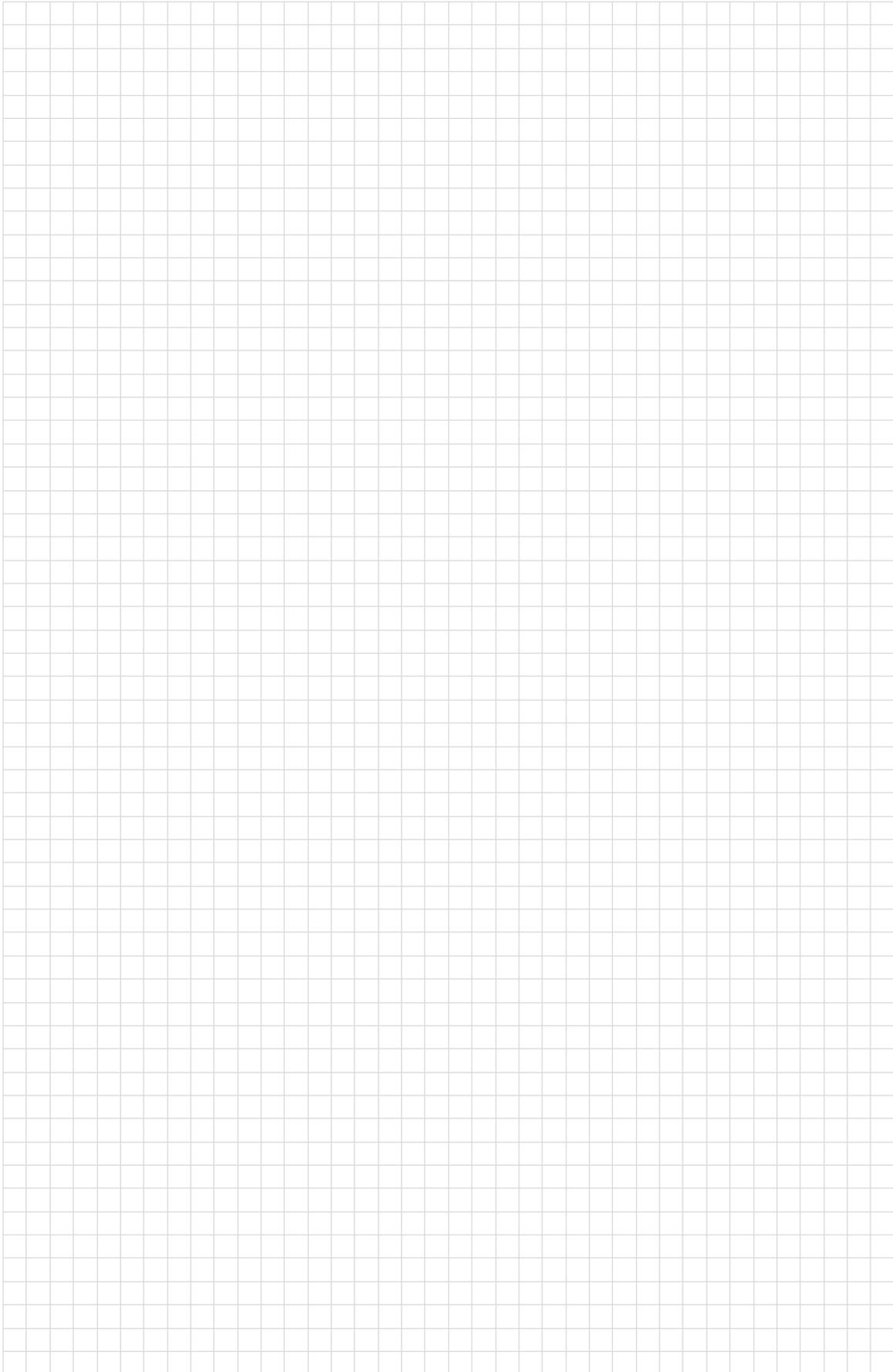


Koordinatensystem für Aufgabe 5:



6. Die quadratische Funktion $y = Ax^2 + Bx + 3$ ($x, A, B \in \mathbf{R}$) besitzt den Scheitelpunkt $S(1; y_s)$ und es gilt $y(4) = -5$.
- Berechnen Sie A , B und y_s . Bestimmen Sie anschliessend die Nullstellen und skizzieren Sie den Graphen (K-System folgt auf den nächsten Seiten).
 - Wie lautet die Gleichung der Geraden, welche durch den Scheitelpunkt S und die grössere der beiden Nullstellen geht?





Koordinatensystem für Aufgabe 6:

