8 Logarithmieren

8.13 Übungen Frommenwiler

359. a) $3^x = 2^{x+1}$ $\quad |\ln \quad D = \mathbb{R}$

$$\ln\left(3^x\right) = \ln\left(2^{x+1}\right) \qquad |\text{Potenzregel}$$
$$x \cdot \ln 3 = (x+1) \cdot \ln 2 \qquad |\text{TU}$$
$$x \cdot \ln 3 = x \cdot \ln 2 + \ln 2 \qquad |-x \cdot \ln 2$$
$$x \cdot \ln 3 - x \cdot \ln 2 = \ln 2 \qquad |x \text{ ausklammern}$$
$$x \cdot (\ln 3 - \ln 2) = \ln 2 \qquad |:(\ln 3 - \ln 2)$$
$$x = \frac{\ln 2}{\ln 3 - \ln 2} = \underline{1.7095} \qquad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{1.7095\}}}$$

c) $6^{\sqrt{y}} = 3^y$ $\quad |\ln \quad D = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

$$\ln\left(6^{\sqrt{y}}\right) = \ln\left(3^y\right) \qquad |\text{Potenzregel}$$
$$\sqrt{y} \cdot \ln 6 = y \cdot \ln 3 \qquad |-\sqrt{y} \cdot \ln 6$$
$$0 = y \cdot \ln 3 - \sqrt{y} \cdot \ln 6 \qquad |\sqrt{y} \text{ ausklammern}$$
$$0 = \sqrt{y} \cdot \left(\sqrt{y} \cdot \ln 3 - \ln 6\right) \qquad |2 \text{ Lösungen}$$
$$\sqrt{y_1} = 0$$
$$y_1 = \underline{0} \qquad \text{Kontrolle } \underbrace{6^{\sqrt{0}}}_{1} = \underbrace{3^0}_{1}$$

$$\sqrt{y_2} \cdot \ln 3 - \ln 6 = 0$$
$$\sqrt{y_2} \cdot \ln 3 = \ln 6$$
$$y_2 = \left(\frac{\ln 6}{\ln 3}\right)^2 = \underline{2.6599} \qquad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{0; 2.6599\}}}$$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3m-1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{2-m}$ $\quad |TU \quad D = \mathbb{R}$

$$\left[\left(5^{-1}\right)^3\right]^m \cdot \left(5^{-1}\right)^{-1} = \left(7^{-1}\right)^2 \cdot \left(7^{-1}\right)^{-m}$$

$$\frac{\left(5^{-3}\right)^m}{\left(7^{-1}\right)^{-m}} = \frac{7^{-2}}{5}$$

$$\left(5^{-3}\right)^m \cdot \left(7^{-1}\right)^m = \frac{1}{7^2 \cdot 5}$$

$$\left(\frac{1}{5^3 \cdot 7}\right)^m = \frac{1}{7^2 \cdot 5} \quad |\ln$$

$$m \cdot \ln\underbrace{\left(\frac{1}{875}\right)}_{875^{-1}} = \ln\underbrace{\left(\frac{1}{245}\right)}_{245^{-1}}$$

$$-m \cdot \ln 875 = -\ln 245$$

$$m = \frac{-\ln 245}{-\ln 875} = \frac{\ln 245}{\ln 875} = \underline{0.8121} \quad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{0.8121\}}}$$

f) $e^{2t} = 2^{t+e}$ $\quad |\ln \quad D = \mathbb{R}$

$$\ln\left(e^{2t}\right) = \ln\left(2^{t+e}\right) \quad |\text{Potenzregel}$$

$$2t \cdot \underbrace{\ln(e)}_{1} = (t+e) \cdot \ln 2 \quad |TU$$

$$2t = t \cdot \ln 2 + e \cdot \ln 2 \quad |-t \cdot \ln 2$$

$$2t - t \cdot \ln 2 = e \cdot \ln 2 \quad |\text{t ausklammern}$$

$$t \cdot (2 - \ln 2) = e \cdot \ln 2 \quad |:(2 - \ln 2)$$

$$t = \frac{e \cdot \ln 2}{2 - \ln 2} = \underline{1.4418} \quad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{1.4418\}}}$$

360. a) $2 \cdot 3^{y+1} = 10^{y}$ $\qquad D = \mathbb{R}$

$2 \cdot 3 \cdot 3^{y} = 10^{y} \qquad |: 3^{y}$

$6 = \left(\frac{10}{3}\right)^{y} \qquad |\ln$

$\ln 6 = y \cdot \ln\left(\frac{10}{3}\right) \qquad |: \ln\left(\frac{10}{3}\right)$

$y = \frac{\ln 6}{\ln\left(\frac{10}{3}\right)} = \frac{\ln 6}{\ln 10 - \ln 3} = \underline{1.4882} \qquad |\text{Kontrolle mit TR}$

$L = \underline{\underline{\{1.4882\}}}$

b) $5^{u+1} = 4^{u} \cdot 6^{2u}$ $\qquad D = \mathbb{R}$

$5^{u} \cdot 5 = 4^{u} \cdot \left(6^{2}\right)^{u} \qquad |: 5^{u}$

$5 = \left(\frac{4 \cdot 6^{2}}{5}\right)^{u} \qquad |\ln$

$\ln 5 = u \cdot \ln\left(\frac{144}{5}\right) \qquad |: \ln\left(\frac{144}{5}\right)$

$u = \frac{\ln 5}{\ln\left(\frac{144}{5}\right)} = \frac{\ln 5}{\ln 144 - \ln 5} = \underline{0.4789} \qquad |\text{Kontrolle mit TR}$

$L = \underline{\underline{\{0.4789\}}}$

c) $5^{2k+1} = 10 \cdot 4^{2k-1}$ $\qquad D = \mathbb{R}$

$5^{2k} \cdot 5 = 10 \cdot 4^{2k} \cdot 4^{-1} \qquad |\text{alle Terme mit k auf eine Seite}$

$\left(\frac{5}{4}\right)^{2k} = \frac{10 \cdot 4^{-1}}{5} = \frac{10}{5 \cdot 4} = \frac{1}{2} = 2^{-1} \qquad |\ln$

$\ln\left(\frac{5}{4}\right)^{2k} = \ln\left(2^{-1}\right) \qquad |\text{Potenzregel}$

$2k \cdot \ln\left(\frac{5}{4}\right) = -\ln 2 \qquad |\text{k isolieren}$

$$k = \frac{-\ln 2}{2 \cdot \ln\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\ln 2}{-2 \cdot \ln\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \underline{-1.5531}$$ Kontrolle mit TR

$$L = \underline{\underline{\{-1.5531\}}}$$

d) $12^x + 4 \cdot 3^{4-x} = 0$ $\quad |-12^x$ $\quad D = \mathbb{R}$

$4 \cdot 3^{4-x} = -12^x$ $\quad |\ln$

$$\ln\left(4 \cdot 3^{4-x}\right) = \ln \underbrace{\left(-12^x\right)}_{\substack{\text{negativer Numerus} \\ \text{ist nicht definiert} \\ e^{\text{Zahl}} \neq -12^x}}$$

$$L = \underline{\underline{\{\ \}}}$$

361. a) $2^{x+1} = \underbrace{3^x + 3^{x-1}}_{\substack{\text{Summe in} \\ \text{Produkt umformen}}}$ $\quad |3^x$ ausklammern $\quad D = \mathbb{R}$

$2^x \cdot 2 = 3^x \underbrace{\left(1 + 3^{-1}\right)}_{\frac{2}{3}}$ $\quad |x$ isolieren

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^1$ $\quad |$gleiche Basis $\rightarrow$ Exponenten auch gleich

$x = \underline{1}$ $\quad |$Kontrolle mit TR

$$L = \underline{\underline{\{1\}}}$$

b) $6^t \underbrace{+7^t = 7^{t+2}}_{\substack{\text{gleiche Basis} \\ \text{ausnutzen} \rightarrow \text{Produkt}}}$ $\quad |-7^t$ $\quad D = \mathbb{R}$

$6^t = 7^{t+2} - 7^t = 7^t \cdot \underbrace{\left(7^2 - 1\right)}_{48}$ $\quad |:\left(7^2 - 1\right)$

$\left(\frac{6}{7}\right)^t = 48$ $\quad |\ln$

$$\ln\left(\frac{6}{7}\right)^t = \ln 48 \qquad |\text{Potenzregel}$$

$$t\cdot\ln\left(\frac{6}{7}\right) = \ln 48 \qquad \left|:\ln\left(\frac{6}{7}\right)\right.$$

$$t = \frac{\ln 48}{\ln\left(\frac{6}{7}\right)} = \frac{\ln 48}{\ln 6 - \ln 7} = \underline{-25.1131} \qquad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{-25.1131\}}}$$

c) $$\underbrace{3^{n+3} - 5^{n+2} = 3^n - 5^{n+3}}_{\substack{\text{gleiche Basis} \\ \text{ausnutzen} \to \text{Produkt}}} \qquad |\text{TU} \qquad D = \mathbb{R}$$

$$3^{n+3} - 3^n = 5^{n+2} - 5^{n+3} \qquad |\text{faktorisieren}$$

$$3^n\cdot\left(3^3 - 1\right) = 5^n\cdot\left(5^2 - 5^3\right) \qquad |:5^n \qquad |:\left(3^3-1\right)$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^n = \frac{5^2 - 5^3}{3^3 - 1} = \frac{-100}{26} = -\frac{50}{13} \qquad |\ln$$

$$n\cdot\ln\left(\frac{3}{5}\right) = \underbrace{\ln\left(-\frac{50}{13}\right)}_{\substack{\text{negativer Numerus} \\ \text{ist nicht definiert} \\ e^{\text{Zahl}} \neq -\frac{50}{13}}}$$

$$L = \underline{\underline{\{\ \}}}$$

d) $$2\cdot 5^{p-2} + 2^p = 12\cdot 5^{p-3} + 3\cdot 2^{p-3} \qquad |\text{ordnen} \qquad D = \mathbb{R}$$

$$2^p - 3\cdot 2^{p-3} = 12\cdot 5^{p-3} - 2\cdot 5^{p-2} \qquad |\text{faktorisieren}$$

$$2^p\cdot\underbrace{\left(1 - 3\cdot 2^{-3}\right)}_{\frac{5}{8}} = 5^p\cdot\underbrace{\left(12\cdot 5^{-3} - 2\cdot 5^{-2}\right)}_{\frac{2}{125}} \qquad |:5^p \qquad \left|:\frac{5}{8}\right.$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^p = \frac{2}{125}\cdot\frac{8}{5} = \frac{2\cdot 2^3}{5^3\cdot 5} = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \qquad |\text{Exponenten gleichsetzen}$$

$$p = \underline{4} \qquad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{4\}}}$$

362. b) $3^{2t+1} = 50 + 3^{2t-1}$ $\quad$ |ordnen $\quad$ $D = \mathbb{R}$

$$3^{2t+1} - 3^{2t-1} = 50 \quad |\text{faktorisieren}$$

$$3^{2t} \cdot \underbrace{\left(3 - 3^{-1}\right)}_{\frac{8}{3}} = 50 \quad \left|: \frac{8}{3}\right.$$

$$\left(3^2\right)^t = \frac{50 \cdot 3}{8} = \frac{75}{4} \quad |\ln$$

$$t \cdot \ln 9 = \ln\left(\frac{75}{4}\right) \quad |:\ln 9$$

$$t = \underline{\frac{\ln\left(\frac{75}{4}\right)}{\ln 9}} = \underline{\frac{\ln 75 - \ln 4}{\ln 9}} = \underline{1.3340} \quad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{1.3340\}}}$$

c) $\underbrace{e^x + e^{x+1} + e^{x+2}}_{\substack{\text{gleiche Basis} \\ \text{ausnutzen} \to \text{Produkt}}} = 1$ $\quad$ |faktorisieren $\quad$ $D = \mathbb{R}$

$$e^x \cdot \left(1 + e^1 + e^2\right) = 1 \quad \left|:\left(1 + e^1 + e^2\right)\right.$$

$$e^x = \frac{1}{1 + e^1 + e^2} = \left(1 + e^1 + e^2\right)^{-1} \quad |\ln$$

$$x \cdot \underbrace{\ln e}_{1} = \underline{-\ln\left(1 + e^1 + e^2\right)} = \underline{-2.4076} \quad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{-2.4076\}}}$$

d) $2 \cdot 7^{y+2} - 3 \cdot 7^y + 5 \cdot 7^{y+1} = 13$ $\quad$ |ordnen $\quad$ $D = \mathbb{R}$

$$7^y \cdot \left(2 \cdot 7^2 - 3 + 5 \cdot 7\right) = 13$$

$$7^y = \frac{13}{2 \cdot 7^2 - 3 + 5 \cdot 7} = \frac{13}{130} = \frac{1}{10} \quad |\lg$$

$$y \cdot \lg 7 = \underbrace{\lg 10^{-1}}_{-1}$$

$$y = \frac{-1}{\lg 7} = \underline{-1.18} \quad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{-1.18\}}}$$

363. a) $3^x + 3^{2x} = 20$ |sei $u = 3^x$ $D = \mathbb{R}$

$3^x + \left(3^x\right)^2 - 20 = 0$ |Substitution

$u^2 + u - 20 = 0$ |faktorisieren

$(u+5)\cdot(u-4) = 0$ $u_1 = -5 \quad \vee \quad u_2 = 4$

Rücksubstitution:

mit u_1: $-5 = 3^x$ unmöglich, da 3 positiv ist!

mit u_2: $4 = 3^x$

$\ln 4 = x \cdot \ln 3$

$x = \dfrac{\ln 4}{\ln 3} = \underline{1.2619}$ |Kontrolle mit TR

$L = \underline{\underline{\{1.2619\}}}$

c) $4^v - 2^{v+4} = 60$ $D = \mathbb{R}$

$\left(2^2\right)^v - 2^v \cdot \underbrace{2^4}_{16} = 60$

$\left(2^v\right)^2 - 16 \cdot 2^v - 60 = 0$ |sei $u = 2^v$

$u^2 - 16u - 60 = 0$ |mit ABC-Formel lösen

$u_1 = \underline{-2\left(\sqrt{31} - 4\right)} \quad \vee \quad u_2 = \underline{2\left(\sqrt{31} + 4\right)}$

Rücksubstitution:

mit u_1: $\underbrace{-2\left(\sqrt{31} - 4\right)}_{\text{negativ}} = \underbrace{2^v}_{\text{positiv}}$ unmöglich, da 2^v positiv ist!

mit u_2: $2\left(\sqrt{31} + 4\right) = 2^v$

$\sqrt{31} + 4 = 2^{v-1}$

$\ln\left(\sqrt{31} + 4\right) = (v-1)\cdot \ln 2 = v \cdot \ln 2 - \ln 2$

$\ln\left(\sqrt{31} + 4\right) + \ln 2 = v \cdot \ln 2$

$v = \dfrac{\ln\left(2 \cdot \sqrt{31} + 8\right)}{\ln 2} = \underline{4.2582}$ |Kontrolle mit TR

$L = \underline{\underline{\{4.2582\}}}$

e) $5 \cdot 2^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 10$ $\qquad D = \mathbb{R}$

$$5 \cdot 2^x + 3 \cdot \left(2^{-1}\right)^x = 10 \qquad |\text{Potenz wird potenziert...}$$
$$5 \cdot 2^x + 3 \cdot \left(2^x\right)^{-1} = 10 \qquad |\text{sei } u = 2^x$$
$$5 \cdot u + 3 \cdot u^{-1} - 10 = 0 \qquad |\cdot u$$
$$5 \cdot u^2 - 10u + 3 = 0 \qquad |\text{mit ABC-Formel lösen}$$
$$u_1 = \frac{-\sqrt{10}+5}{5} = \underline{0.3675} \quad \vee \quad u_2 = \frac{\sqrt{10}+5}{5} = \underline{1.6325}$$

Rücksubstitution:

mit u_1: $0.3675 = 2^x$
$$\ln 0.3675 = x \cdot \ln 2$$
$$x = \frac{\ln 0.3675}{\ln 2} = \underline{-1.4440} \quad (w) \quad |\text{Kontrolle mit TR}$$

mit u_2: $1.6325 = 2^x$
$$\ln 1.6325 = x \cdot \ln 2$$
$$x = \frac{\ln 1.6325}{\ln 2} = \underline{0.7070} \quad (w) \quad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{-1.4440; 0.7070\}}}$$

364. a) $a^x = b^{x+n}$ $\qquad |\ln, \text{ Potenzregel} \qquad D = \mathbb{R}$

$$x \cdot \ln a = (x+n) \cdot \ln b \qquad |\text{ausmultiplizieren}$$
$$x \cdot \ln a = x \cdot \ln b + n \cdot \ln b \qquad |-x \cdot \ln b$$
$$x \cdot \ln a - x \cdot \ln b = n \cdot \ln b \qquad |x \text{ ausklammern}$$
$$x \cdot (\ln a - \ln b) = n \cdot \ln b \qquad |:(\ln a - \ln b)$$
$$x = \underline{\frac{n \cdot \ln b}{\ln a - \ln b}} = \underline{\frac{\ln\left(b^n\right)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}}$$

$$L = \underline{\underline{\left\{ x \,\middle|\, x = \frac{n \cdot \ln b}{\ln a - \ln b} \right\}}}$$

b) $m^x = a \cdot n^{2x}$ $\quad |\ln \quad D = \mathbb{R}$

$x \cdot \ln m = \ln a + x \cdot \ln n^2 \quad \left| -x \cdot \ln n^2 \right.$

$x \cdot \ln m - x \cdot \ln n^2 = \ln a \quad |x \text{ ausklammern}$

$x \cdot \left(\ln m - \ln n^2\right) = \ln a \quad \left|:\left(\ln m - \ln n^2\right)\right.$

$$x = \underline{\frac{\ln a}{\ln m - \ln n^2}} = \underline{\frac{\ln a}{\ln m \underbrace{-2 \cdot \ln n}_{+\ln n^{-2}}}} = \underline{\frac{\ln a}{\ln m + \ln n^{-2}}} = \underline{\frac{\ln a}{\ln\left(\frac{m}{n^2}\right)}}$$

$$L = \underline{\underline{\left\{ x \,\middle|\, x = \frac{\ln a}{\ln m - 2 \cdot \ln n} \right\}}}$$

c) $a^{x+1} - a^{x-1} = b^x$ $\quad |a^x \text{ ausklammern} \quad D = \mathbb{R}$

$a^x \cdot \left(a - a^{-1}\right) = b^x \quad |: b^x \quad \left|: \left(a - a^{-1}\right)\right.$

$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{1}{a - a^{-1}} = \frac{a}{a^2 - 1} \quad |\ln$

$x \cdot \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln\left(\frac{a}{a^2 - 1}\right) \quad \left|:\ln\left(\frac{a}{b}\right)\right.$

$$x = \underline{\frac{\ln\left(\frac{a}{a^2-1}\right)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}} = \underline{\frac{\ln a - \ln\left(a^2 - 1\right)}{\ln a - \ln b}}$$

$$L = \underline{\underline{\left\{ x \,\middle|\, x = \frac{\ln a - \ln\left(a^2 - 1\right)}{\ln a - \ln b} \right\}}}$$

d) $u^x + u^{x+1} + u^{x+2} = 1 \qquad \left| u^x \text{ ausklammern} \quad D = \mathbb{R} \right.$

$$u^x \cdot \left(1 + u^1 + u^2\right) = 1 \qquad \left|: \left(1 + u^1 + u^2\right)\right.$$

$$u^x = \frac{1}{u^2 + u + 1} = \left(u^2 + u + 1\right)^{-1} \qquad |\ln$$

$$x \cdot \ln u = -\ln\left(u^2 + u + 1\right) \qquad |: \ln u$$

$$\underline{x = \frac{-\ln\left(u^2 + u + 1\right)}{\ln u}} \qquad |\text{Kontrolle mit TR}$$

$$\underline{\underline{L = \left\{ x \,\middle|\, x = -\frac{\ln\left(u^2 + u + 1\right)}{\ln u} \right\}}}$$

366. Geg: $F = \dfrac{G}{\eta \cdot 2^n}; \quad G = 10 \cdot F; \quad \eta = 0.6$

Ges: $n = ?$ (Anzahl Rollen)

Lösung:

$$2^n = \frac{G}{\eta \cdot F} = \frac{10 \cdot F}{0.6 \cdot F} = \frac{50}{3} \qquad |\ln \text{ oder Grundgesetz}$$

$$n \cdot \ln 2 = \ln 50 - \ln 3 \qquad |: \ln 2$$

$$n = \frac{\ln 50 - \ln 3}{\ln 2} = \underline{4.06}$$

Es werden mindestens $\underline{\underline{\text{5 Rollen}}}$ benötigt! (4 Rollen reichen nicht!)

368. Geg: $p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}}$; $H = 8005\,m$; $p = 0.36\,bar$; $p_0 = 0.97\,bar$

Ges: a) $h = ?$

b) $h = ?$, wenn $p(h) = \frac{p_0}{2}$

Lösung:

a) $$\frac{p(h)}{p_0} = e^{-\frac{h}{H}} \qquad |\ln$$

$$\ln\left[\frac{p(h)}{p_0}\right] = -\frac{h}{H} \cdot \underbrace{\ln e}_{1} = -\frac{h}{H} \qquad |\cdot(-H)$$

$$h = -H \cdot \ln\left[\frac{p(h)}{p_0}\right] = -8005\,m \cdot \ln\left(\frac{0.36\,bar}{0.97\,bar}\right) = \underline{7934.49\,m}$$

Das Flugzeug fliegt auf einer Höhe von $\underline{\underline{7934.5\,m}}$.

b) $$h = -H \cdot \ln\left[\frac{p(h)}{p_0}\right] = -8005\,m \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{5548.64\,m}$$

Auf $\underline{\underline{5548.6\,m}}$ ist der Luftdruck halb so gross wie auf Meereshöhe.

369. Geg: $U(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{R \cdot C}}\right)$; $U(t) = 0.8 \cdot U_0$; $R = 400\,\text{M}\Omega$; $C = 0.30\,\mu\text{F}$

Ges: a) $t = ?$

b) Formel nach t auflösen

Lösung:

b)

$$\frac{U(t)}{U_0} = 1 - e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \quad \Big| + e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \quad \Big| - \frac{U(t)}{U_0}$$

$$e^{\frac{-t}{R \cdot C}} = 1 - \frac{U(t)}{U_0} \quad \Big| \ln$$

$$\frac{-t}{R \cdot C} \cdot \underbrace{\ln e}_{1} = \ln\left[1 - \frac{U(t)}{U_0}\right] \quad \Big| \cdot (-RC)$$

$$t = \underline{\underline{-R \cdot C \cdot \ln\left[1 - \frac{U(t)}{U_0}\right]}}$$

b) $t = -R \cdot C \cdot \ln\left[1 - \frac{U(t)}{U_0}\right] = -400\,\text{M}\Omega \cdot 0.30\,\mu\text{F} \cdot \ln\left(1 - \frac{0.8 \cdot \cancel{U_0}}{\cancel{U_0}}\right) = \underline{193.13\,\text{s}}$

Nach $\underline{\underline{193\,\text{s}}}$ ist die Spannung auf 80 % ihres Endwertes von U_0 angewachsen.

370. Geg: $y = f(x) = \frac{a}{2}\cdot\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$; $a = 1.2\,m$; $h = 0.4\,m$; $B\left(x \,\middle|\, \underbrace{a+h}_{y=f(x)=1.6\,m}\right)$

Ges: $\overline{AB} = 2\cdot x = ?$

Lösung:

$$y = f(x) = \frac{a}{2}\cdot\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right) = \underbrace{a+h}_{1.6}$$

$$\frac{a}{2}\cdot\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right) = 1.6 \qquad \left|\cdot\frac{2}{a}\right.$$

$$e^{\frac{x}{a}} + \frac{1}{e^{\frac{x}{a}}} = \frac{3.2}{a} \qquad \left|\text{sei } u = e^{\frac{x}{a}}\right.$$

$$u + \frac{1}{u} - \frac{3.2}{\underbrace{a}_{1.2}} = 0 \qquad |\cdot u$$

$$u^2 - \frac{8}{3}u + 1 = 0 \qquad |\text{mit TR berechnen}$$

$$\underline{u_1 = \frac{-\sqrt{7}+4}{3}} \quad \vee \quad \underline{u_2 = \frac{\sqrt{7}+4}{3}}$$

Rücksubstitution:

mit u_1: $\frac{-\sqrt{7}+4}{3} = e^{\frac{x}{a}}$

$$\ln\left(\frac{-\sqrt{7}+4}{3}\right) = \frac{x}{a}\cdot\underbrace{\ln e}_{1}$$

$$x = a\cdot\ln\left(\frac{-\sqrt{7}+4}{3}\right) = 1.2\,m\cdot\ln\left(\frac{-\sqrt{7}+4}{3}\right) = \underline{-0.95\,m} \text{ (unmöglich, } x \geq 0)$$

mit u_2: $\frac{\sqrt{7}+4}{3} = e^{\frac{x}{a}}$

$$\ln\left(\frac{\sqrt{7}+4}{3}\right) = \frac{x}{a}\cdot\underbrace{\ln e}_{1}$$

$$x = a\cdot\ln\left(\frac{\sqrt{7}+4}{3}\right) = 1.2\,m\cdot\ln\left(\frac{\sqrt{7}+4}{3}\right) = \underline{0.95\,m}$$

somit: $\overline{AB} = 2x = 2\cdot 0.95\,m = \underline{1.91\,m}$ $\rightarrow$ Der Abstand $\overline{AB}$ beträgt $\underline{\underline{1.91\,m}}$.