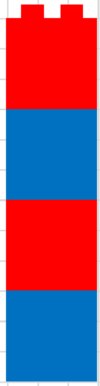
17.5 Übungen

1. Aus blauen und roten gleich grossen Legosteinen werden aus 4 Steinen «Türme» zusammengesetzt. Berechnen Sie die Anzahl der möglichen verschiedenen «Türme».

«Parterre»	2 Möglichkeiten (rot oder blau)
«1. Etage»	2 Möglichkeiten (rot oder blau)
«2. Etage»	2 Möglichkeiten (rot oder blau)
«3. Etage»	2 Möglichkeiten (rot oder blau)



eine mögliche Anordnung

somit: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = \underline{\underline{16}}$

2. 16 Personen wollen mit einem Autobus fahren, der genau 5 freie Plätze hat.
Wie viele Möglichkeiten gibt es die 5 Plätze zu besetzen, wenn die verschiedenen Anordnungen der Personen berücksichtigt werden?

Typ: aus 16 Elementen 5 auswählen, Reihenfolge spielt Rolle
(z.B. abcde ist **nicht** identisch mit bacde ist)

1. Platz	16 Möglichkeiten
2. Platz	15 Möglichkeiten
3. Platz	14 Möglichkeiten
usw.	

somit: $16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 = \dfrac{16!}{\underbrace{11!}_{\text{weil nur 5 Plätze frei sind, fallen (16–5)! Möglichkeiten weg}}} = \underline{\underline{524'160}}$

3. 16 Personen wollen mit einem Autobus fahren, der genau 5 freie Plätze hat. Wie viele Möglichkeiten gibt es die 5 Plätze zu besetzen, wenn die verschiedenen Anordnungen der Personen **nicht** berücksichtigt werden?

Typ: aus 16 Elementen 5 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. abcde ist identisch mit edcba ist)}}$

1. Platz 16 Möglichkeiten

2. Platz 15 Möglichkeiten

3. Platz 14 Möglichkeiten

usw.

noch mit 5! dividieren, da Reihenfolge **keine** Rolle spielt

somit: $\frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{16!}{\underbrace{5!}_{\text{weil Reihenfolge keine Rolle spielt}} \cdot \underbrace{11!}_{\text{weil nur 5 Plätze frei sind, fallen (16−5)! Möglichkeiten weg}}} = \underline{\underline{4'368}}$

4. Für ein Projekt sollen aus 7 Bewerberinnen eine Projektleiterin und eine Stellvertreterin bestimmt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Typ: aus 7 Elementen 2 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt eine Rolle}}_{\text{(ab ist \textbf{nicht} identisch mit ba)}}$

1. Wahl 7 Möglichkeiten

2. Wahl 6 Möglichkeiten

somit: $7 \cdot 6 = \frac{7!}{\underbrace{5!}_{\text{weil nur 2 Stellen frei sind, fallen (7−2)! Möglichkeiten weg}}} = \underline{\underline{42}}$

5. Eine Fussballmannschaft besteht bekanntlich aus 11 Spielern Der Trainer will für das Elfmeterschiessen 5 Spieler aus seiner Mannschaft auswählen.
   Wie viele Möglichkeiten hat er?

Typ: aus 11 Elementen 5 auswählen, Reihenfolge spielt **keine** Rolle
(z.B. abcde ist identisch mit edcba ist)

1. Schütze 11 Möglichkeiten

2. Schütze 10 Möglichkeiten

3. Schütze 9 Möglichkeiten

usw.

noch mit 5! dividieren, da Reihenfolge **keine** Rolle spielt

somit: $$\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{11!}{\underbrace{5!}_{\text{weil Reihenfolge keine Rolle spielt}} \cdot \underbrace{6!}_{\text{weil nur 5 Plätze frei sind, fallen (11–5)! Möglichkeiten weg}}} = \underline{\underline{462}}$$

6. Zwei von 29 Schülern einer Klasse werden für den Tafeldienst ausgewählt.
   Wie viele verschiedene Kombinationen sind möglich?

Typ: aus 29 Elementen 2 auswählen, Reihenfolge spielt **keine** Rolle
(z.B. ab ist identisch mit ba ist)

1. Wahl 29 Möglichkeiten

2. Wahl 28 Möglichkeiten

noch mit 2! dividieren, da Reihenfolge **keine** Rolle spielt

somit: $$\frac{29 \cdot 28}{2 \cdot 1} = \frac{29!}{\underbrace{2!}_{\text{weil Reihenfolge keine Rolle spielt}} \cdot \underbrace{27!}_{\text{weil nur 2 Lerndene benötigt werden, fallen (29–2)! Möglichkeiten weg}}} = \underline{\underline{406}}$$

7. Beim Süddeutschen Lotto sind aus 49 Zahlen 6 auszuwählen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Typ: aus 49 Elementen 6 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. 1,2,3,4,5,6 ist identisch mit 6,5,4,3,2,1 ist)}}$

1. Wahl 49 Möglichkeiten

2. Wahl 48 Möglichkeiten

3. Wahl 47 Möglichkeiten

usw.

noch mit 6! dividieren, da Reihenfolge **keine** Rolle spielt

somit: $$\frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{49!}{\underbrace{6!}_{\substack{\text{weil Reihenfolge}\\ \text{keine Rolle spielt}}} \cdot \underbrace{43!}_{\substack{\text{weil nur 6 Zahlen benötigt werden,}\\ \text{fallen (49–6)! Möglichkeiten weg}}}} = \underline{\underline{13'983'816}}$$

8. Aus 5 Ehepaaren werden 4 Personen ausgewählt. Die ausgewählten Personen sollen zwei Männer und zwei Frauen sein. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

Typ: $\overbrace{\text{aus 5 Elementen 2 auswählen, } \underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. Alfred,Beat ist identisch mit Beat,Alfred ist)}}}^{\text{nur Wahl der Männer}}$

1. Wahl 5 Möglichkeiten

2. Wahl 4 Möglichkeiten

noch mit 2! dividieren, da Reihenfolge **keine** Rolle spielt

somit: $$\underbrace{\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}}_{\text{Männer}} \cdot \underbrace{\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}}_{\text{Frauen}} = \frac{5!}{\underbrace{2!}_{\substack{\text{weil Reihenfolge}\\ \text{keine Rolle spielt}}} \cdot \underbrace{3!}_{\substack{\text{weil nur 2 Männer benötigt werden,}\\ \text{fallen (5–2)! Möglichkeiten weg}}}} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \underline{\underline{100}}$$

9. Zehn Personen verabschieden sich nach einer Feier per Handschlag.
   a. Wie oft werden die Hände geschüttelt?
   b. Wie oft werden die Hände geschüttelt, wenn es sich bei den 10 Personen um 5 Ehepaare handelt?

a. Typ: aus 10 Elementen 2 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. ab ist identisch mit ba ist)}}$

somit: $\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1} = \frac{10!}{\underbrace{2!}_{\text{weil Reihenfolge keine Rolle spielt}} \cdot \underbrace{8!}_{\text{weil nur 2 Personen sich die Hände schütteln, fallen (10−2)! Möglichkeiten weg}}} = \underline{\underline{45}}$

oder: $\underbrace{9}_{\text{1. Person schüttelt 9 Hände}} + \underbrace{8}_{\text{2. Person schüttelt 8 Hände}} + 7 + 6 + 5 + 4 + 2 + 1 = \underline{\underline{45}}$

b. Typ: aus 5 Paaren 2 auswählen (Reihenfolge spielt **keine** Rolle)

und 4 Händeschüttlungen pro Paar

$\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot 4 = \frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot 4 = \underline{\underline{40}}$

oder $\overbrace{\underbrace{8}_{\text{1. Mann schüttelt 8 Hände}} + \underbrace{6}_{\text{2. Mann schüttelt 6 Hände}} + 4 + 2}^{\text{Männer}} + \overbrace{\underbrace{8}_{\text{1. Frau schüttelt 8 Hände}} + \underbrace{6}_{\text{2. Frau schüttelt 6 Hände}} + 4 + 2}^{\text{Frauen}} = \underline{\underline{40}}$

10. Berechnen Sie die Anzahl der Möglichkeiten 12 Bilder unter 3 Personen so aufzuteilen, dass jede Person 4 Bilder erhält.

1. Person aus 12 Elementen 4 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. abcd ist identisch mit dcba ist)}}$

2. Person aus 8 Elementen 4 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. abcd ist identisch mit dcba ist)}}$

3. Person aus 4 Elementen 4 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. abcd ist identisch mit dcba ist)}}$

somit: $\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{12!}{4!\cdot 4!\cdot 4!} = \underline{\underline{34'650}}$

11. Im Betriebspraktikum müssen Betreuer für sechs Praktikanden zugeteilt werden. Es stehen drei Betreuer zur Verfügung, jeder Betreuer soll genau zwei Praktikanden betreuen. Wie viele verschiedene Kombinationen von Betreuern und Praktikanden sind möglich?

1. Betreuer aus 6 Elementen 2 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. ab ist identisch mit ba ist)}}$

2. Betreuer aus 4 Elementen 2 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. ab ist identisch mit ba ist)}}$

3. Betreuer aus 2 Elementen 2 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt \textbf{keine} Rolle}}_{\text{(z.B. ab ist identisch mit ba ist)}}$

somit: $\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\cdot\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\cdot\frac{2\cdot 1}{2\cdot 1}=\frac{6!}{2!\cdot 2!\cdot 2!}=\underline{\underline{90}}$

12. In einem Zimmer gibt es 8 Lampen, die unabhängig voneinander aus- und eingeschaltet werden können. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

1. Lampe 2 Möglichkeiten (ein oder aus)
2. Lampe 2 Möglichkeiten (ein oder aus)
3. Lampe 2 Möglichkeiten (ein oder aus)

usw.

somit: $2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=2^8=\underline{\underline{256}}$

13. 4 Koch-, 5 Physik- und 6 Chemiebücher sollen auf einem Regal nebeneinander gestellt werden. Auf wie viele Arten kann man das tun, wenn Bücher des gleichen Stoffgebietes nebeneinander gestellt werden sollen und alle Bücher verschieden sind?

1. Stoffgebiet 4 Kochbücher Permutationen $= 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$

1. Stoffgebiet 5 Physikbücher Permutationen $= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

3. Stoffgebiet 6 Chemiebücher Permutationen $= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$

3 Stoffgebiete anzuordnen Permutationen $= 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$

somit: $4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot \underbrace{3!}_{\text{Stoffgebiete anordnen}} = \underline{\underline{12'441'600}}$

14. Jemand hat je eine 1 Fr. Münze, 5 Fr. Münze und eine Zehnernote und möchte davon Trinkgeld geben. Auf wie viele verschiedene Arten kann er dies tun? (**Kein Trinkgeld** soll nicht als eigene Variante gezählt werden!)

1. Münze 2 Möglichkeiten (geben oder nicht geben)

2. Münze 2 Möglichkeiten (geben oder nicht geben)

3. Münze 2 Möglichkeiten (geben oder nicht geben)

somit: $2 \cdot 2 \cdot 2 \underbrace{-1}_{\text{kein Trinkgeld (eine Möglichkeit weniger)}} = 2^3 - 1 = \underline{\underline{7}}$

15. Auf wie viele Arten kann man 5 Hotelgäste in 10 freie Einzelzimmer unterbringen?

Typ: aus 10 Elementen 5 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt Rolle}}_{\text{(z.B. abcde ist nicht identisch mit bacde ist)}}$

1. Gast 10 Möglichkeiten

2. Gast 9 Möglichkeiten

3. Gast 8 Möglichkeiten

usw.

somit: $10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=\dfrac{10!}{\underbrace{5!}_{\text{weil es fünf Gäste sind, fallen (10–5)! Möglichkeiten weg}}}=\underline{\underline{30'240}}$

16. Auf wie viele Arten kann man aus 6 Männern und 8 Frauen einen Ausschuss auswählen, der aus 3 Männern und 4 Frauen besteht?

Typ: $\overbrace{\text{aus 6 Elementen 3 auswählen, } \underbrace{\text{Reihenfolge spielt keine Rolle}}_{\text{(z.B. Alfred,Beat,Christoph ist identisch mit Christoph,Beat,Alfred ist)}}}^{\text{nur Wahl der Männer}}$

1. Wahl 6 Möglichkeiten

2. Wahl 5 Möglichkeiten

3. Wahl 4 Möglichkeiten

noch mit 3! dividieren, da Reihenfolge **keine** Rolle spielt

somit: $\underbrace{\dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}}_{\text{Männer}}\cdot\underbrace{\dfrac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}_{\text{Frauen}}=\dfrac{6!}{\underbrace{3!}_{\text{weil Reihenfolge keine Rolle spielt}}\cdot\underbrace{3!}_{\text{weil nur 3 Männer benötigt werden, fallen (6–3)! Möglichkeiten weg}}}\cdot\dfrac{8!}{4!\cdot 4!}=\underline{\underline{1'400}}$

17. Auf wie viele Arten kann man 22 Schüler in 2 Mannschaften zu je 11 Spieler aufteilen?

Typ: 1: aus 22 Elementen 11 auswählen, $\underbrace{\text{Reihenfolge spielt } \textbf{keine} \text{ Rolle}}_{\text{(z.B. abcde ist identisch mit bacde ist)}}$

2: die Reihenfolge der beiden 11er Gruppen spielt keine Rolle,

deshalb noch mit 2! dividieren

somit:

$$\frac{\dfrac{\overbrace{22\cdot 21\cdot\ldots\cdot 12}^{\text{erste 11er Gruppe}}}{\underbrace{11!}_{\substack{\text{Reihenfolge}\\\text{ist egal}}}}\cdot\dfrac{\overbrace{11\cdot 10\cdot\ldots\cdot 1}^{\text{zweite 11er Gruppe}}}{\underbrace{11!}_{\substack{\text{Reihenfolge}\\\text{ist egal}}}}}{\underbrace{2!}_{\substack{\text{Reihenfolge der beiden}\\\text{11er Gruppen ist egal}}}} = \frac{\dfrac{22!}{11!\cdot 11!}\cdot 1}{2!} = \underline{\underline{352'716}}$$

18. Sechs Personen sollen an einem runden Tisch Platz nehmen. Die Plätze sind nummeriert.
Bedingung: Anna und Beat sollen nebeneinander sitzen.
Berechnen Sie die Anzahl Möglichkeiten!

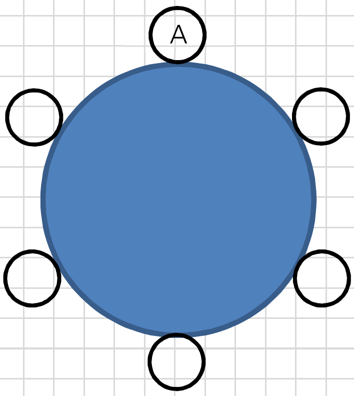
1: Anna wählt zuerst und hat 6 Möglichkeiten

2: Beat soll neben Anna sitzen und hat 2 Möglichkeiten

3: die nächste Person hat noch 4 Möglichkeiten

4: die nächste Person hat noch 3 Möglichkeiten

5: usw.



somit: $6\cdot 2\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = \underline{\underline{288}}$

Weitere Aufgaben unter:

http://schulen.eduhi.at/riedgym/mathematik/klasse7/kombinstart.htm

http://sos-mathe.ch/s/s1/s11/aufg_s11.html