Aufgaben

Auftrag

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Aufgaben. G = **R**.
Kontrollieren Sie die Lösungsmenge!

1. $\frac{4x+1}{3}-\frac{7x-9}{8}=3x-\frac{5x-3}{2}$ (Männel, Aufg. 5a, S. 108)

$D=\mathbf{R}$

$8\cdot(4x+1)-3\cdot(7x-9)=24\cdot 3x-12\cdot(5x-3)$

$32x+8-21x+27=72x-60x+36$

$11x+35=12x+36$

$\underline{-1}=x \quad \rightarrow \quad -1\in D$

$L=\underline{\underline{\{-1\}}}$

2. $\frac{1}{3}-\frac{x}{4}-\frac{5}{6}+x=\frac{3x}{4}-\frac{1}{2}$ (Männel, Aufg. 8a, S. 109)

$D=\mathbf{R}$

$4-3x-2\cdot 5+12x=3\cdot 3x-6$

$9x-6=9x-6 \quad \rightarrow$ wahre Aussage, allgemeingültige Gleichung

Für x können alle Werte aus dem Grundbereich eingesetzt werden, die Aussage ist immer wahr!

$L=\underline{\underline{\{\mathbf{R}\}}}$

3. $\frac{4}{9}-\frac{x}{3}-\frac{13}{18}+x=\frac{2x}{3}-\frac{1}{6}$ (Männel, Aufg. 8b, S. 109)

$D=\mathbf{R}$

$2\cdot 4-6x-13+18x=6\cdot 2x-3$

$12x-5=12x-3 \quad \rightarrow$ unwahre Aussage, unlösbare Gleichung

Es gibt kein Element aus **R**, das die Gleichung zu einer wahren Aussage macht!

$L=\underline{\underline{\{\ \}}}$

4. $\frac{x-2}{3}-\frac{5x-3}{4}=\frac{4x+3}{6}-\frac{5}{12}$ (Männel, Aufg. 9a, S. 109)

$D=\mathbf{R}$

$4\cdot(x-2)-3\cdot(5x-3)=2\cdot(4x+3)-5$

$4x-8-15x+9=8x+6-5$

$-11x+1=8x+1$

$-19x=0$

$x=\frac{0}{-19}=\underline{0} \quad \rightarrow \quad 0\in D$

$L=\underline{\underline{\{0\}}}$

5. $\frac{4x+5}{5}-\frac{x-1}{2}=\frac{8x+9}{10}-\frac{2x-3}{4}$ (Männel, Aufg. 9b, S. 109)

$D=\mathbf{R}$

$4\cdot(4x+5)-10\cdot(x-1)=2\cdot(8x+9)-5\cdot(2x-3)$

$16x+20-10x+10=16x+18-10x+15$

$6x+30=6x+33 \quad \rightarrow$ unwahre Aussage, unlösbare Gleichung

Es gibt kein Element aus **R**, das die Gleichung zu einer wahren Aussage macht!

$L=\underline{\underline{\{\ \}}}$

6. $\frac{x+1}{3}-\frac{x-1}{2}=\frac{x+1}{6}-\frac{x-2}{3}$ (Männel, Aufg. 10a, S. 109)

$D=\mathbf{R}$

$2\cdot(x+1)-3\cdot(x-1)=x+1-2\cdot(x-2)$

$2x+2-3x+3=x+1-2x+4$

$-x+5=-x+5 \quad \rightarrow$ wahre Aussage, allgemeingültige Gleichung

Für x können alle Werte aus dem Grundbereich eingesetzt werden, die Aussage ist immer wahr!

$L=\underline{\underline{\{\mathbf{R}\}}}$

7. $\frac{2}{5x}+1=\frac{9}{10x}-\frac{1}{2x}$ (Männel, Aufg. 1ac, S. 111)

$\left.10x\neq 0 \quad \rightarrow \quad x\neq\frac{0}{10}\right\}$ Nenner ≠ 0, Division durch Null ist verboten!

somit: $D=\mathbf{R}\setminus\{0\}$

$2 \cdot 2 + 10x = 9 - 5$

$4 + 10x = 4$

$10x = 0$

$x = \frac{0}{10} = \underline{0} \quad \rightarrow \quad 0 \notin D$

$L = \underline{\underline{\{\ \}}}$

8. $\frac{3}{x-3} = \frac{5}{x-5}$ (Männel, Aufg. 4a, S. 111)

$\left.\begin{array}{l} x - 3 \neq 0 \quad \rightarrow \quad x \neq 3 \\ x - 5 \neq 0 \quad \rightarrow \quad x \neq 5 \end{array}\right\}$ Nenner $\neq 0$, Division durch Null ist verboten!

somit: $D = \mathbf{R} \setminus \{3,\ 5\}$

$3 \cdot (x - 5) = 5 \cdot (x - 3)$

$3x - 15 = 5x - 15$

$0 = 2x \quad \rightarrow \quad x = \underline{0}$

$L = \underline{\underline{\{0\}}}$

9. $\frac{x+10}{x+2} = 5 - \frac{x-6}{x+2}$ (Männel, Aufg. 8c, S. 111)

$x + 2 \neq 0 \quad \rightarrow \quad x \neq -2 \quad \}$ Nenner $\neq 0$, Division durch Null ist verboten!

somit: $D = \mathbf{R} \setminus \{-2\}$

$x + 10 = 5 \cdot (x + 2) - (x - 6)$

$x + 10 = 5x + 10 - x + 6$

$x + 10 = 4x + 16$

$-6 = 3x$

$x = \underline{-2} \quad \rightarrow \quad -2 \notin D$

$L = \underline{\underline{\{\ \}}}$

10. Zum Nachdenken: (Arithmetik u. Algebra, Band 3, Sabe, Aufg. 441, S. 109)

a) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x} = 0$

$x \neq 0 \quad \}$ Nenner $\neq 0$, Division durch Null ist verboten!

somit: $D = \mathbf{R} \setminus \{0\}$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} \quad \rightarrow$ wahre Aussage, teilgültige Gleichung

Für x können alle Werte aus dem Definitionsbereich eingesetzt werden, die Aussage ist immer wahr!

$\underline{\underline{L = \{D\}}}$

b) $\frac{2(x-x)}{3(x-x)} = \frac{2}{3}$

$x - x \neq 0 \quad \rightarrow \quad x \neq x \quad \}$ Widerspruch im Definitionsbereich!

anschaulich: Jedes Element aus **R**, das für x eingesetzt wird, führt zu einer Division mit Null!

$\underline{\underline{L = \{\ \}}}$

c) $2x = 3x$ nicht durch x dividieren $\rightarrow$ x würde verschwinden!

$D = \mathbf{R}$

$2x = 3x \quad |-2x$

$0 = x$

$\underline{\underline{L = \{0\}}}$