

## 1. Grundbegriffe der Mengenlehre

### 1.1 Mengen und Elemente von Mengen

1.
  - a) Menge der geraden Zahlen zwischen 1 und 9
  - b) Menge der ungeraden Zahlen zwischen 10 und 20
  - c) Menge der Quadratzahlen von 1 bis 25 ; Menge der Quadratzahlen  $< 30$
  - d) Menge der Viererzahlen von 4 bis 40
  
2.
  - a)  $A = \{21, 24, 27\}$
  - b)  $B = \{7, 14, 21, \dots, 70\}$
  - c)  $C = \{64, 81\}$
  - d)  $D = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
  
3.
  - a)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
  - b)  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
  - c)  $C = \{5, 6, 7\}$
  - d)  $D = \{12, 13, 14, 15\}$
  - e)  $E = \{11\}$
  - f)  $F = \{11\}$
  
4. Mehrere Schreibweisen sind möglich, zum Beispiel
  - a)  $A = \{x \mid x < 4\}_{\mathbb{IN}}$  oder  $A = \{x \mid x \leq 3\}_{\mathbb{IN}}$
  - b)  $B = \{x \mid x = 1\}$
  - c)  $C = \{x \mid 6 < x < 10\}_{\mathbb{IN}}$
  - d)  $D = \{x \mid 8 < x < 10\}_{\mathbb{IN}}$  oder  $D = \{x \mid x = 9\}$
  - e)  $E = \{x \mid 10 < x \leq 20\}_{\mathbb{IN}}$
  - f)  $F = \{x \mid 50 < x \leq 100\}_{\mathbb{IN}}$
  
5. „Eine Menge Schnee“ bedeutet „viel Schnee“. Man kann die einzelnen Elemente der Menge nicht festlegen.
  
6.
  - a) 4 ist Element der Menge  $A$
  - b) 5 ist nicht Element der Menge  $B$
  
7.
  - a)  $49, 64 \in A$ ;  $24, 82 \notin A$
  - b)  $31, 43 \in B$ ;  $26, 36 \notin B$
  
8.
  - a) Menge  $A$  der ungeraden natürlichen Zahlen (unendlich)
  - b) Menge  $B$  der vier ersten ungeraden natürlichen Zahlen (endlich)
  - c) Menge  $C$  der Dreierzahlen von 3 bis 90 (endlich)
  - d) Menge  $D$  der Dreierzahlen (unendlich)
  - e) Menge  $E$  der Quadratzahlen (unendlich)
  - f) Menge  $F$  der zweistelligen Zwölferzahlen (endlich)
  
9.
 

a) $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$	b) $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
c) $C = \{10, 20, 30, \dots, 90\}$	d) $D = \{10, 20, 30, \dots\}$

10. a)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  (endlich)      b)  $B = \{6, 7, 8, \dots\}$  (unendlich)  
 c)  $C = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  (unendlich)      d)  $D = \{0\}$  (endlich)  
 e)  $E = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  (endlich)      f)  $F = \{11, 12, 13, \dots\}$  (unendlich)
11. a)  $A = \{20, 25, 30\}$       b)  $B = \{25\}$   
 c)  $C = \emptyset$       d)  $D = \emptyset$   
 e)  $E = \{81\}$       f)  $F = \emptyset$

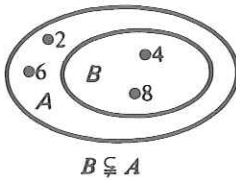
## 1.2 Beziehungen zwischen Mengen

### 1.2.1 Gleiche und gleichmächtige Mengen

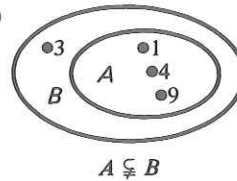
1. a)  $|A| = 14$       b)  $|B| = 13$       c)  $|C| = 26$       d)  $|D| = 50$
2.  $D = \{20, 21, 22, \dots, 30\}$ ,  $B = D$ ,  $B \sim D$   
 $|A| = 10$ ,  $|B| = 11$ ,  $|C| = 10$ ,  $|D| = 11$ ;  $A \sim C$
3.  $|A| = 12$ ,  $|B| = 11$ ,  $|C| = 11$ ,  $|D| = 12$   
 $D = \{1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, 46, 56, 67\}$   
 $A \sim D$ ,  $B \sim C$

### 1.2.2 Teilmengen

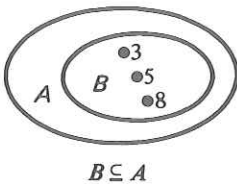
1. a)



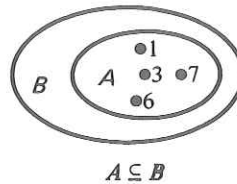
b)



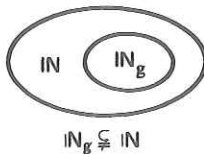
c)



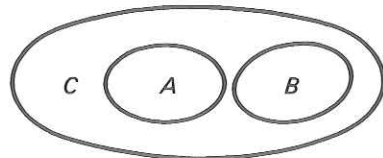
d)



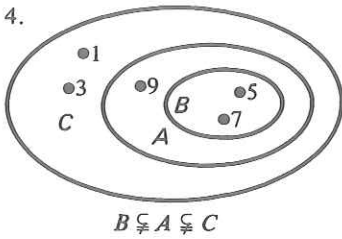
2.



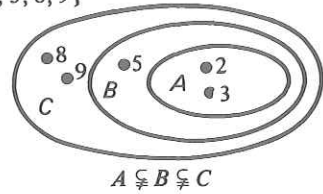
3.



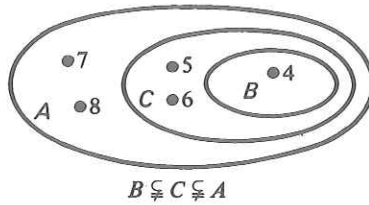
4.



5. z.B.  $A = \{2, 3\}$   
 $B = \{2, 3, 5\}$   
 $C = \{2, 3, 5, 8, 9\}$



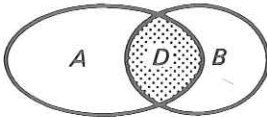
6.  $A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$   
 $B = \{4\}$   
 $C = \{4, 5, 6\}$



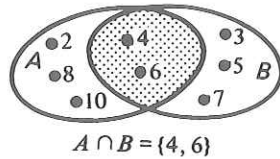
### 1.3 Operationen mit Mengen

#### 1.3.1 Durchschnittsmenge und Vereinigungsmenge

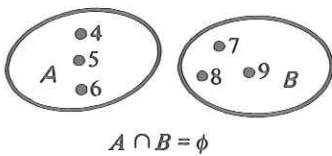
1.



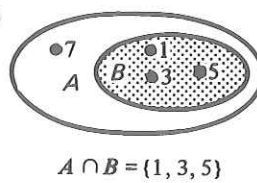
2. a)



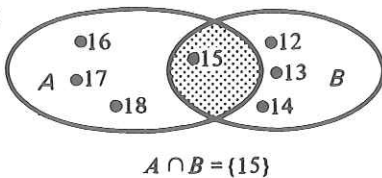
b)



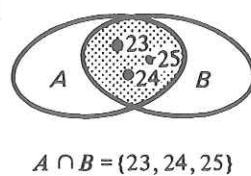
c)



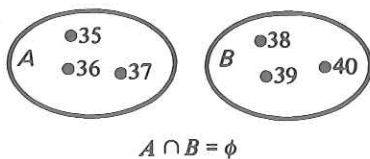
3. a)



b)

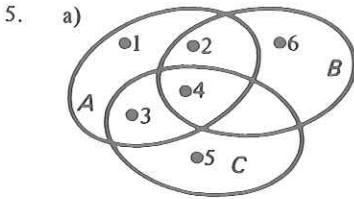


c)

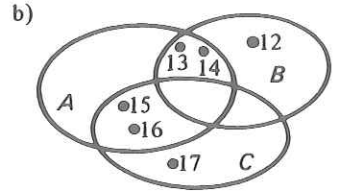


4. a)  $A \cap B = \{19, 21, 23, \dots\}$   
 c)  $A \cap B = \{14\}$

- b)  $A \cap B = \{10, 22, 34, 46, \dots\}$   
 d)  $A \cap B = \emptyset$



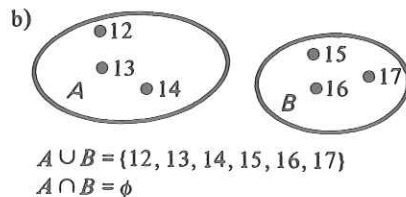
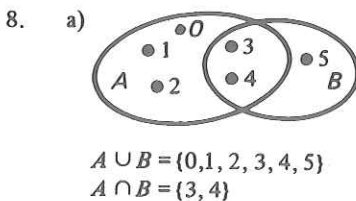
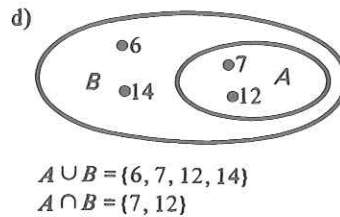
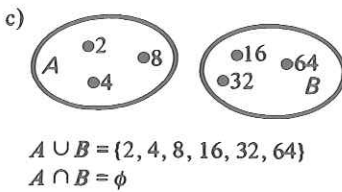
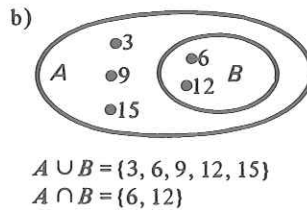
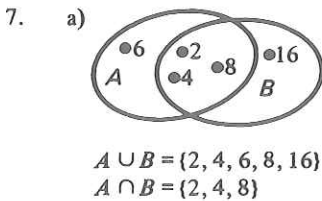
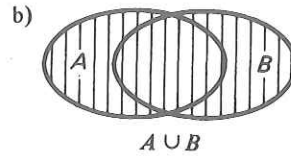
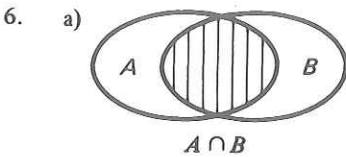
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{2, 4\} \\ B \cap C &= \{4\} \\ A \cap C &= \{3, 4\} \\ A \cap B \cap C &= \{4\} \end{aligned}$$

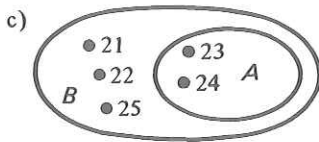


$$\begin{aligned} A \cap B &= \{13, 14\} \\ B \cap C &= \emptyset \\ A \cap C &= \{15, 16\} \\ A \cap B \cap C &= \emptyset \end{aligned}$$

- c)  $A \cap B = \{6, 7, 8, 9\}$   
 $B \cap C = \{8\}$   
 $A \cap C = \{8\}$   
 $A \cap B \cap C = \{8\}$

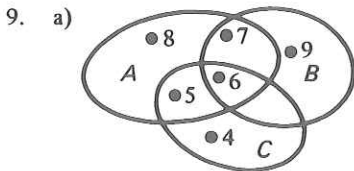
- d)  $A \cap B = \{51, 52, 53, \dots\}$   
 $B \cap C = \emptyset$   
 $A \cap C = \{41, 42, 43, \dots, 49\}$   
 $A \cap B \cap C = \emptyset$





$$A \cup B = \{21, 22, 23, 24, 25\}$$

$$A \cap B = \{23, 24\}$$



$$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B \cup C = \{4, 5, 6, 7, 9\}$$

$$A \cup C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

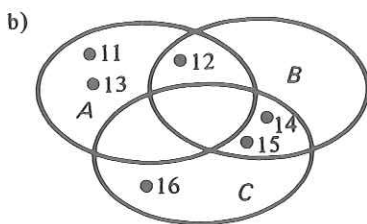
$$A \cup B \cup C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \cap B = \{6, 7\}$$

$$B \cap C = \{6\}$$

$$A \cap C = \{5, 6\}$$

$$A \cap B \cap C = \{6\}$$



$$A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$B \cup C = \{12, 14, 15, 16\}$$

$$A \cup C = \{11, 12, 13, 14, 15, 16\}$$

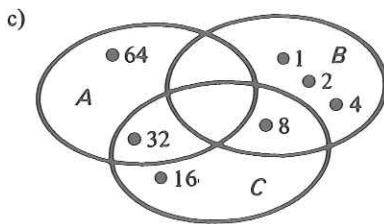
$$A \cup B \cup C = \{11, 12, 13, 14, 15, 16\}$$

$$A \cap B = \{12\}$$

$$B \cap C = \{14, 15\}$$

$$A \cap C = \emptyset$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$



$$A \cup B = \{1, 2, 4, 8, 32, 64\}$$

$$B \cup C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$$

$$A \cup C = \{8, 16, 32, 64\}$$

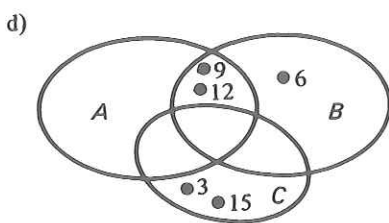
$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$B \cap C = \{8\}$$

$$A \cap C = \{32\}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$



$$A \cup B = \{6, 9, 12\}$$

$$B \cup C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$$

$$A \cup C = \{3, 9, 12, 15\}$$

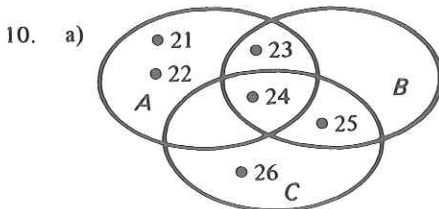
$$A \cup B \cup C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$$

$$A \cap B = \{9, 12\}$$

$$B \cap C = \emptyset$$

$$A \cap C = \emptyset$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$



$$A \cup B = \{21, 22, 23, 24, 25\}$$

$$B \cup C = \{23, 24, 25, 26\}$$

$$A \cup C = \{21, 22, 23, \dots, 26\}$$

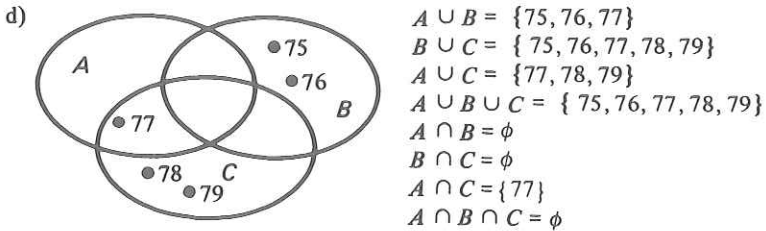
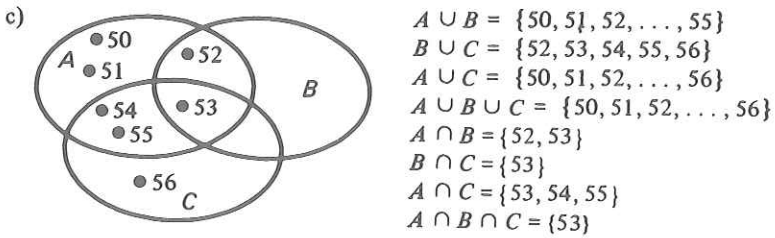
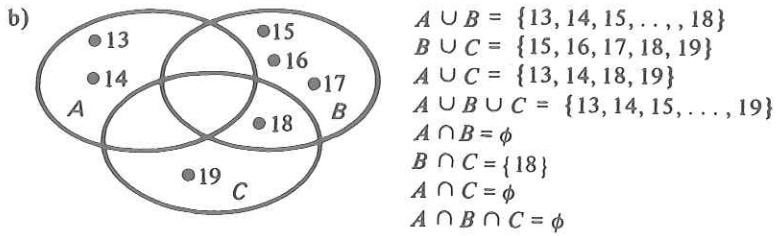
$$A \cup B \cup C = \{21, 22, 23, \dots, 26\}$$

$$A \cap B = \{23, 24\}$$

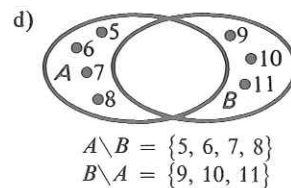
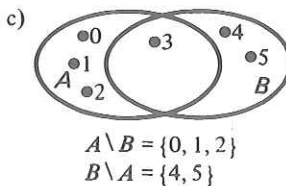
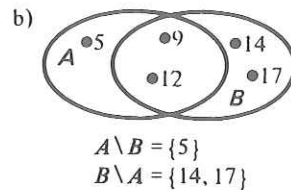
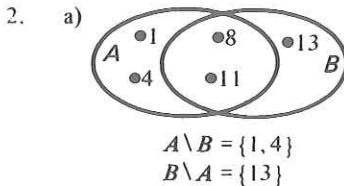
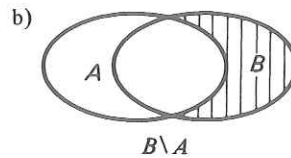
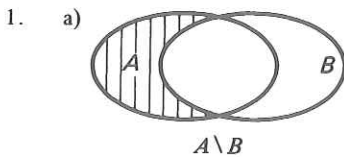
$$B \cap C = \{24, 25\}$$

$$A \cap C = \{24\}$$

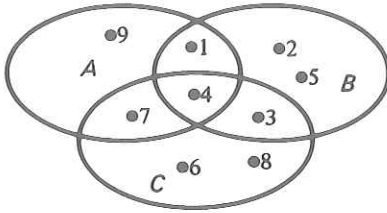
$$A \cap B \cap C = \{24\}$$



### 1.3.2 Differenzmenge und Komplementmenge



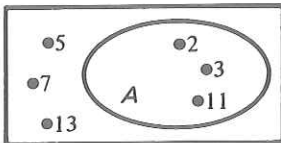
3.



$$\begin{aligned}
 A \setminus B &= \{7, 9\} \\
 B \setminus C &= \{1, 2, 5\} \\
 A \setminus C &= \{1, 9\} \\
 B \setminus A &= \{2, 3, 5\} \\
 C \setminus B &= \{6, 7, 8\} \\
 C \setminus A &= \{3, 6, 8\} \\
 (A \setminus B) \setminus C &= \{9\} \\
 A \setminus (B \setminus C) &= \{4, 7, 9\}
 \end{aligned}$$

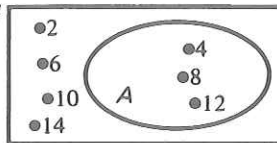
- 4. a) Nichtraucher
- c) Die ungeraden natürlichen Zahlen
- b) Aktivkonten
- d) Sommer, Herbst

5. a) G



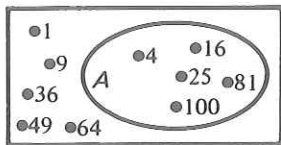
$$-A = \{5, 7, 13\}$$

b) G



$$-A = \{2, 6, 10, 14\}$$

c) G



$$-A = \{1, 9, 36, 49, 64\}$$

- 6. a)  $-A = \{10, 12, 14\}$
- c)  $-C = \emptyset$

b)  $-B = \{12, 13\}$

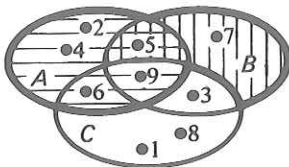
- 7. a)  $-A = \{6\}$
- c)  $-A = \{x \mid 80 \leq x < 100\}_{\mathbb{IN}}$

b)  $-A = \{1, 10\}$   
 d)  $-A = \{20, 21, 22, 48, 49, 50\}$

- 8. a)  $-A = \{x \mid x \leq 10\}_{\mathbb{IN}}$
- c)  $-A = \{x \mid x < 10 \vee x > 50\}_{\mathbb{IN}^1}$

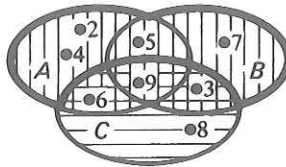
b)  $-A = \{x \mid x > 19\}_{\mathbb{IN}}$   
 d)  $-A = \{x \mid x \leq 20 \vee x \geq 100\}_{\mathbb{IN}}$

9. a)



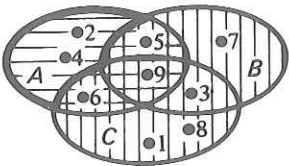
$$A \cup (B \cap C) = \{2, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

b)



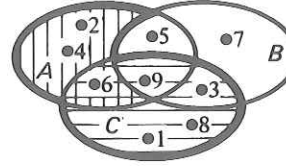
$$(A \cup B) \cap C = \{2, 4, 5, 7\}$$

c)



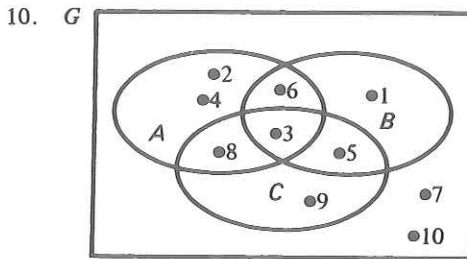
$$A \cap (B \cup C) = \{2, 4\}$$

d)



$$(A \cap B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

1) Das Zeichen  $\vee$  bedeutet „oder“. Es gilt das eine oder das andere oder auch beides.



- a)  $G \setminus A = \{1, 5, 7, 9, 10\}$   
 b)  $G \setminus (A \cup B) = \{7, 9, 10\}$   
 c)  $G \setminus (B \cap C) = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
 d)  $G \setminus (A \cup B \cup C) = \{7, 10\}$   
 e)  $B \setminus C = \{1, 6\}$   
 f)  $(A \cup C) \setminus B = \{2, 4, 8, 9\}$   
 g)  $A \setminus (A \cap B) = \{2, 4, 8\}$   
 h)  $C \setminus (A \cup B) = \{9\}$
11. a)  $G \setminus A$ ; einheimische Männer und einheimische Frauen.  
 b)  $G \setminus M$ ; auswärtige Frauen und einheimische Frauen.  
 c)  $A \setminus M$ ; auswärtige Frauen.  
 d)  $M \setminus A$ ; einheimische Männer.  
 e)  $A \cap M$ ; auswärtige Männer.  
 f)  $G \setminus (A \cap M)$ ; auswärtige Frauen, einheimische Frauen und einheimische Männer.  
 g)  $A \cup M$ ; auswärtige Frauen, auswärtige Männer und einheimische Männer.  
 h)  $G \setminus (A \cup M)$ ; einheimische Frauen.
12. a)  $G \setminus (W \cup L)$ ; verheiratete Männer.  
 b)  $(W \cup L) \setminus (W \cap L)$ ; verheiratete Frauen und ledige Männer.  
 c)  $(-W) \cup (-L) = -(W \cap L)$ ; verheiratete Frauen, ledige Männer und verheiratete Männer.

### 1.3.3 Beweise mit Zugehörigkeitstabellen

1. a)

$A$	$B$	$A \cup B$	$A \cap (A \cup B)$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

b)

$A$	$B$	$A \cap B$	$A \cup (A \cap B)$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

c)

$A$	$B$	$A \cap B$	$A \setminus B$	$A \setminus (A \cap B)$
$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

$$A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$$

d)

$A$	$B$	$\neg B$	$A \setminus B$	$A \cap \neg B$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$

$$A \setminus B = A \cap \neg B$$



e)

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$A \cup B$	$\neg(A \cup B)$	$\neg A \cap \neg B$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$

$$\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$$

f)

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$A \cap B$	$\neg(A \cap B)$	$\neg A \cup \neg B$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$

$$\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$$

2. a)

$A$	$B$	$C$	$A \cap B$	$B \cap C$	$(A \cap B) \cap C$	$A \cap (B \cap C)$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

b)

$A$	$B$	$C$	$A \cup B$	$B \cup C$	$(A \cup B) \cup C$	$A \cup (B \cup C)$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

c)

$A$	$B$	$C$	$B \cap C$	$A \cup (B \cap C)$	$A \cup B$	$A \cup C$	$(A \cup B) \cap (A \cup C)$
€	€	€	€	€	€	€	€
€	€	⊘	⊘	€	€	€	€
€	⊘	€	⊘	€	€	€	€
€	⊘	⊘	⊘	€	€	€	€
⊘	€	€	€	€	€	€	€
⊘	€	⊘	⊘	⊘	€	⊘	⊘
⊘	⊘	€	⊘	⊘	⊘	€	⊘
⊘	⊘	⊘	⊘	⊘	⊘	⊘	⊘

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

d)

$A$	$B$	$C$	$A \cup B$	$(A \cup B) \cap C$	$A \cap C$	$B \cap C$	$(A \cap C) \cup (B \cap C)$
€	€	€	€	€	€	€	€
€	€	⊘	€	⊘	⊘	⊘	⊘
€	⊘	€	€	€	€	⊘	€
€	⊘	⊘	€	⊘	⊘	⊘	⊘
⊘	€	€	€	€	⊘	€	€
⊘	€	⊘	€	⊘	⊘	⊘	⊘
⊘	⊘	€	⊘	⊘	⊘	⊘	⊘
⊘	⊘	⊘	⊘	⊘	⊘	⊘	⊘

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

### 1.3.4 Zählaufgaben mit Mengen

1.  $A$  sei die Menge der Besitzer eines Videogerätes.  
 $B$  sei die Menge der Besitzer einer Videokamera

#### 1. Lösungsweg:

55 besitzen kein Gerät.

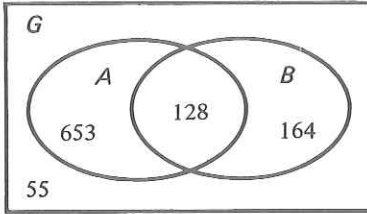
$1000 - 55 = 945$ ; 945 gehören zu  $A$  oder zu  $B$  oder zu beiden Mengen.

$945 - 292 = 653$ ; 653 besitzen nur ein Videogerät.

$781 - 653 = 128$ ; 128 besitzen beide Geräte.

$292 - 128 = 164$ ; 164 besitzen nur eine Videokamera.

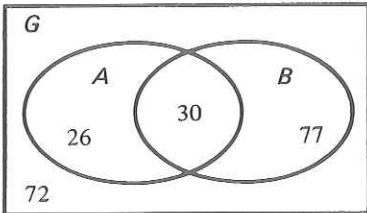
Probe:  $55 + 653 + 128 + 164 = 1000$



2.  $A$  sei die Menge der Judoka.  
 $B$  sei die Menge der Leichtathleten.

**1. Lösungsweg:**

72 gehören nicht zu  $A$  und nicht zu  $B$ .  
 $205 - 72 = 133$ ; 133 betreiben J oder L oder beides.  
 $133 - 107 = 26$ ; 26 betreiben nur J.  
 $56 - 26 = 30$ ; 30 betreiben J und L.  
 $107 - 30 = 77$ ; 77 betreiben nur L.  
 Probe:  $72 + 26 + 30 + 77 = 205$



**2. Lösungsweg:**

$$\begin{aligned} |G| &= 1000, |A| = 781, |B| = 292, \\ |A \cup B| &= 1000 - 55 = 945 \\ |A \cap B| &= |A| + |B| - |A \cup B| \\ |A \cap B| &= 781 + 292 - 945 \\ |A \cap B| &= \underline{\underline{128}} \end{aligned}$$

**2. Lösungsweg:**

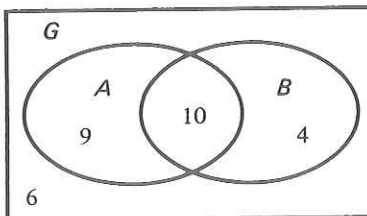
$$\begin{aligned} |A \cap B| &= |A| + |B| - |A \cup B| \\ |A \cap B| &= 56 + 107 - 133 \\ |A \cap B| &= 30 \\ \text{nur Judoka: } &56 - 30 = \underline{\underline{26}} \\ \text{nur Leichtathleten: } &107 - 30 = \underline{\underline{77}} \end{aligned}$$

3.  $A$  sei die Menge der Fußballspieler.  
 $B$  sei die Menge der Hallenhandballspieler.

Wir tragen die Anzahl der Elemente in ein Mengenbild und beantworten die Fragen a) bis f) anhand des Mengenbildes.

**1. Lösungsweg:**

6 spielen weder F noch H.  
 $29 - 6 = 23$ ; 23 spielen F oder H oder beides.  
 $23 - 14 = 9$ ; 9 spielen nur F.  
 $29 - 9 = 20$ ; 20 spielen F und H.  
 $14 - 10 = 4$ ; 4 spielen nur H.  
 Probe  $6 + 9 + 10 + 4 = 29$



**2. Lösungsweg:**

$$\begin{aligned} |A \cap B| &= |A| + |B| - |A \cup B| \\ |A \cap B| &= 19 + 14 - 23 \\ |A \cap B| &= 10 \end{aligned}$$

- a) 10 spielen F und H;  
 b) 23 spielen F oder H oder beides;  
 c) 9 spielen nur F;  
 d) 4 spielen nur H;  
 e) 10 spielen nicht F;  
 f) 15 spielen nicht H;

$$\begin{aligned} |A \cap B| &= 10 \\ |A \cup B| &= 23 \\ |(A \cup B) \setminus B| &= 23 - 14 = 9 \\ \text{oder } |A \setminus (A \cap B)| &= 19 - 10 = 9 \\ |(A \cup B) \setminus A| &= 23 - 19 = 4 \\ \text{oder } |B \setminus (A \cap B)| &= 14 - 10 = 4 \\ |G \setminus A| &= 29 - 19 = 10 \\ |G \setminus B| &= 29 - 14 = 15 \end{aligned}$$

4. A sei die Menge der Käufer von Modell A  
B sei die Menge der Käufer von Modell B

**1. Lösungsweg:**

69 kaufen kein Modell.

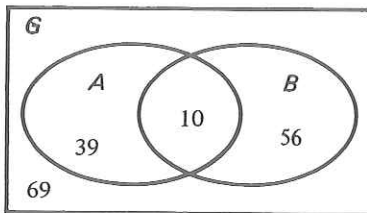
$174 - 69 = 105$ ; 105 kaufen A oder B oder beides.

$105 - 66 = 39$ ; 39 kaufen nur A.

$49 - 39 = 10$ ; 10 kaufen A und B.

$66 - 10 = 56$ ; 56 kaufen nur B.

Probe:  $69 + 39 + 10 + 56 = 174$



**2. Lösungsweg:**

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B|$$

$$|A \cap B| = 49 + 66 - 105$$

$$|A \cap B| = 10$$

- a)  $|A \cap B| = 10$ ; 10 kaufen A und zugleich B.  
 b)  $|A \cup B| = 105$ ; 105 kaufen A oder B oder beides.  
 c)  $|(A \cup B) \setminus B| = 105 - 66 = 39$ ; 39 kaufen nur A.  
 d)  $|B \setminus (A \cap B)| = 66 - 10 = 56$ ; 56 kaufen nur B.  
 e)  $|G \setminus A| = 174 - 49 = 125$ ; 125 kaufen nicht A.  
 f)  $|-(A \cap B)| = 174 - 10 = 164$ ; 164 kaufen nur A oder B oder kein Modell.  
 g)  $|-(A \cap -B)| = |-(A \cup B)| = 69$ ; 69 kaufen kein Modell.

5. A sei die Menge der Käufer von A  
B sei die Menge der Käufer von B

**1. Lösungsweg:**

121 kaufen keine Zeitschrift.

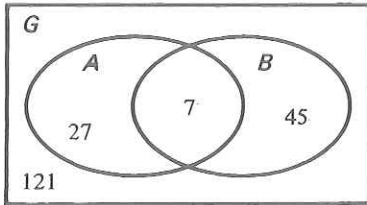
$200 - 121 = 79$ ; 79 kaufen A oder B oder beides.

$79 - 52 = 27$ ; 27 kaufen nur A.

$34 - 27 = 7$ ; 7 kaufen A und B.

$52 - 7 = 45$ ; 45 kaufen nur B.

Probe:  $121 + 27 + 7 + 45 = 200$

**2. Lösungsweg:**

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B|$$

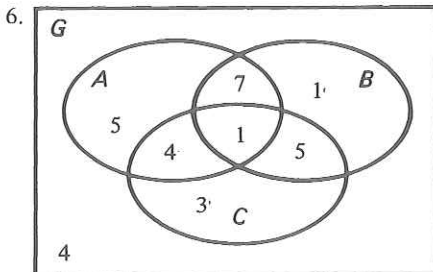
$$|A \cap B| = 34 + 52 - 79$$

$$|A \cap B| = 7$$

- a)  $|A \cap B| = 7$ ; 7 kaufen A und zugleich B.  
 b)  $|A \cup B| = 79$ ; 79 kaufen A oder B oder beides.  
 c)  $|(A \cup B) \setminus A| = 79 - 34 = 45$ ; 45 kaufen nur B.  
 d)  $|A \setminus (A \cap B)| = 34 - 7 = 27$ ; 27 kaufen nur A.  
 e)  $|G \setminus B| = 200 - 52 = 148$ ; 148 kaufen nicht B.  
 f)  $|\neg(A \cup B)| = 121$ ; 121 kaufen keine Zeitschrift.  
 g)  $|\neg A \cup \neg B| = |\neg(A \cap B)| = 200 - 7 = 193$ ; 193 kaufen nur A oder nur B oder keine Zeitschrift.

Hinweis zur Lösung der Aufgaben 6 bis 8:

Tragen Sie die Anzahl der Elemente von „innen nach außen“ in das jeweilige Mengenbild! Beginnen Sie also mit  $|A \cap B \cap C|$ ; berechnen Sie dann  $|A \cap B|$ ,  $|B \cap C|$ ,  $|A \cap C|$ ,  $|A|$ ,  $|B|$  und  $|C|$ !



$$|A \cap B \cap C| = \underline{1}$$

$$|A \cap B| = 1 + \underline{7} = 8$$

$$|A \cap C| = 1 + \underline{4} = 5$$

$$|B \cap C| = 1 + \underline{5} = 6$$

$$|A| = 1 + 7 + 4 + \underline{5} = 17$$

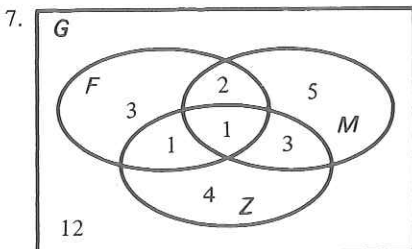
$$|B| = 1 + 7 + 5 + \underline{1} = 14$$

$$|C| = 1 + 4 + 5 + \underline{3} = 13$$

$$|A \cup B \cup C| = 5 + 4 + 1 + 7 + 5 + 1 + 3 = \underline{26}$$

$$|G \setminus (A \cup B \cup C)| = 30 - 26 = 4$$

- a) 5 gehören nur A an.  
 b) 1 gehört nur B an.  
 c) 3 gehören nur C an.  
 d) 4 gehören keiner der drei Gesellschaften an.



$$|F \cap M \cap Z| = \underline{1}$$

$$|F \cap M| = 1 + \underline{2} = 3$$

$$|F \cap Z| = 1 + \underline{1} = 2$$

$$|M \cap Z| = 1 + \underline{3} = 4$$

$$|F| = 1 + 2 + 1 + \underline{3} = 7$$

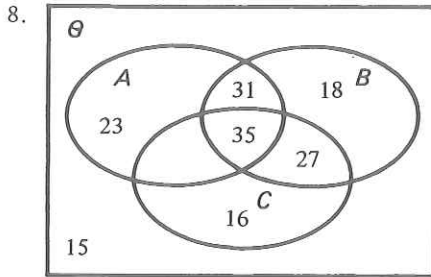
$$|M| = 1 + 2 + 3 + \underline{5} = 11$$

$$|Z| = 1 + 3 + 1 + \underline{4} = 9$$

$$|F \cup M \cup Z| = 3 + 2 + 1 + 1 + 5 + 3 + 4 = 19$$

- a) 12 Schüler nehmen an keiner Arbeitsgemeinschaft teil.  
 b) 3 Schüler nehmen nur an Französisch teil.

$$|G \setminus (F \cup M \cup Z)| = 31 - 19 = 12$$



- a) 23 nehmen nur A.  
 b) 18 nehmen nur B.  
 c) 16 nehmen nur C.  
 d) 185 besuchten die Veranstaltung.

$$|A \cap B \cap C| = \underline{35}$$

$$|A \cap B| = 35 + \underline{31} = 66$$

$$|A \cap C| = 35 + \underline{20} = 55$$

$$|B \cap C| = 35 + \underline{27} = 62$$

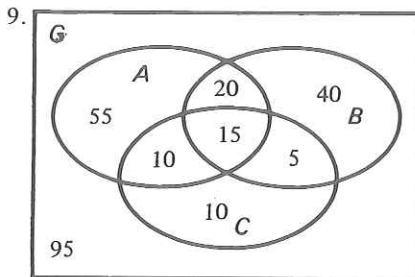
$$|A| = 35 + 31 + 20 + \underline{23} = 109$$

$$|B| = 35 + 31 + 27 + \underline{18} = 111$$

$$|C| = 35 + 27 + 20 + \underline{16} = 98$$

$$|G| = 23 + 20 + 35 + 31 + 27 + 18 + 16 +$$

$$+ 15 = \underline{185}$$



- a) 55 verwenden nur A.  
 b) 100 von A. 80 von B. 40 von C.  
 Verhältnis 5 : 4 : 2

$$|A \cap B \cap C| = \underline{15}$$

$$|A \cap B| = 15 + \underline{20} = 35$$

$$|B \cap C| = 15 + \underline{5} = 20$$

$$|A \cap C| = 15 + \underline{10} = 25$$

$$|B| = 15 + 5 + 20 + 40 = \underline{80}$$

$$|C| = 15 + 5 + 10 + 10 = \underline{40}$$

$$|G| = 95 + 10 + 15 + 20 + 40 + 5 + 10 +$$

$$+ \underline{55} = 250$$

$$|A| = 15 + 10 + 20 + 55 = \underline{100}$$

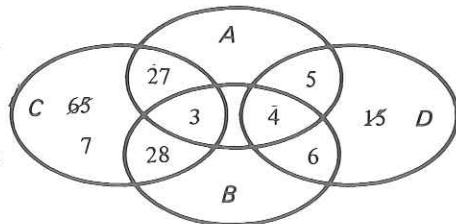
10.  $A$  sei die Menge der Autofahrer.  
 $B$  sei die Menge der Bahnfahrer.  
 $C$  sei die Menge der im Umkreis von 40 km wohnenden Betriebsangehörigen.  
 $D$  sei die Menge der über 40 km entfernt wohnenden Betriebsangehörigen.

Wir tragen nacheinander die Anzahl der Elemente in das Mengenbild ein. Dabei müssen wir einige Zahlen wieder streichen und durch andere Zahlen ersetzen.

1)  $|C| = \underline{65}$ ;  $|D| = 80 - 65 = \underline{15}$ .

Wir schreiben die Zahlen 65 und 15 in das Mengenbild.

- 2) Von den 65 im Umkreis von 40 km wohnenden Betriebsangehörigen benutzen 27 nur das Auto, 28 nur die Bahn, 3 beide Verkehrsmittel. Wir tragen die Zahlen 27, 28 und 3 in das Mengenbild ein.  $65 - 27 - 28 - 3 = \underline{7}$ ; 7 benutzen kein Verkehrsmittel.



Wir streichen die Zahl 65 und schreiben dafür die Zahl 7.

Probe:  $7 + 28 + 3 + 27 = 65$ .

- 3) Von den 15 über 40 km entfernt wohnenden Betriebsangehörigen fahren 9 mit dem Auto, 10 mit der Bahn (alle 15 benutzen diese Verkehrsmittel).

$$15 - 10 = \underline{5}; \quad 5 \text{ benutzen nur das Auto.}$$

$$9 - 5 = \underline{4}; \quad 4 \text{ benutzen beide Verkehrsmittel.}$$

$$10 - 4 = \underline{6}; \quad 6 \text{ fahren nur mit der Bahn.}$$

Wir schreiben die Zahlen 5, 4 und 6 in das Mengenbild und streichen die Zahl 15.

$$\text{Probe: } 5 + 4 + 6 = 15.$$

- a) 7 benutzen kein Verkehrsmittel.  
27 benutzen nur das Auto.  
3 benutzen beide Verkehrsmittel.  
28 benutzen nur die Bahn.
- b) 4 benutzen beide Verkehrsmittel.  
5 fahren nur mit dem Auto.  
6 fahren nur mit der Bahn.

11.  $M$  sei die Menge der Männer.

$F$  sei die Menge der Frauen.

$D$  sei die Menge der über 30 Jahre alten Betriebsangehörigen.

$V$  sei die Menge der verheirateten Betriebsangehörigen.

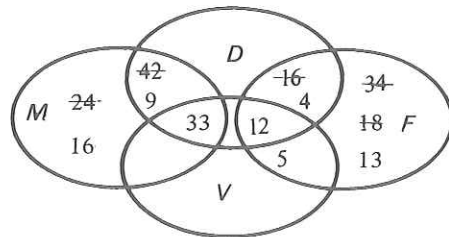
Wir schreiben nacheinander die Anzahl der Elemente in das Mengenbild. Dabei müssen wir einige Zahlen wieder streichen und durch andere Zahlen ersetzen.

- 1)  $|M \cap D| = \underline{42}$ . Wir schreiben die Zahl 42 in das Mengenbild.

- 2)  $|F| = \underline{34}$ . Wir schreiben die Zahl 34 in das Mengenbild.

$$|M| = 100 - 34 = 66;$$

$66 - 42 = \underline{24}$ ; 24 Männer sind unter 30 Jahre alt. Wir schreiben die Zahl 24 in das Mengenbild.



- 3)  $58 - 42 = \underline{16}$ ; 16 Frauen sind über 30 Jahre alt.  
 $34 - 16 = \underline{18}$ ; 18 Frauen sind unter 30 Jahre alt.

Wir schreiben die Zahl 16 in das Mengenbild, streichen die 34 und schreiben dafür die Zahl 18.

- 4) 17 Frauen sind verheiratet, davon sind 12 über 30 Jahre alt, 5 unter 30 Jahre alt.  
 $16 - 12 = \underline{4}$ ; 4 unverheiratete Frauen sind über 30 Jahre alt.

Wir schreiben die Zahl 12 in das Mengenbild, streichen die Zahl 16 und schreiben dafür die Zahl 4.

$$18 - 5 = \underline{13}; \quad 13 \text{ unverheiratete Frauen sind über 30 Jahre alt.}$$

Wir schreiben die Zahl 5 in das Mengenbild, streichen die 18 und schreiben dafür die Zahl 13.

$$\text{Probe: } 13 + 5 + 12 + 4 = 34.$$

- 5) 41 Männer sind verheiratet, davon sind 8 unter 30 Jahre alt, 33 über 30 Jahre alt.

$$24 - 8 = \underline{16}; \quad 16 \text{ unverheiratete Männer sind unter 30 Jahre alt.}$$

Wir schreiben die Zahl 8 in das Mengenbild, streichen die 24 und schreiben dafür die Zahl 16.

$$42 - \underline{33} = \underline{9}; \quad 9 \text{ unverheiratete Männer sind über 30 Jahre alt.}$$

Wir schreiben die Zahl 33 in das Mengenbild, streichen die 42 und schreiben dafür die Zahl 9.

Probe:  $16 + 9 + 33 + 8 = 66$ .

- a) 13 unverheiratete Frauen sind unter 30 Jahre alt.  
4 unverheiratete Frauen sind über 30 Jahre alt.
- b) 16 unverheiratete Männer sind unter 30 Jahre alt.  
9 unverheiratete Männer sind über 30 Jahre alt.
- c) 5 verheiratete Frauen sind unter 30 Jahre alt.
- d) 33 verheiratete Männer sind über 30 Jahre alt.