

15 Statistik

15.1 Aufgaben und Grundbegriffe der Statistik

- Schüler: Alter, männlich–weiblich, Religionszugehörigkeit.
Mitarbeiter eines Industriebetriebes: gelernt–angelern–ungelernt, technischer Bereich–kaufmännischer Bereich.
Großhandelsbetrieb: Anzahl der Beschäftigten, Umsatz, Personalkosten, Gewinn.
Pkw: Hubraum, Verbrauch je 100 km, Jahressteuer.
Familie: Kinderzahl, Monatseinkommen, Monatsmiete.
- Körpergrößen von 12-jährigen Jungen: 200 12-jährige Jungen werden erfasst.
Verwendung des Monatseinkommens von 2 500 EUR–3 000 EUR in einem 4-Personen-Haushalt: 100 entsprechende Haushalte werden befragt.
Benutzung eines eigenen Pkw von Auszubildenden: 100 Auszubildende werden befragt.
- Zeitpunkterfassung: Warenbestand am 31. 12., Börsenkurs am 15. 10., produzierte Stück am 30. 06.
Zeitraumerfassung: Durchschnittlicher Lagerbestand, durchschnittliche Krankmeldungen in Tagen, durchschnittliche Produktionsmengen.

15.2 Erfassen des Zahlenmaterials

15.2.1 Strichliste. Tabellen

- Zählergebnisse der Kraftfahrzeuge auf der Straße ... in Richtung ... am ... von ... Uhr bis ... Uhr.

| Personenkraftwagen aus Zulassungsbezirk | | Lastkraftwagen aus Zulassungsbezirk | |
|---|---------|-------------------------------------|---------|
| eigener | fremder | eigener | fremder |
| | | | |

- Körpergröße und Körpergewicht der Schüler aus Klasse ...

| Körpergröße | | Körpergewicht | | Körpergröße | | Körpergewicht | |
|-------------|--------|---------------|--------|-------------|--------|---------------|--------|
| m | Anzahl | kg | Anzahl | m | Anzahl | kg | Anzahl |
| | | | | | | | |

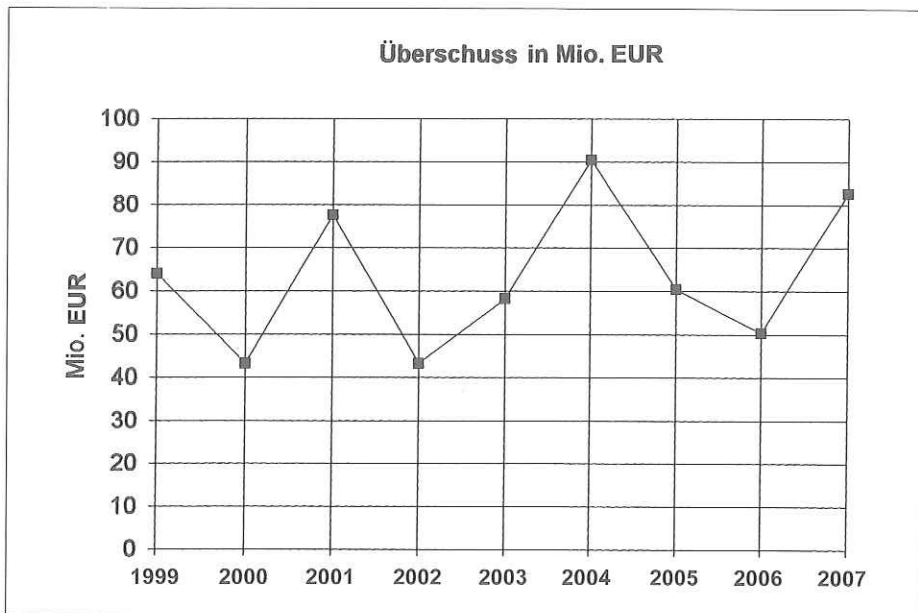
- Mitarbeiter am 31. 12.

| Alter in Jahren | männlich | | | | weiblich | | | | zusammen | | | |
|-----------------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|
| | gelernt | angelern | ungelernt | zusammen | gelernt | angelern | ungelernt | zusammen | gelernt | angelern | ungelernt | zusammen |
| unter 20 | 4 | 2 | 0 | 6 | 3 | 5 | 1 | 9 | 7 | 7 | 1 | 15 |
| 20–29 | 24 | 12 | 2 | 38 | 5 | 15 | 3 | 23 | 29 | 27 | 5 | 61 |
| 30–39 | 35 | 21 | 1 | 57 | 4 | 17 | 2 | 23 | 39 | 38 | 3 | 80 |
| 40–49 | 33 | 15 | 3 | 51 | 3 | 12 | 3 | 18 | 36 | 27 | 6 | 69 |
| 50–59 | 27 | 5 | 1 | 33 | 2 | 11 | 1 | 14 | 29 | 16 | 2 | 47 |
| ab 60 | 9 | 2 | 0 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 2 | 0 | 11 |
| | 132 | 57 | 7 | 196 | 17 | 60 | 10 | 87 | 149 | 117 | 17 | 283 |

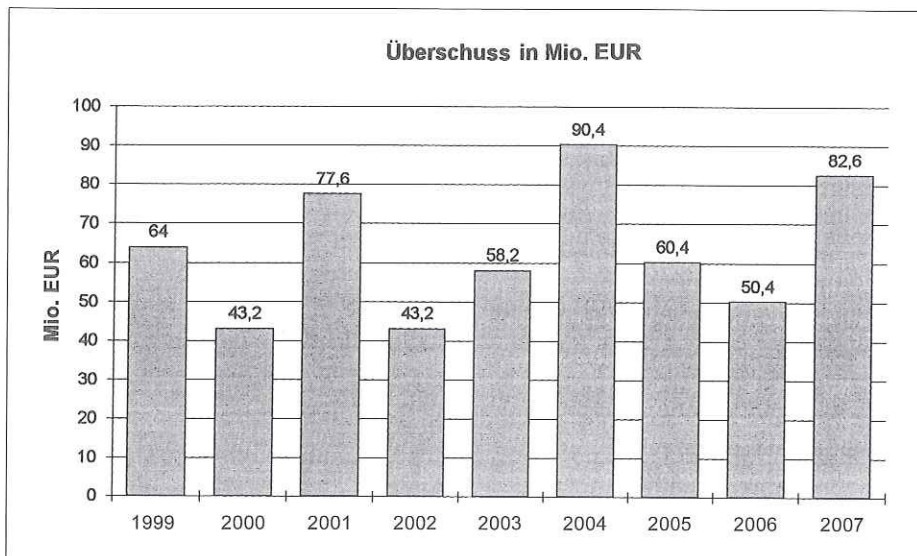
15.3 Grafische Darstellungsformen

15.3.1 Kurvendiagramm und Säulendiagramm

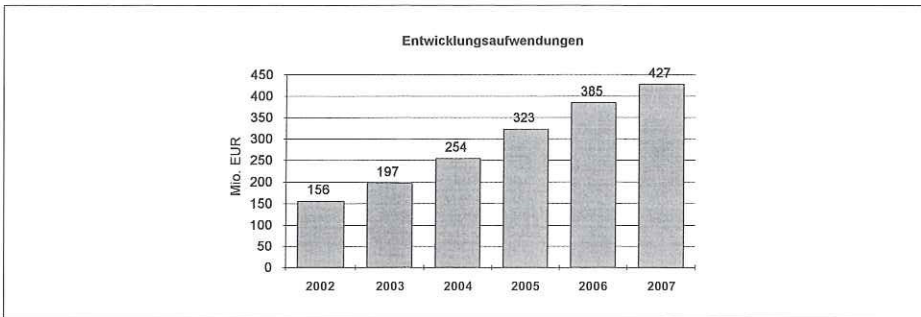
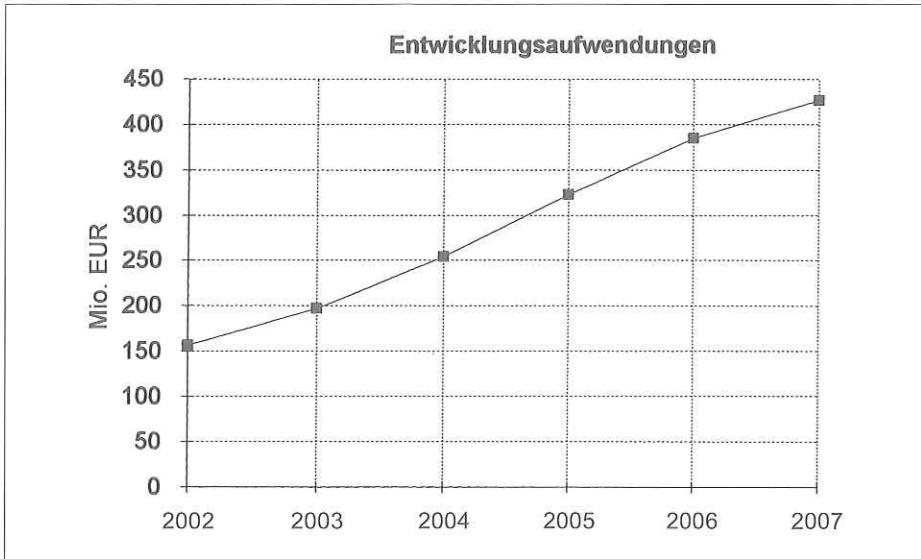
1. a)



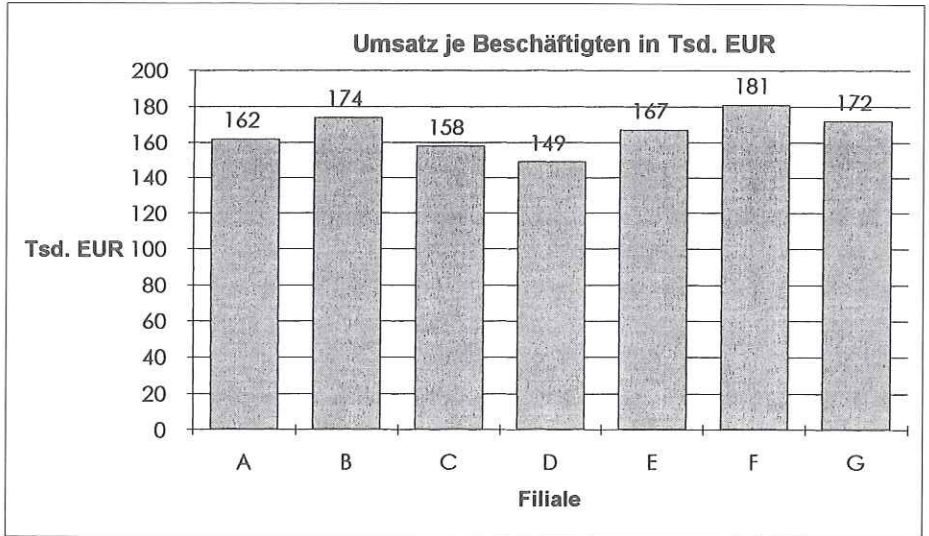
b)



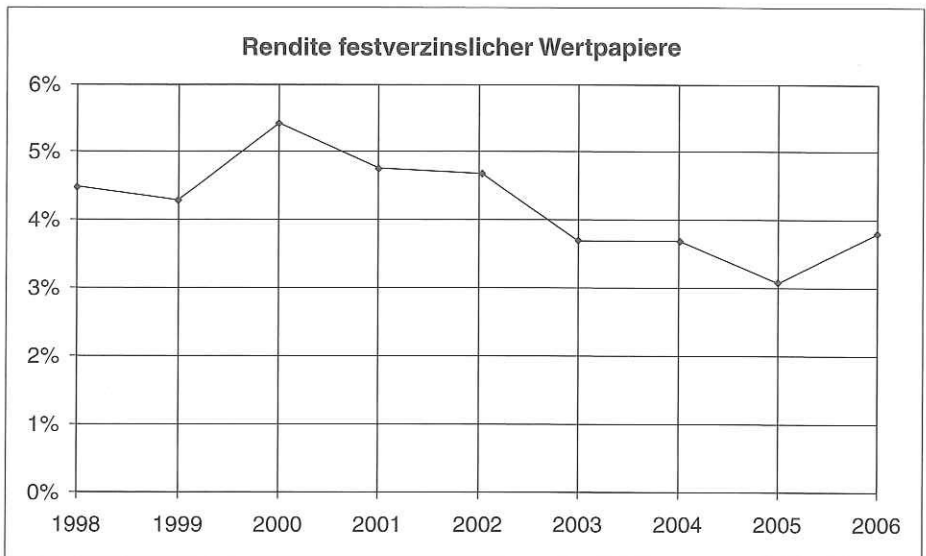
2.



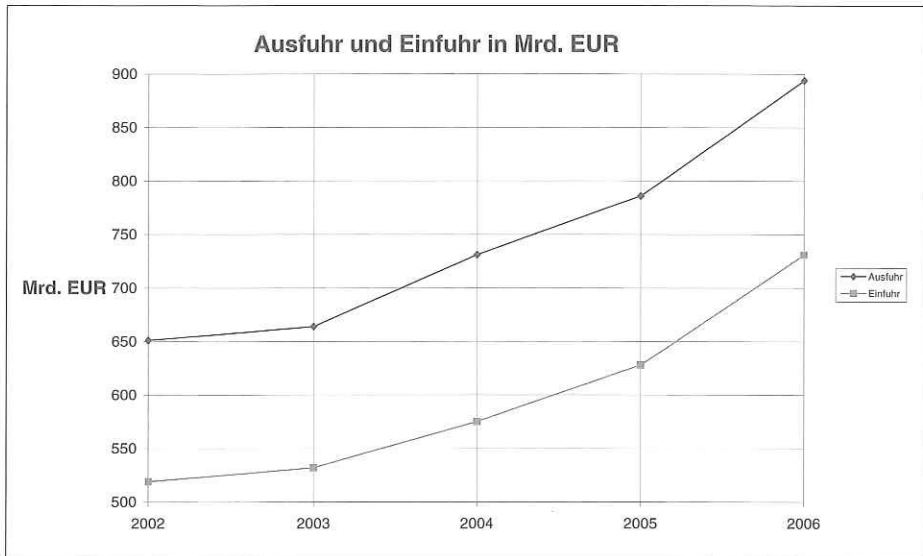
3.



4.

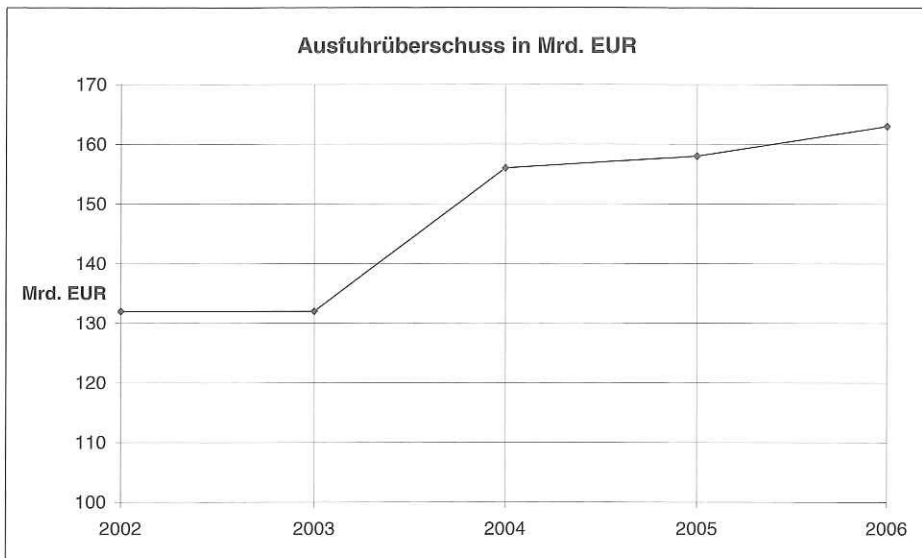


5. a)

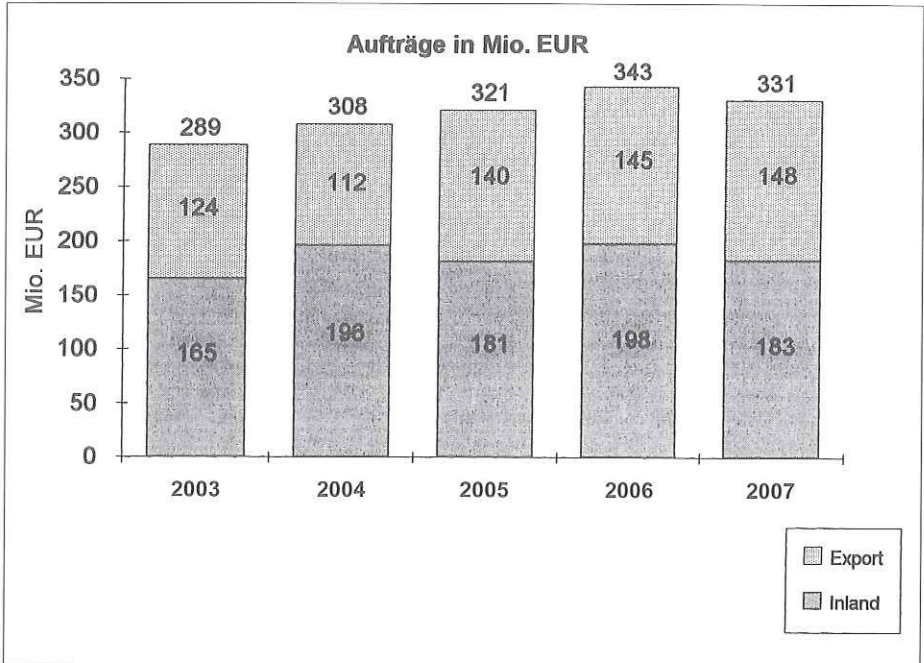


b) Überschuss der Ausfuhr über die Einfuhr in Mrd. EUR

| Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|----------|------|------|------|------|------|
| Mrd. EUR | 132 | 132 | 156 | 158 | 163 |



6.



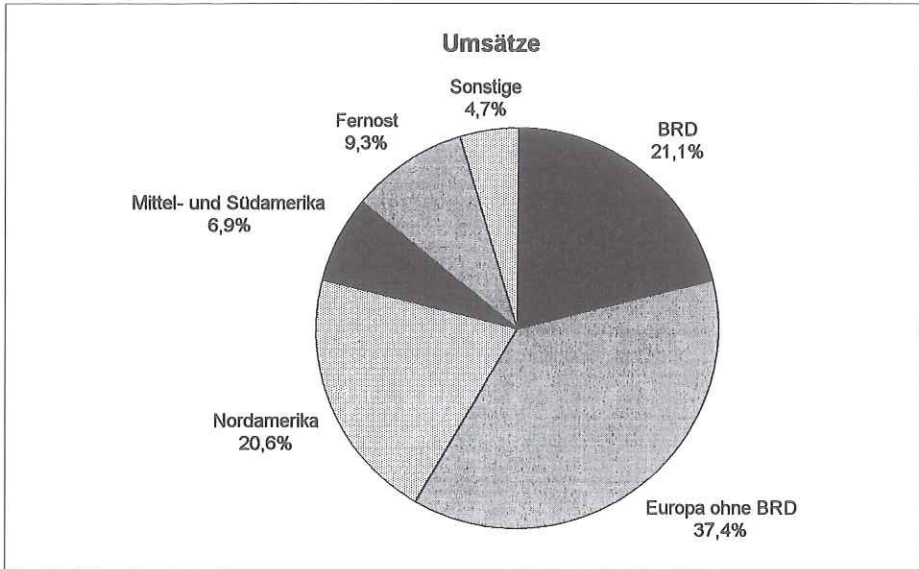
Exportaufträge in Mio. EUR

| Jahr | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|----------|------|------|------|------|------|
| Mio. EUR | 124 | 112 | 140 | 145 | 148 |

15.3.2 Flächendiagramm

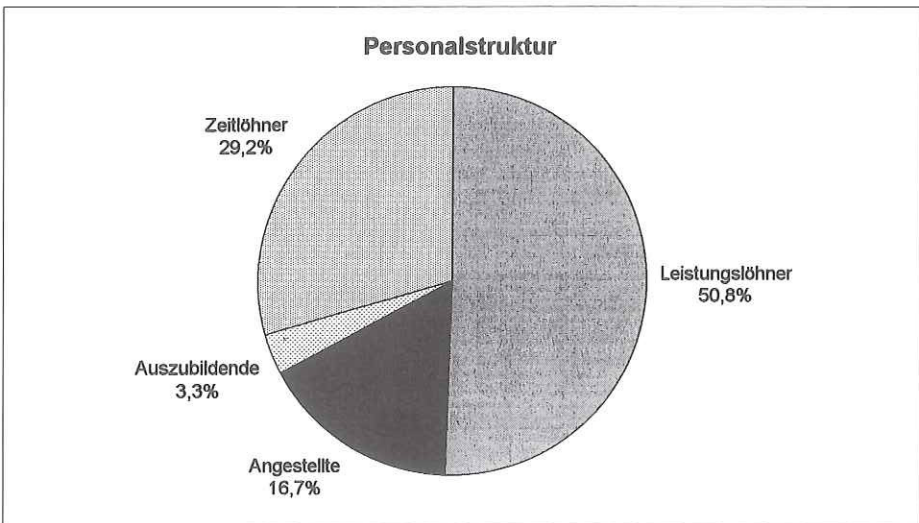
1. Umsätze nach Regionen in Mrd. EUR

| Region | Mrd. EUR | Prozent | Grad |
|----------------------------|----------|---------|------|
| Bundesrepublik Deutschland | 8,6 | 21,1 % | 76° |
| Europa ohne BRD | 15,2 | 37,4 % | 134° |
| Nordamerika | 8,4 | 20,6 % | 74° |
| Mittel- und Südamerika | 2,8 | 6,9 % | 25° |
| Fernost | 3,8 | 9,3 % | 34° |
| Afrika, Nah- und Mittelost | 1,9 | 4,7 % | 17° |
| insgesamt | 40,7 | 100,0 % | 360° |



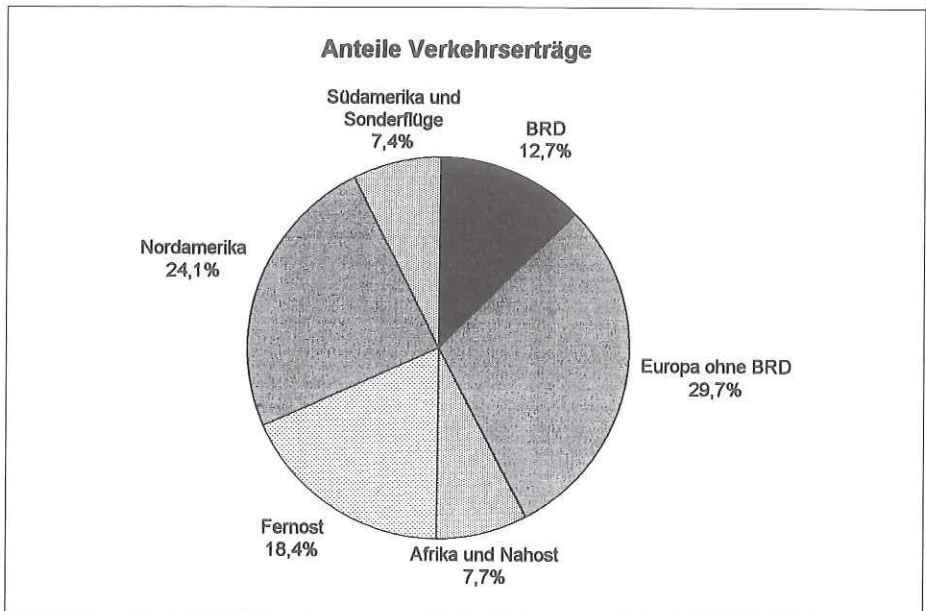
2. Personalstruktur am Jahresende

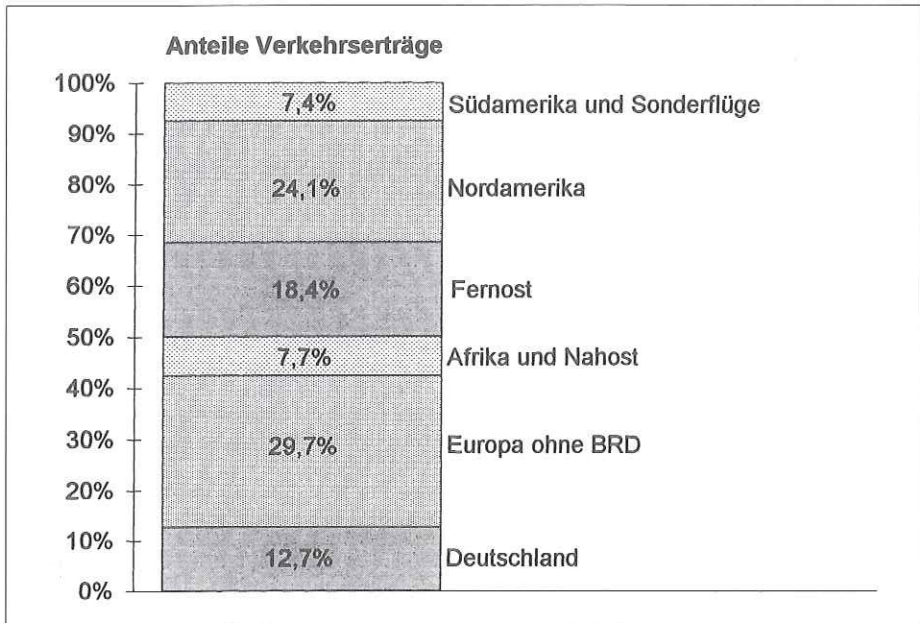
| Personal | Anzahl | Prozent | Grad |
|-----------------|---------|---------|------|
| Leistungslöhner | 67 166 | 50,8% | 183° |
| Angestellte | 22 012 | 16,7% | 60° |
| Auszubildende | 4 425 | 3,3% | 12° |
| Zeitlöhner | 38 585 | 29,2% | 105° |
| insgesamt | 132 188 | 100,0% | 360° |



3. Verkehrserträge in Mio. EUR nach Strecken

| Strecken | Mio. EUR | Prozent | Grad |
|----------------------------|----------|---------|------|
| Bundesrepublik Deutschland | 1 060 | 12,7% | 46° |
| Europa ohne BRD | 2 487 | 29,7% | 107° |
| Afrika und Nahost | 646 | 7,7% | 28° |
| Fernost | 1 543 | 18,4% | 66° |
| Nordamerika | 2 014 | 24,1% | 87° |
| Südamerika und Sonderflüge | 620 | 7,4% | 27° |
| insgesamt | 8 370 | 100,0% | 360° |

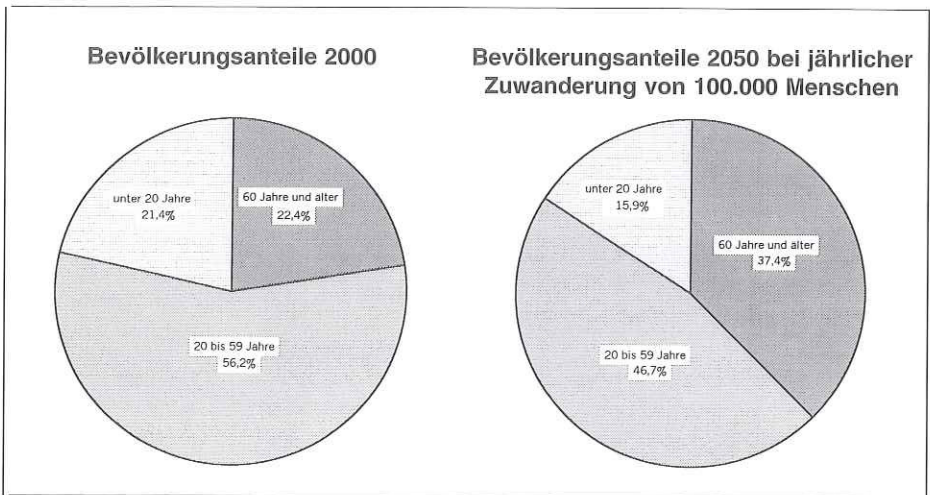




15.3.3 Bildstatistik und Kartogramm

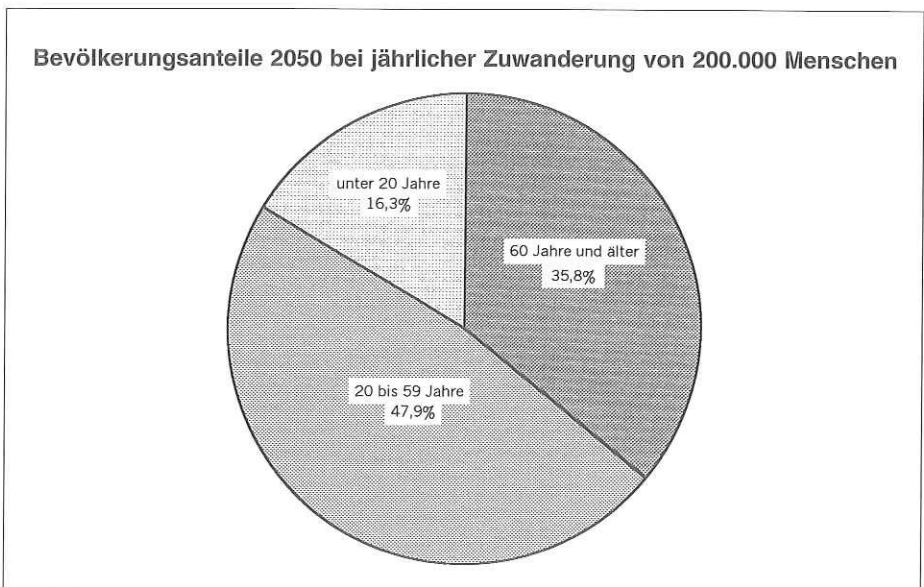
1. Zusammensetzung der Bevölkerung der BRD in den Jahren 2000 und 2050 bei jährlicher Zuwanderung von 100 000 Menschen

| Anteile | 2000 | | 2050 | |
|--------------------|---------|------|---------|------|
| | Prozent | Grad | Prozent | Grad |
| 60 Jahre und älter | 22,4% | 81° | 37,4% | 135° |
| 20 bis 59 Jahre | 56,2% | 202° | 46,7% | 168° |
| unter 20 Jahre | 21,4% | 77° | 15,9% | 57° |
| insgesamt | 100% | 360° | 100% | 360° |

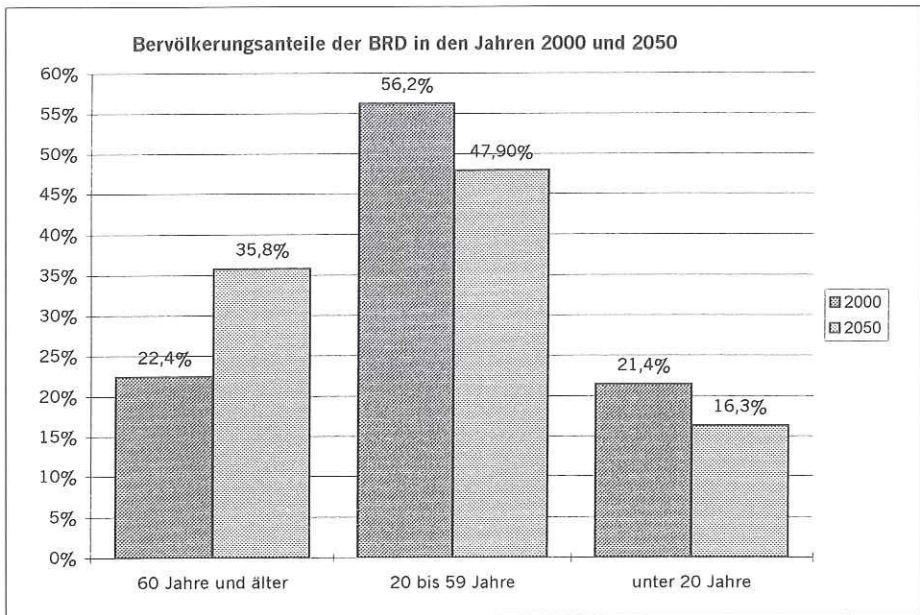


2. Zusammensetzung der Bevölkerung der BRD im Jahr 2050 bei jährlicher Zuwanderung von 200 000 Menschen

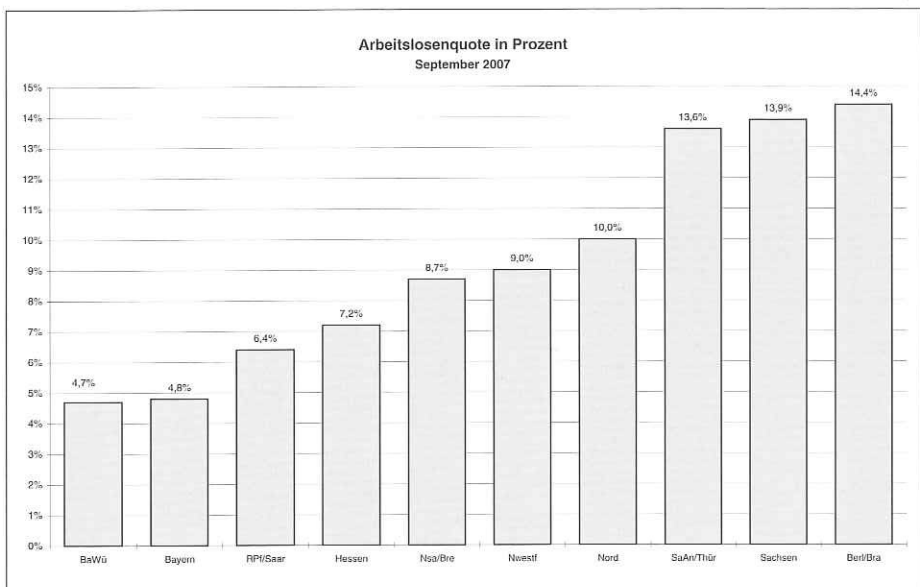
| Anteile | 2050 | | |
|--------------------|---------|------|----------------|
| | Prozent | Grad | Anzahl in Mio. |
| 60 Jahre und älter | 35,8% | 129° | 25,2 |
| 20 bis 59 Jahre | 47,9% | 172° | 33,7 |
| unter 20 Jahre | 16,3% | 59° | 11,5 |
| insgesamt | 100 % | 360° | 70,4 |



3.



4.



| 4. | Bundesland | in Tsd. | % | qkm | % |
|----|------------------------|---------|--------|--------|--------|
| | Schleswig-Holstein | 2833 | 3,4% | 15769 | 4,4% |
| | Hamburg | 1744 | 2,1% | 755 | 0,2% |
| | Niedersachsen | 7994 | 9,7% | 47613 | 13,3% |
| | Bremen | 663 | 0,8% | 404 | 0,1% |
| | Nordrhein-Westfalen | 18058 | 21,9% | 34080 | 9,6% |
| | Hessen | 6092 | 7,4% | 21115 | 5,9% |
| | Rheinland-Pfalz | 4059 | 4,9% | 19847 | 5,6% |
| | Baden-Württemberg | 10736 | 13,0% | 35752 | 10,0% |
| | Bayern | 12469 | 15,1% | 70548 | 19,8% |
| | Saarland | 1050 | 1,3% | 2570 | 0,7% |
| | Berlin | 3395 | 4,1% | 890 | 0,2% |
| | Mecklenburg-Vorpommern | 1707 | 2,1% | 23171 | 6,5% |
| | Brandenburg | 2559 | 3,1% | 29476 | 8,3% |
| | Sachsen-Anhalt | 2470 | 3,0% | 20447 | 5,7% |
| | Thüringen | 2335 | 2,8% | 16172 | 4,5% |
| | Sachsen | 4274 | 5,2% | 18413 | 5,2% |
| | Bundesgebiet | 82438 | 100,0% | 357022 | 100,0% |

größte Bevölkerungsanteile:

Nordrhein-Westfalen, Bayern, Baden-Württemberg

größte Flächenanteile:

Bayern, Niedersachsen, Baden-Württemberg

15.4 Rechnerische Umformung und Auswertung des Zahlenmaterials

15.4.1 Absolute und relative Häufigkeit

1. Noten im Fach Mathematik der Klasse ...

| Note | abs. H. H | rel. H. H' | Prozent |
|------|--------------|---------------|---------|
| 1 | 3 | 0,158 | 15,8 % |
| 2 | 7 | 0,368 | 36,8 % |
| 3 | 6 | 0,316 | 31,6 % |
| 4 | 3 | 0,158 | 15,8 % |
| 5 | 0 | 0,000 | 0,0 % |
| 6 | 0 | 0,000 | 0,0 % |
| | 19 | 1,000 | 100,0 % |

2. Mitarbeiter am 31. 12.

| Alter in Jahren | männlich | | | weiblich | | |
|--------------------|--------------|---------------|---------|--------------|---------------|---------|
| | abs. H. H | rel. H. H' | Prozent | abs. H. H | rel. H. H' | Prozent |
| unter 20 | 5 | 0,030 | 3,0 % | 7 | 0,101 | 10,1 % |
| 20–29 | 29 | 0,177 | 17,7 % | 18 | 0,261 | 26,1 % |
| 30–39 | 41 | 0,250 | 25,0 % | 19 | 0,275 | 27,5 % |
| 40–49 | 47 | 0,287 | 28,7 % | 14 | 0,203 | 20,3 % |
| 50–59 | 33 | 0,201 | 20,1 % | 11 | 0,159 | 15,9 % |
| ab 60 | 9 | 0,055 | 5,5 % | 0 | 0,000 | 0,0 % |
| | 164 | 1,000 | 100,0 % | 69 | 1,000 | 100,0 % |

3. Mitarbeiter am 31. 12.

| Alter in Jahren | technische Abteilung | | | kaufmännische Abteilung | | |
|--------------------|----------------------|---------------|---------|-------------------------|---------------|---------|
| | abs. H. H | rel. H. H' | Prozent | abs. H. H | rel. H. H' | Prozent |
| unter 20 | 11 | 0,062 | 6,2 % | 6 | 0,086 | 8,6 % |
| 20–29 | 33 | 0,186 | 18,6 % | 17 | 0,243 | 24,3 % |
| 30–39 | 48 | 0,271 | 27,1 % | 15 | 0,214 | 21,4 % |
| 40–49 | 45 | 0,254 | 25,4 % | 16 | 0,229 | 22,9 % |
| 50–59 | 34 | 0,192 | 19,2 % | 12 | 0,171 | 17,1 % |
| ab 60 | 6 | 0,034 | 3,4 % | 4 | 0,057 | 5,7 % |
| | 177 | 1,000 | 100,0 % | 70 | 1,000 | 100,0 % |

15.4.2 Verhältniszahlen

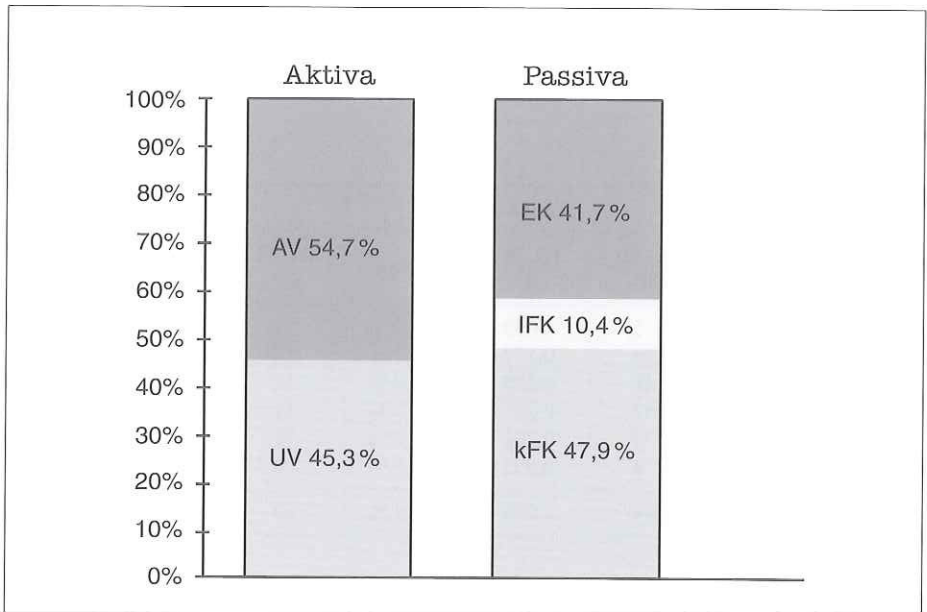
15.4.2.1 Gliederungszahlen

1. Aktiva

Bilanz

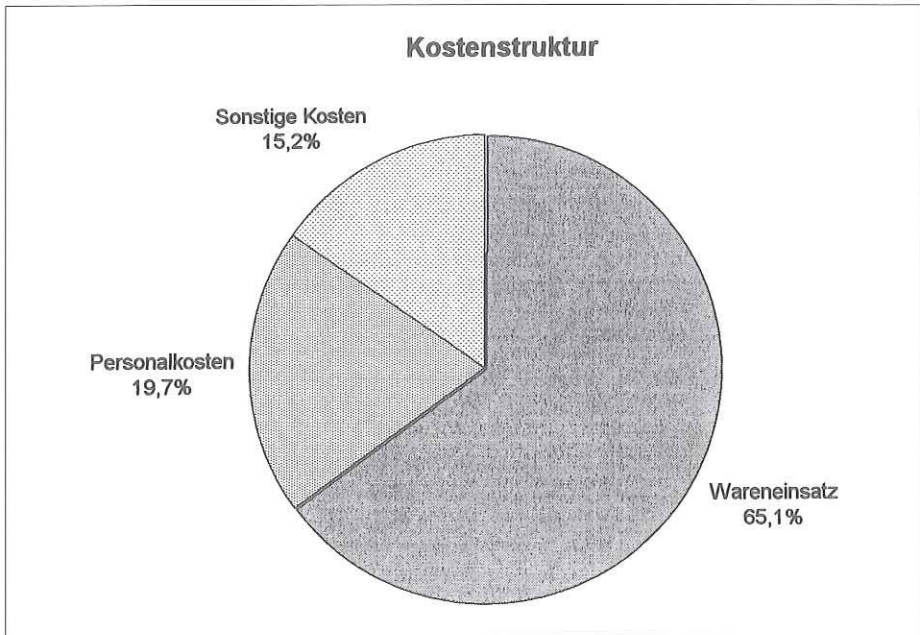
Passiva

| | | | | | |
|----------------|-----|---------|--------------|-----|---------|
| Anlagevermögen | 105 | 54,7 % | Eigenkapital | 80 | 41,7 % |
| Umlaufvermögen | 87 | 45,3 % | Fremdkapital | 20 | 10,4 % |
| | | | langfristig | 92 | 47,9 % |
| | | | kurzfristig | | |
| | 192 | 100,0 % | | 192 | 100,0 % |



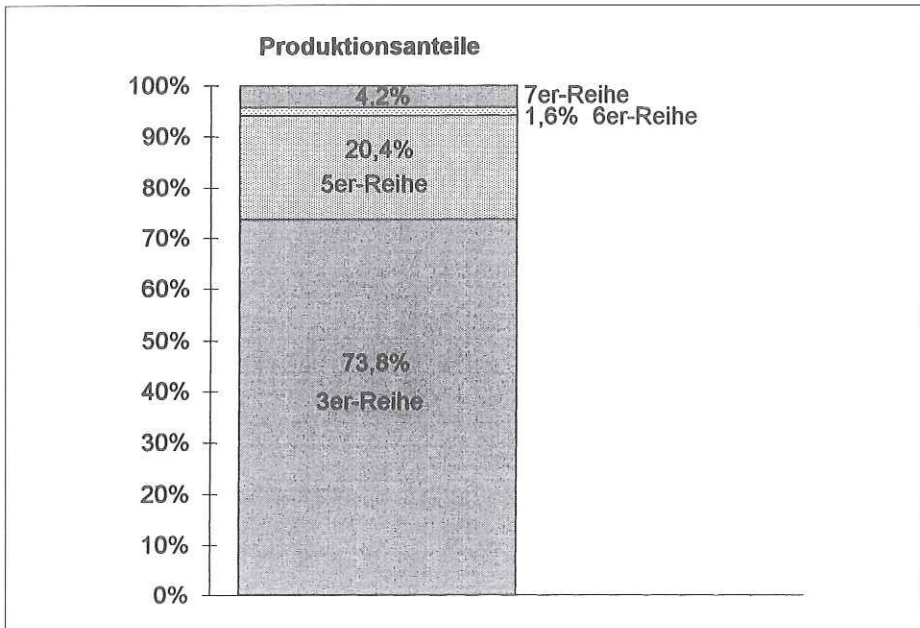
2.

| | Tsd. EUR | Prozent | Grad |
|---------------------|----------|---------|------|
| Wareneinsatz | 3868 | 65,1 % | 234° |
| Personalkosten | 1168 | 19,7 % | 71° |
| Raumkosten | 245 | 4,1 % | |
| Steuern | 131 | 2,2 % | 55° |
| Fuhrparkkosten | 192 | 3,2 % | |
| Allg. Verwaltungsk. | 154 | 2,6 % | |
| Abschreibungen | 182 | 3,1 % | |
| | 5940 | 100,0 % | 360° |



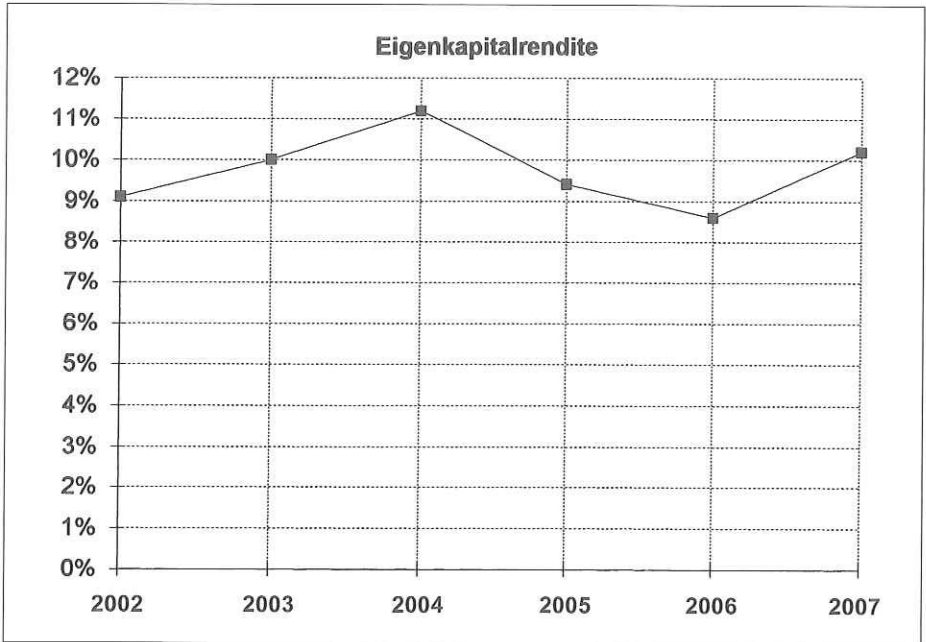
3.

| Produktionsreihe | 3er-Reihe | 5er-Reihe | 6er-Reihe | 7er-Reihe | Gesamt |
|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|
| Tsd. Einheiten | 329,1 | 91,0 | 7,1 | 18,9 | 446,1 |
| Prozent | 73,8% | 20,4% | 1,6% | 4,2% | 100,0% |



15.4.2.2 Beziehungszahlen

| | | | | | | | |
|----|--------------------------|------|------|------|------|------|------|
| 1. | Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
| | Eigenkapitalrendite in % | 9,1 | 10,0 | 11,2 | 9,4 | 8,6 | 10,2 |



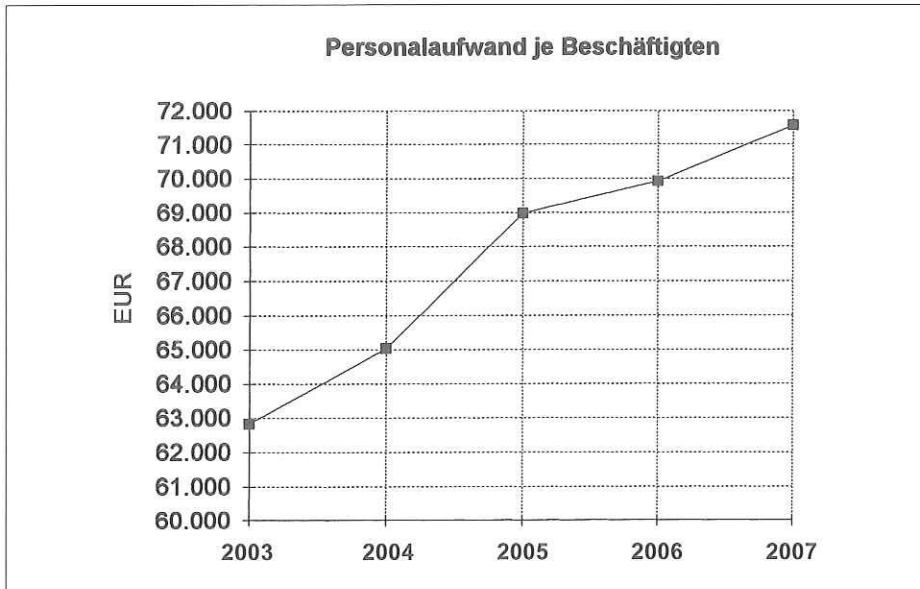
| | | | |
|----|----------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 2. | | 1. Jahr | 2. Jahr |
| | Umsatzrendite | $\frac{335}{18\ 600} = 1,8\%$ | $\frac{355}{20\ 700} = 1,7\%$ |
| | Eigenkapitalrendite | $\frac{335}{3\ 500} = 9,6\%$ | $\frac{355}{3\ 590} = 9,9\%$ |
| | Gesamtkapitalrendite | $\frac{475}{8\ 700} = 5,5\%$ | $\frac{493}{8\ 760} = 5,6\%$ |

Beachten Sie: $\frac{335}{18\ 600} = 0,018 = 1,8\%$

Im zweiten Jahr fällt die Umsatzrendite von 1,8% auf 1,7%, dagegen steigt die Eigenkapitalrendite von 9,6% auf 9,9%, die Rendite des Gesamtkapitals von 5,5% auf 5,6%.

3. Umsatzerlöse und Personalaufwand je Beschäftigten

| Jahr | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| EUR Umsatzerlöse je B. | 173 317 | 178 185 | 227 566 | 175 432 | 172 334 |
| EUR Personalaufwand je B. | 62 832 | 65 028 | 68 973 | 69 901 | 71 566 |



4.

| | Bilanz 1. Jahr | Bilanz 2. Jahr | Veränderung |
|-----------------------------------|---|---|-------------|
| Eigenkapitalanteil | $\frac{440\,000}{1\,210\,000} = 36,4\%$ | $\frac{460\,000}{1\,200\,000} = 38,3\%$ | + 1,9 % |
| Verschuldungsgrad | $\frac{770\,000}{440\,000} = 175,0\%$ | $\frac{740\,000}{460\,000} = 160,9\%$ | - 14,1 % |
| Anlagendeckung durch Eigenkapital | $\frac{440\,000}{490\,000} = 89,8\%$ | $\frac{460\,000}{470\,000} = 93,9\%$ | + 4,1 % |
| Anlagendeckung durch EK + lfr. FK | $\frac{620\,000}{490\,000} = 126,5\%$ | $\frac{630\,000}{470\,000} = 134,0\%$ | + 7,5 % |
| Anteil des Anlagevermögens | $\frac{490\,000}{1\,210\,000} = 40,5\%$ | $\frac{470\,000}{1\,200\,000} = 39,2\%$ | - 1,3 % |
| Anlagenintensität | $\frac{490\,000}{720\,000} = 68,1\%$ | $\frac{470\,000}{730\,000} = 64,4\%$ | - 3,7 % |
| Barliquidität | $\frac{80\,000}{590\,000} = 13,6\%$ | $\frac{90\,000}{570\,000} = 15,8\%$ | + 2,2 % |
| einzugsbedingte Liquidität | $\frac{560\,000}{590\,000} = 94,9\%$ | $\frac{580\,000}{570\,000} = 101,8\%$ | + 6,9 % |

Beachten Sie: $440\,000 : 1\,210\,000 = 0,364 = 36,4\%$

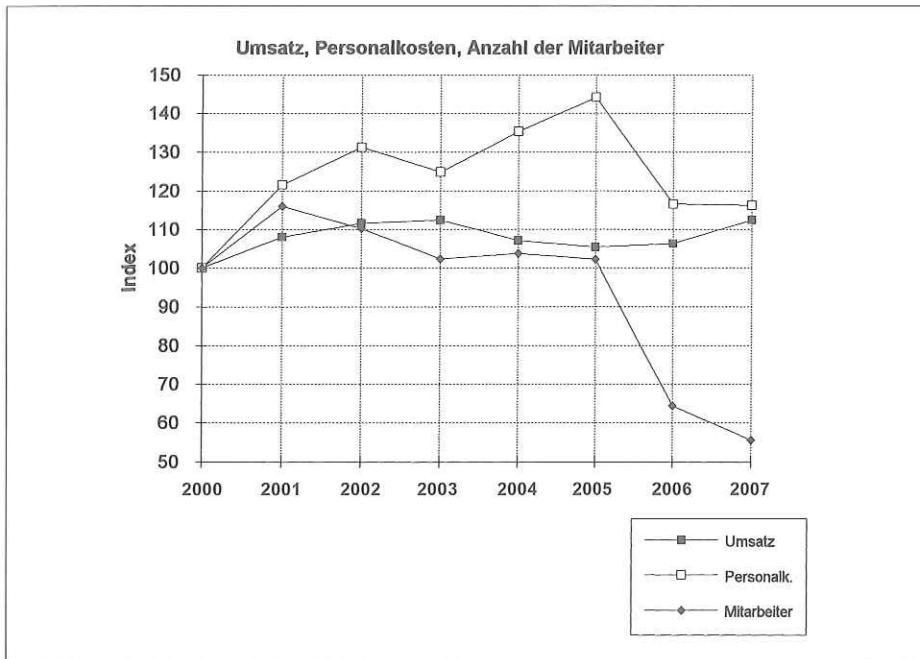
5.

| | Bilanz 1. Jahr | Bilanz 2. Jahr | Veränderung |
|-----------------------------------|---|---|-------------|
| Eigenkapitalanteil | $\frac{480\,000}{1\,330\,000} = 36,1\%$ | $\frac{510\,000}{1\,320\,000} = 38,6\%$ | + 2,5 % |
| Verschuldungsgrad | $\frac{850\,000}{480\,000} = 177,1\%$ | $\frac{820\,000}{510\,000} = 158,8\%$ | - 18,3 % |
| Anlagendeckung durch Eigenkapital | $\frac{480\,000}{540\,000} = 88,9\%$ | $\frac{510\,000}{520\,000} = 98,1\%$ | + 9,2 % |
| Anlagendeckung durch EK + lfr. FK | $\frac{685\,000}{540\,000} = 126,9\%$ | $\frac{700\,000}{520\,000} = 134,6\%$ | + 7,7 % |
| Anteil des Anlagevermögens | $\frac{540\,000}{1\,330\,000} = 40,6\%$ | $\frac{520\,000}{1\,320\,000} = 39,4\%$ | - 1,2 % |
| Anlagenintensität | $\frac{540\,000}{790\,000} = 68,4\%$ | $\frac{520\,000}{800\,000} = 65,0\%$ | - 3,4 % |
| Barliquidität | $\frac{90\,000}{645\,000} = 14,0\%$ | $\frac{95\,000}{620\,000} = 15,3\%$ | + 1,3 % |
| einzugsbedingte Liquidität | $\frac{610\,000}{645\,000} = 94,6\%$ | $\frac{635\,000}{620\,000} = 102,4\%$ | + 7,8 % |

Beachten Sie: $480\,000 : 1\,330\,000 = 0,361 = 36,1\%$

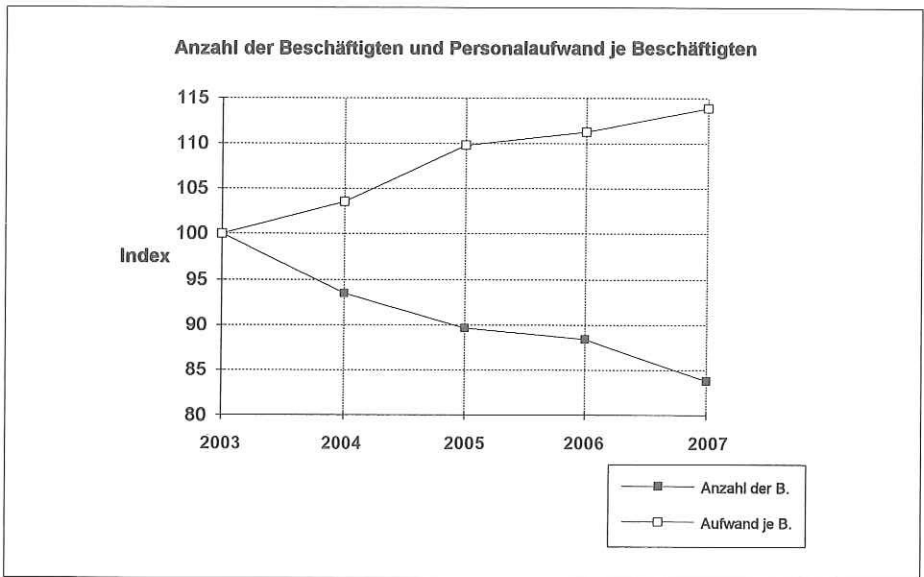
15.4.2.3 Indexzahlen (Messzahlen)

| 1. | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Umsatz | 100,0 | 108,0 | 111,6 | 112,5 | 107,1 | 105,4 | 106,3 | 112,5 |
| Personal- kosten | 100,0 | 121,6 | 131,3 | 124,9 | 135,3 | 144,2 | 116,6 | 116,3 |
| Anzahl der Mitarbeiter | 100,0 | 116,0 | 110,3 | 102,4 | 103,8 | 102,3 | 64,4 | 55,7 |



Die Umsatzkurve verläuft annähernd konstant, während die Personalkurve und die Mitarbeiterkurve Schwankungen aufweisen. Auffallend ist im Jahr 2001 der starke Anstieg der Personalkosten (21,6 %) und der Mitarbeiterzahl (16,0 %) gegenüber der Umsatzsteigerung (8,0 %). Im Jahr 2006 geht die Mitarbeiterzahl sehr stark zurück (37 % gegenüber dem Vorjahr); die Personalkosten fallen 2006 ebenfalls stark (19,1 % gegenüber dem Vorjahr), während der Umsatz in diesem Jahr leicht ansteigt (0,9 % gegenüber dem Vorjahr).

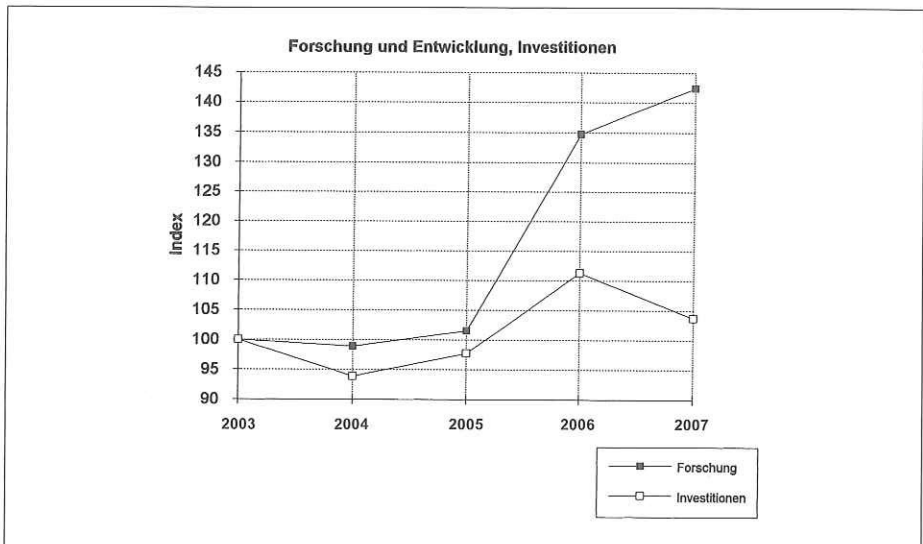
| 2. | Jahr | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|----|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | Zahl der Beschäftigten | 100,0 | 93,5 | 89,7 | 88,4 | 83,8 |
| | Personalaufwand je Beschäftigten | 100,0 | 103,5 | 109,8 | 111,3 | 113,9 |



Die Personalaufwendungen steigen stetig. Dagegen fällt die Zahl der Beschäftigten von Jahr zu Jahr.

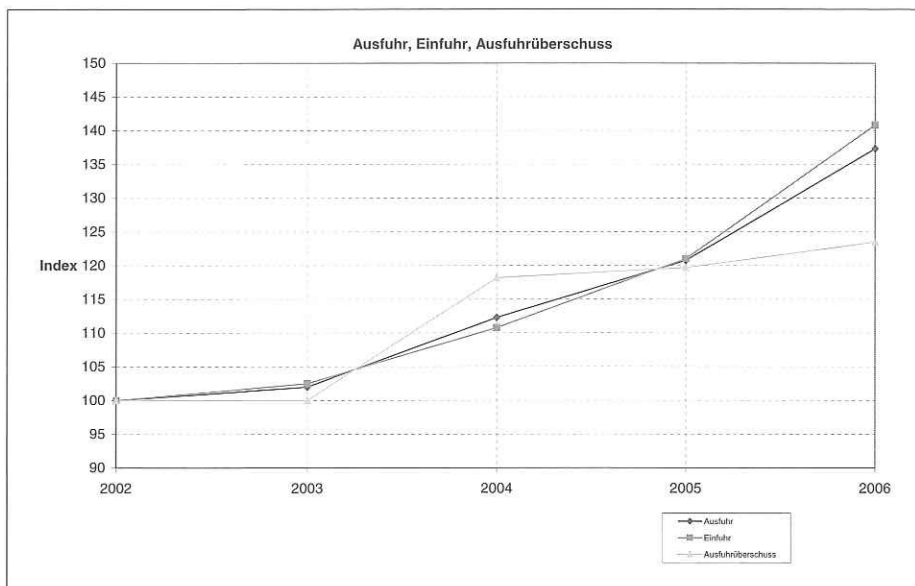
3.

| Jahr | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---------------|-------|------|-------|-------|-------|
| Forschung | 100,0 | 98,9 | 101,5 | 134,7 | 142,4 |
| Investitionen | 100,0 | 93,9 | 97,7 | 111,3 | 103,7 |



Auffallend ist der starke Anstieg der Aufwendungen für Forschung und Entwicklung (besonders großer Anstieg) und für Investitionen im Jahr 2006. 2007 sind die Investitionen rückläufig, während die Aufwendungen für Forschung und Entwicklung weiterhin steigen.

| 4. Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| Ausfuhr | 100 | 102,0 | 112,3 | 120,7 | 137,3 |
| Einfuhr | 100 | 102,5 | 110,8 | 121,0 | 140,8 |
| Ausfuhrüberschuss | 100 | 100,0 | 118,2 | 119,7 | 123,5 |



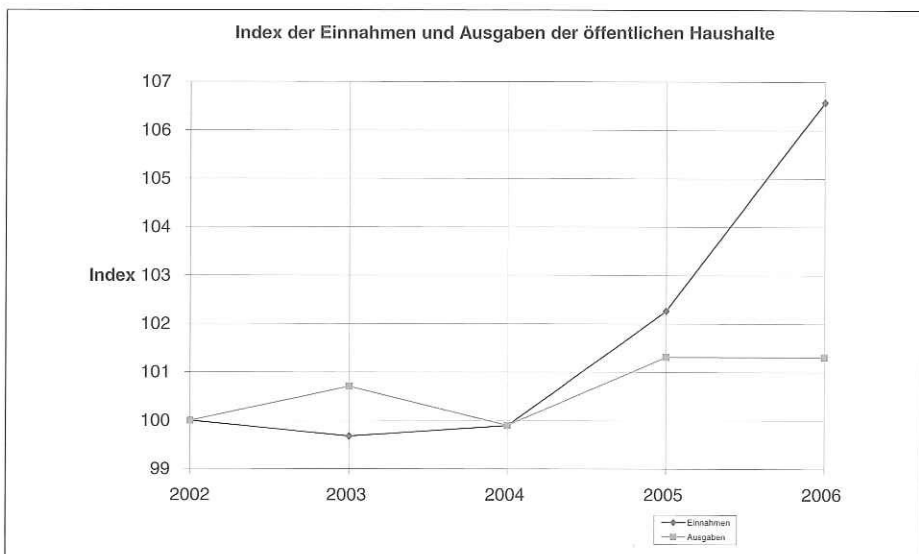
Der Ausfuhrindex steigt 2003 gering und steigt von 2004 bis 2006 stetig.

Der Einfuhrindex steigt 2003 gering, steigt 2004 bis 2006 stetig und 2006 stärker.

Der Index für Ausfuhrüberschuss ist 2003 gleichbleibend, steigt 2004 stark und in 2005 und 2006 gering.

5. a)

| Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-----------|------|-------|------|-------|-------|
| Einnahmen | 100 | 99,7 | 99,9 | 102,3 | 106,6 |
| Ausgaben | 100 | 100,7 | 99,9 | 101,3 | 101,3 |

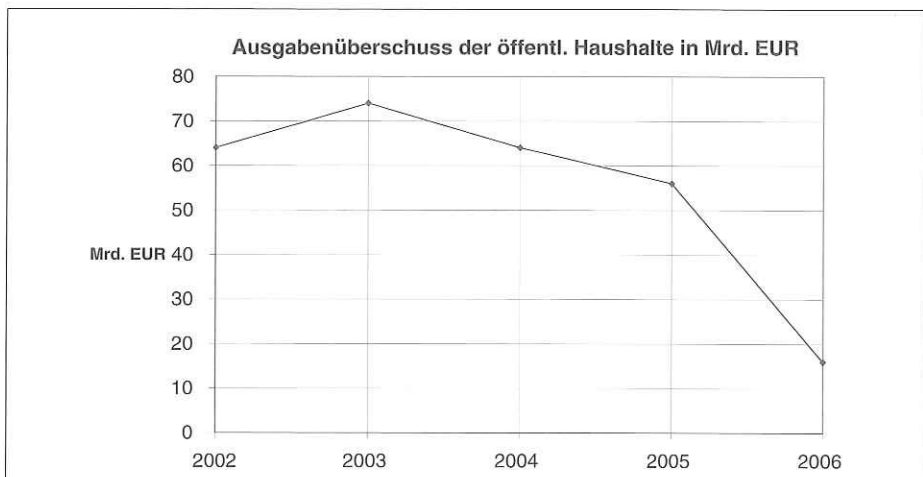


Die Indexkurve für Einnahmen ist 2003 leicht fallend, 2004 leicht steigend und in 2005 und 2006 stark steigend, insbesondere in 2006.

Der Ausgabenindex steigt 2003 leicht, fällt 2004 gering, steigt 2005 und ist 2006 gleichbleibend.

b)

| Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-----------------------------|------|------|------|------|------|
| Ausgabenüberschuss Mrd. EUR | 64 | 74 | 64 | 56 | 16 |



2003 steigt der Ausgabenüberschuss, er ist 2004 und 2005 rückläufig und nimmt 2006 stark ab.

15.4.3 Statistische Mittelwerte

15.4.3.1 Einfaches und gewogenes arithmetisches Mittel

1.

| Posten | Menge kg | Preis in EUR je 100 kg | Gesamtpreis EUR |
|-----------------------------|-------------|---------------------------|--------------------|
| 1 | 3200 | 452,00 | 14464,00 |
| 2 | 3600 | 449,00 | 16164,00 |
| 3 | 3800 | 447,00 | 16986,00 |
| 4 | 4200 | 450,00 | 18900,00 |
| 5 | 4800 | 453,00 | 21744,00 |
| 6 | 5400 | 455,00 | 24570,00 |
| | 25000 | 2706,00 | 112828,00 |
| einfacher Durchschnitt m | | | 451,00 |
| gewogener Durchschnitt m' | | | 451,31 |

2. Einfacher Durchschnitt $m = \frac{973 \text{ Mio. EUR}}{7} = 139 \text{ Mio. EUR}$

3. Einfacher Durchschnitt $m = \frac{53}{19} = 2,79$

Gewogener Durchschnitt $m' = \frac{2 + 10 + 24 + 12 + 5}{19} = \frac{53}{19} = 2,79$

Einfacher und gewogener Durchschnitt sind gleich, weil die Summe der Schüler gleich der Summe der absoluten Häufigkeiten ist.

4.

| Posten | Menge Liter | Preis in EUR je 100 Liter | Gesamtpreis EUR |
|--|----------------|------------------------------|--------------------|
| 1 | 30200 | 71,80 | 21683,60 |
| 2 | 25800 | 70,40 | 18163,20 |
| 3 | 58300 | 68,60 | 39993,80 |
| 4 | 28000 | 67,50 | 18900,00 |
| 5 | 57200 | 68,20 | 39010,40 |
| 6 | 59800 | 69,80 | 41740,40 |
| | 259300 | 416,30 | 179491,40 |
| einfacher Durchschnitt $m = \frac{416,30}{6} = 69,38$ | | | |
| gewogener Durchschnitt $m' = \frac{179491,40}{2593} = 69,22$ | | | |

| 5. Monat | EUR | Liter | gefahrenes km | EUR je Liter | Liter auf 100 km |
|-----------|---------|---------|---------------|--------------|------------------|
| Juli | 280,10 | 219,0 | 3 320 | 1,279 | 6,6 |
| August | 223,07 | 178,6 | 2 730 | 1,249 | 6,5 |
| September | 391,99 | 308,9 | 4 580 | 1,269 | 6,7 |
| Oktober | 440,61 | 336,6 | 4 875 | 1,309 | 6,9 |
| November | 385,62 | 301,5 | 4 330 | 1,279 | 7,0 |
| Dezember | 290,71 | 220,4 | 3 125 | 1,319 | 7,1 |
| | 2012,10 | 1 565,0 | 22 960 | 7,704 | 40,8 |
| m | 335,35 | 260,8 | 3 837 | 1,284 | 6,80 |
| m' | | | | 1,286 | 6,82 |

$$m = \frac{7,704}{6} = 1,284$$

$$m = \frac{40,8}{6} = 6,80$$

$$m' = \frac{2012,10}{1 565} = 1,286$$

$$m' = \frac{1 565}{229,60} = 6,82$$

15.4.3.2 Häufigster Wert (Modus) und Zentralwert (Median)

1. 66,50 EUR, 68,70 EUR, 68,90 EUR, 69,50 EUR, 69,50 EUR, 69,50 EUR, **69,80 EUR**, 69,90 EUR, 70,60 EUR, 70,80 EUR, 71,90 EUR, 72,60 EUR, 74,20 EUR.

häufigster Wert $h = 69,50$ EUR

Zentralwert $z = 69,80$ EUR

$$\text{Durchschnittswert } m = \frac{912,40 \text{ EUR}}{13} = 70,18 \text{ EUR}$$

2. 1,249 EUR 1,259 EUR 1,259 EUR 1,269 EUR **1,279 EUR** **1,279 EUR**
 1,289 EUR 1,289 EUR 1,289 EUR 1,319 EUR

häufigster Wert $h = 1,289$ EUR

$$\text{Zentralwert } z = \frac{1,279 \text{ EUR} + 1,279 \text{ EUR}}{2} = 1,279 \text{ EUR}$$

$$\text{Durchschnittswert } m = \frac{12,780 \text{ EUR}}{10} = 1,278 \text{ EUR}$$

3. 60, 64, 75, 75, 79, 87, 147, 170, 202, 213, 283, 424.

$$\text{Zentralwert} = \frac{87 + 147}{2} = 117$$

$$\text{Durchschnittswert } m = \frac{1879}{12} = 156,6$$

Der häufigste Wert ist nicht aussagefähig, weil die Zahlen der Reihe stark gestreut sind.
Die Differenz zwischen Zentralwert und Durchschnittswert entsteht durch den Extremwert 424, der den Durchschnittswert stark erhöht.

15.4.3.3 Geometrisches Mittel

1. Wachstumsfaktoren 1,04; 1,1; 1,075

Mittlerer Wachstumsfaktor:

$$f_m = \sqrt[3]{1,04 \cdot 1,1 \cdot 1,075} = \sqrt[3]{1,2298} = 1,0713832 \approx 1,0714$$

$$\text{Probe: } 1\,500\,000 \text{ EUR} \cdot 1,0713832^3 = 1\,844\,700 \text{ EUR}$$

Voraussichtlicher Umsatz in 3 Jahren:

$$1\,844\,700 \text{ EUR} \cdot 1,0714^3 = 2\,268\,719 \text{ EUR}$$

2. $f_m = \sqrt[5]{1,05 \cdot 1,09 \cdot 1,03 \cdot 0,98 \cdot 1,07} = \sqrt[5]{1,2361264} = 1,043308 \approx 1,0433$

Voraussichtlicher Produktionswert in den nächsten 3 Jahren:

$$3\,428\,600 \text{ EUR} \cdot 1,0433 = 3\,577\,058 \text{ EUR}$$

$$3\,428\,600 \text{ EUR} \cdot 1,0433^2 = 3\,731\,945 \text{ EUR}$$

$$3\,428\,600 \text{ EUR} \cdot 1,0433^3 = 3\,893\,538 \text{ EUR}$$

3. $f_m = \sqrt[10]{1,6878472} = 1,0537396 \approx 1,0537$

Voraussichtlicher Umsatz in den nächsten 5 Jahren:

$$4\,588\,500 \text{ EUR} \cdot 1,0537 = 4\,834\,902 \text{ EUR}$$

$$4\,588\,500 \text{ EUR} \cdot 1,0537^2 = 5\,094\,537 \text{ EUR}$$

$$4\,588\,500 \text{ EUR} \cdot 1,0537^3 = 5\,368\,113 \text{ EUR}$$

$$4\,588\,500 \text{ EUR} \cdot 1,0537^4 = 5\,656\,381 \text{ EUR}$$

$$4\,588\,500 \text{ EUR} \cdot 1,0537^5 = 5\,960\,129 \text{ EUR}$$

15.4.4 Streuungsmaße

15.4.4.1 Spannweite. Absolutes und relatives lineares Streuungsmaß

1. a) $v_A = (165000 - 122000) \text{ EUR} = 43000 \text{ EUR}$
 $v_B = (150000 - 139000) \text{ EUR} = 11000 \text{ EUR}$

b)

| A | |
|---------------|-------------------|
| Umsatz EUR | Abweichung EUR |
| 135000 | 10000 |
| 122000 | 23000 |
| 144000 | 1000 |
| 148000 | 3000 |
| 156000 | 11000 |
| 165000 | 20000 |
| 870000 | 68000 |
| m = 145000 | |

$$s_A = \frac{68000 \text{ EUR}}{6} = 11333 \text{ EUR}$$

$$s'_A = \frac{11333 \text{ EUR}}{145000 \text{ EUR}} = 0,078 = 7,8\%$$

| B | |
|---------------|-------------------|
| Umsatz EUR | Abweichung EUR |
| 146000 | 1000 |
| 139000 | 6000 |
| 149000 | 4000 |
| 145000 | 0 |
| 150000 | 5000 |
| 141000 | 4000 |
| 870000 | 20000 |
| m = 145000 | |

$$s_B = \frac{20000 \text{ EUR}}{6} = 3333 \text{ EUR}$$

$$s'_B = \frac{3333 \text{ EUR}}{145000 \text{ EUR}} = 0,023 = 2,3\%$$

2. a) $v = (2684 - 2115) \text{ Stück} = 569 \text{ Stück}$
 $v = (33770 - 25855) \text{ Tsd. EUR} = 7915 \text{ Tsd. EUR}$

b)

| Herstellung Stück | Abweichung Stück |
|----------------------|---------------------|
| 2115 | 350 |
| 2432 | 33 |
| 2582 | 117 |
| 2415 | 50 |
| 2684 | 219 |
| 2562 | 97 |
| 14790 | 866 |
| m = 2465 | |

$$s = \frac{866 \text{ Stück}}{6} = 144 \text{ Stück}$$

$$s' = \frac{144 \text{ Stück}}{2465 \text{ Stück}} = 0,058 = 5,8\%$$

| Umsatz EUR | Abweichung EUR |
|---------------|-------------------|
| 25855 | 3885 |
| 29435 | 305 |
| 33770 | 4030 |
| 31875 | 2135 |
| 29340 | 400 |
| 28165 | 1575 |
| 178440 | 12330 |
| m = 29740 | |

$$s = \frac{12330 \text{ EUR}}{6} = 2055 \text{ EUR}$$

$$s' = \frac{2055 \text{ EUR}}{29740 \text{ EUR}} = 0,069 = 6,9\%$$

Der Mittelwert und das absolute lineare Streuungsmaß sind für den Vergleich der beiden Reihen nicht geeignet, weil die Zahlenstrukturen der Reihen stark voneinander abweichen und die Zahlen in der einen Reihe Stück, in der anderen Reihe Tsd. EUR repräsentieren.

3.

| Antrieb | | Landtechnik | | Ind.-Anlagen | | Gesamt | |
|--------------------|-----------------------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| Umsatz Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Umsatz Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Umsatz Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Umsatz Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR |
| 470 | 287 | 1254 | 24 | 2194 | 368 | 3918 | 104 |
| 678 | 79 | 1281 | 51 | 1808 | 18 | 3767 | 47 |
| 1661 | 904 | 1245 | 15 | 1707 | 119 | 4613 | 799 |
| 456 | 301 | 1227 | 3 | 1823 | 3 | 3506 | 308 |
| 522 | 235 | 1143 | 87 | 1599 | 227 | 3264 | 550 |
| 3787 | 1806 | 6150 | 180 | 9131 | 735 | 19068 | 1808 |
| $v = 1205$ | | $v = 138$ | | $v = 595$ | | $v = 1349$ | |
| $m = 757$ | $s = 361$ | $m = 1230$ | $s = 36$ | $m = 1826$ | $s = 147$ | $m = 3814$ | $s = 362$ |
| | $s' = 0,477$ 47,7% | | $s' = 0,029$ 2,9% | | $s' = 0,081$ 8,1% | | $s' = 0,095$ 9,5% |

Zum Vergleich der vier Zahlenreihen sind Spannweite v , Mittelwert m und das absolute lineare Streuungsmaß s ungeeignet, weil der prozentuale Umsatzanteil der Unternehmungsbereiche verschieden ist. Aussagefähig ist das relative lineare Streuungsmaß s' . Auffallend ist die starke Streuung im Bereich Landtechnik.

15.4.4.2 Varianz, Standardabweichung, Variationskoeffizient

| Jahr | 3er-Reihe | | | 5er-Reihe | | |
|-------------------|--|--------------------|----------------------|--|--------------------|----------------------|
| | Tsd. St. | Abwei. Tsd. St. | Quadrate der Abw. | Tsd. St. | Abwei. Tsd. St. | Quadrate der Abw. |
| 1 | 195,5 | 76,5 | 5852,25 | 143,4 | 26,8 | 718,24 |
| 2 | 253,3 | 18,7 | 349,69 | 130,0 | 13,4 | 179,56 |
| 3 | 286,9 | 14,9 | 222,01 | 107,6 | 9,0 | 81,00 |
| 4 | 295,0 | 23,0 | 529,00 | 111,0 | 5,6 | 31,36 |
| 5 | 329,1 | 57,1 | 5260,41 | 91,0 | 25,6 | 655,36 |
| | 1359,8 | 190,2 | 10213,36 | 583,0 | 80,4 | 1665,52 |
| Mittelwert | $m = \frac{1359,8}{5} = 272,0$ | | | $m = \frac{583,0}{5} = 116,6$ | | |
| abs. Streuungsmaß | $s = \frac{190,2}{5} = 38,0$ | | | $s = \frac{80,4}{5} = 16,1$ | | |
| rel. Streuungsmaß | $s' = \frac{38,0}{272,0} = 0,140 = 14,0\%$ | | | $s' = \frac{16,1}{116,6} = 0,138 = 13,8\%$ | | |
| Varianz | $S^2 = \frac{10213,36}{5} = 2042,67$ | | | $S^2 = \frac{1665,52}{5} = 333,10$ | | |
| Standardabw. | $S = \sqrt{\frac{10213,36}{5}} = 45,2$ | | | $S = \sqrt{\frac{1665,52}{5}} = 18,3$ | | |
| Variationsk. | $V = \frac{45,2}{272,0} = 0,166 = 16,6\%$ | | | $V = \frac{18,3}{116,6} = 0,157 = 15,7\%$ | | |

Zum Vergleich der beiden Reihen sind das relative lineare Streuungsmaß s' und der Variationskoeffizient V geeignet. Danach haben beide Reihen etwa die gleiche statistische Streuung.

| 2. Jahr | Umsatz je Beschäftigten | | | Jahresüberschuss | | |
|-------------------|---|-----------------|-------------------|---|-----------------|-------------------|
| | Tsd. EUR | Abwei. Tsd. EUR | Quadrate der Abw. | Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Quadrate der Abw. |
| 1 | 162,6 | 21,4 | 457,96 | 43,2 | 21,0 | 441,00 |
| 2 | 172,7 | 11,3 | 127,69 | 58,2 | 6,0 | 36,00 |
| 3 | 184,9 | 0,9 | 0,81 | 90,4 | 26,2 | 686,44 |
| 4 | 185,9 | 1,9 | 3,61 | 60,4 | 3,8 | 14,44 |
| 5 | 193,0 | 9,0 | 81,00 | 50,4 | 13,8 | 190,44 |
| 6 | 204,9 | 20,9 | 436,81 | 82,6 | 18,4 | 338,56 |
| | 1 104,0 | 65,4 | 1 107,88 | 385,2 | 89,2 | 1 706,88 |
| Mittelwert | $m = \frac{1\,104,0}{6} = 184,0$ | | | $m = \frac{385,2}{6} = 64,2$ | | |
| abs. Streuungsmaß | $s = \frac{65,4}{6} = 10,9$ | | | $s = \frac{89,2}{6} = 14,9$ | | |
| rel. Streuungsm. | $s' = \frac{10,9}{184,0} = 0,059 = 5,9\%$ | | | $s' = \frac{14,9}{64,2} = 0,232 = 23,2\%$ | | |
| Varianz | $S^2 = \frac{1\,107,88}{6} = 184,65$ | | | $S^2 = \frac{1\,706,88}{6} = 284,48$ | | |
| Standardabw. | $S = \sqrt{\frac{1\,107,88}{6}} = 13,6$ | | | $S = \sqrt{\frac{1\,706,88}{6}} = 16,9$ | | |
| Variationsk. | $V = \frac{13,6}{184,0} = 0,074 = 7,4\%$ | | | $V = \frac{16,9}{64,2} = 0,263 = 26,3\%$ | | |

Der Vergleich der Mittelwerte m ist nicht aussagefähig, weil die beiden Reihen sich in der Größe der Einzelwerte stark unterscheiden. Aussagefähig sind das relative lineare Streuungsmaß s' und der Variationskoeffizient V . Danach ist die statistische Streuung des Jahresüberschusses fast viermal so groß wie die Streuung des Umsatzes je Beschäftigten.

| Jahr | Inland | | | Export | | | Gesamt | | |
|-------------------|--|-----------------|-------------------|---|-----------------|-------------------|---|-----------------|-------------------|
| | Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Quadrate der Abw. | Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Quadrate der Abw. | Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Quadrate der Abw. |
| 1 | 165 | 19,6 | 384,16 | 124 | 9,8 | 96,04 | 289 | 29,4 | 864,36 |
| 2 | 196 | 11,4 | 129,96 | 112 | 21,8 | 475,24 | 308 | 10,4 | 108,16 |
| 3 | 181 | 3,6 | 12,96 | 140 | 6,2 | 38,44 | 321 | 2,6 | 6,76 |
| 4 | 198 | 13,4 | 179,56 | 145 | 11,2 | 125,44 | 343 | 24,6 | 605,16 |
| 5 | 183 | 1,6 | 2,56 | 148 | 14,2 | 201,64 | 331 | 12,6 | 158,76 |
| | 923 | 49,6 | 709,20 | 699 | 63,2 | 936,80 | 1592 | 79,6 | 1743,20 |
| Mittelwert | $m = \frac{923}{5} = 184,6$ | | | $m = \frac{669}{5} = 133,8$ | | | $m = \frac{1592}{5} = 318,4$ | | |
| abs. Streuungsmaß | $s = \frac{49,6}{5} = 9,9$ | | | $s = \frac{63,2}{5} = 12,6$ | | | $s = \frac{79,6}{5} = 15,9$ | | |
| rel. Streuungsmaß | $s' = \frac{9,9}{184,6} = 0,054 = 5,4\%$ | | | $s' = \frac{12,6}{133,8} = 0,094 = 9,4\%$ | | | $s' = \frac{15,9}{318,4} = 0,050 = 5,0\%$ | | |
| Varianz | $S^2 = \frac{709,2}{5} = 141,8$ | | | $S^2 = \frac{936,8}{5} = 187,4$ | | | $S^2 = \frac{1743,2}{5} = 348,6$ | | |
| Standardabw. | $S = \sqrt{\frac{709,2}{5}} = 11,9$ | | | $S = \sqrt{\frac{936,8}{5}} = 13,7$ | | | $S = \sqrt{\frac{1743,2}{5}} = 18,7$ | | |
| Variationsk. | $V = \frac{11,9}{184,6} = 0,064 = 6,4\%$ | | | $V = \frac{13,7}{133,8} = 0,102 = 10,2\%$ | | | $V = \frac{18,7}{318,4} = 0,059 = 5,9\%$ | | |

Die größte Streuung haben die Exportaufträge mit 10,2%. Die Inlandsaufträge und die Gesamtaufträge weisen mit 6,4% bzw. 5,9% etwa gleich große Streuungen auf.

3.

15.4.5 Vermischte Aufgaben

15.4.5.1 Erfassen des Zahlenmaterials. Absolute und relative Häufigkeit

| 1. | m | H | H' | % | m | H | H' | % |
|----|------|----|-------|--------|------|-----|-------|---------|
| | 1,62 | 2 | 0,010 | 1,0 % | 1,70 | 25 | 0,125 | 12,5 % |
| | 1,63 | 3 | 0,015 | 1,5 % | 1,71 | 24 | 0,120 | 12,0 % |
| | 1,64 | 7 | 0,035 | 3,5 % | 1,72 | 22 | 0,110 | 11,0 % |
| | 1,65 | 8 | 0,040 | 4,0 % | 1,73 | 16 | 0,080 | 8,0 % |
| | 1,66 | 11 | 0,055 | 5,5 % | 1,74 | 13 | 0,065 | 6,5 % |
| | 1,67 | 14 | 0,070 | 7,0 % | 1,75 | 9 | 0,045 | 4,5 % |
| | 1,68 | 17 | 0,085 | 8,5 % | 1,76 | 6 | 0,030 | 3,0 % |
| | 1,69 | 21 | 0,105 | 10,5 % | 1,77 | 2 | 0,010 | 1,0 % |
| | | | | | | 200 | 1,000 | 100,0 % |

| 2. | mm | H | H' | % | mm | H | H' | % |
|----|----|----|-------|--------|----|-----|-------|---------|
| | 17 | 2 | 0,013 | 1,3 % | 22 | 32 | 0,213 | 21,3 % |
| | 18 | 5 | 0,033 | 3,3 % | 23 | 27 | 0,180 | 18,0 % |
| | 19 | 12 | 0,080 | 8,0 % | 24 | 15 | 0,100 | 10,0 % |
| | 20 | 19 | 0,127 | 12,7 % | 25 | 7 | 0,047 | 4,7 % |
| | 21 | 29 | 0,193 | 19,3 % | 26 | 2 | 0,013 | 1,3 % |
| | | | | | | 150 | 1,000 | 100,0 % |

| 3. | cm | H | H' | % | cm | H | H' | % |
|----|-----|---|-------|--------|-----|----|-------|---------|
| | 125 | 1 | 0,013 | 1,3 % | 165 | 8 | 0,107 | 10,7 % |
| | 130 | 2 | 0,027 | 2,7 % | 170 | 7 | 0,093 | 9,3 % |
| | 135 | 4 | 0,053 | 5,3 % | 175 | 7 | 0,093 | 9,3 % |
| | 140 | 4 | 0,053 | 5,3 % | 180 | 5 | 0,067 | 6,7 % |
| | 145 | 5 | 0,067 | 6,7 % | 185 | 4 | 0,053 | 5,3 % |
| | 150 | 6 | 0,080 | 8,0 % | 190 | 4 | 0,053 | 5,3 % |
| | 155 | 6 | 0,080 | 8,0 % | 195 | 2 | 0,027 | 2,7 % |
| | 160 | 9 | 0,120 | 12,0 % | 200 | 1 | 0,013 | 1,3 % |
| | | | | | | 75 | 1,000 | 100,0 % |

| 4. | Alter | technische Abteilung | | | | | | kaufmännische Abteilung | | | | | |
|--------|-------|----------------------|--------|----|----------|--------|----|-------------------------|--------|----|----------|--------|---|
| | | männlich | | | weiblich | | | männlich | | | weiblich | | |
| | | H | H' | % | H | H' | % | H | H' | % | H | H' | % |
| bis 19 | 9 | 0,092 | 9,2% | 4 | 0,044 | 4,4% | 5 | 0,114 | 11,4% | 2 | 0,065 | 6,5% | |
| 20-29 | 18 | 0,184 | 18,4% | 17 | 0,187 | 18,7% | 8 | 0,182 | 18,2% | 9 | 0,290 | 29,0% | |
| 30-39 | 22 | 0,224 | 22,4% | 26 | 0,286 | 28,6% | 9 | 0,205 | 20,5% | 7 | 0,226 | 22,6% | |
| 40-49 | 23 | 0,235 | 23,5% | 27 | 0,297 | 29,7% | 10 | 0,227 | 22,7% | 6 | 0,194 | 19,4% | |
| 50-59 | 19 | 0,194 | 19,4% | 17 | 0,187 | 18,7% | 8 | 0,182 | 18,2% | 7 | 0,226 | 22,6% | |
| ab 60 | 7 | 0,071 | 7,1% | 0 | 0,000 | 0,0% | 4 | 0,091 | 9,1% | 0 | 0,000 | 0,0% | |
| | 98 | 1,000 | 100,0% | 91 | 1,000 | 100,0% | 44 | 1,000 | 100,0% | 31 | 1,000 | 100,0% | |

15.4.5.2 Mittelwerte. Streuungsmaße

Klasse a

| 1. | Posten | Note | Anzahl | gewogen |
|----|--------|------|--------|---------|
| | 1 | 1 | 2 | 2 |
| | 2 | 2 | 5 | 10 |
| | 3 | 3 | 10 | 30 |
| | 4 | 4 | 5 | 20 |
| | 5 | 5 | 2 | 10 |
| | 6 | 6 | 1 | 6 |
| | | | 25 | 78 |

$$m' = \frac{78}{25} = 3,12$$

Klasse b

| | Posten | Note | Anzahl | gewogen |
|--|--------|------|--------|---------|
| | 1 | 1 | 3 | 3 |
| | 2 | 2 | 7 | 14 |
| | 3 | 3 | 7 | 21 |
| | 4 | 4 | 4 | 16 |
| | 5 | 5 | 3 | 15 |
| | 6 | 6 | 0 | 0 |
| | | | 24 | 69 |

$$m' = \frac{69}{24} = 2,88$$

| 2. | Posten | cm | Anzahl | gewogen |
|----|--------|-----|--------|---------|
| | 1 | 135 | 1 | 135 |
| | 2 | 136 | 1 | 136 |
| | 3 | 137 | 4 | 548 |
| | 4 | 138 | 7 | 966 |
| | 5 | 139 | 12 | 1668 |
| | 6 | 140 | 15 | 2100 |
| | 7 | 141 | 17 | 2397 |
| | | | | |

| | Posten | cm | Anzahl | gewogen |
|--|--------|-----|--------|---------|
| | 8 | 142 | 16 | 2272 |
| | 9 | 143 | 12 | 1716 |
| | 10 | 144 | 7 | 1008 |
| | 11 | 145 | 4 | 580 |
| | 12 | 146 | 2 | 292 |
| | 13 | 147 | 2 | 294 |
| | | | 100 | 14112 |

$$m' = \frac{14112}{100} = 141,1$$

3. (Kurse der Größe nach geordnet)

| Tag | Kurs | Abweichung | Tag | Kurs | Abweichung |
|-----|------|------------|-------|------|------------|
| 17 | 114 | 6,09 | 20 | 119 | 1,09 |
| 15 | 115 | 5,09 | 10 | 121 | 0,91 |
| 16 | 115 | 5,09 | 3 | 122 | 1,91 |
| 1 | 117 | 3,09 | 21 | 122 | 1,91 |
| 14 | 117 | 3,09 | 4 | 123 | 2,91 |
| 18 | 117 | 3,09 | 5 | 123 | 2,91 |
| 11 | 118 | 2,09 | 22 | 123 | 2,91 |
| 12 | 118 | 2,09 | 6 | 124 | 3,91 |
| 19 | 118 | 2,09 | 9 | 124 | 3,91 |
| 2 | 119 | 1,09 | 7 | 127 | 6,91 |
| 13 | 119 | 1,09 | 8 | 127 | 6,91 |
| | | | Summe | 2642 | 70,18 |

Spannweite $v = 127 - 114 = 13$

Zentralwert $z = \frac{119 + 119}{2} = 119$

Mittelwert $m = \frac{2642}{22} = 120,09$

Abs. Str.-Maß $s = \frac{70,18}{22} = 3,19$

Rel. Str.-Maß $s' = \frac{3,19}{120,09} = 0,027 = 2,7\%$

4. a)

| Stadt | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| alter Preis | 2,65 | 2,85 | 2,50 | 1,90 | 2,95 | 2,60 | 2,70 | 2,90 | 3,10 |
| neuer Preis | 3,30 | 3,40 | 3,25 | 2,80 | 3,35 | 3,20 | 3,50 | 3,40 | 3,70 |
| Erhöhung EUR | 0,65 | 0,55 | 0,75 | 0,90 | 0,40 | 0,60 | 0,80 | 0,50 | 0,60 |
| Erhöhung % | 24,5% | 19,3% | 30,0% | 47,4% | 13,6% | 23,1% | 29,6% | 17,2% | 19,4% |

b) Ordnen der Zahlenreihen zur Bestimmung von z

| | | | | | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|-------|-------|-------|
| alter Preis | 1,90 | 2,50 | 2,60 | 2,65 | 2,70 | 2,85 | 2,90 | 2,95 | 3,10 |
| neuer Preis | 2,80 | 3,20 | 3,25 | 3,30 | 3,35 | 3,40 | 3,40 | 3,50 | 3,70 |
| Erhöhung EUR | 0,40 | 0,50 | 0,55 | 0,60 | 0,60 | 0,65 | 0,75 | 0,80 | 0,90 |
| Erhöhung % | 13,6% | 17,2% | 19,3% | 19,4% | 23,1% | 24,5% | 29,6% | 30,0% | 47,4% |

| | alter Preis | neuer Preis | Erhöhung EUR | Erhöhung % |
|---------------|-------------|-------------|--------------|------------|
| Mittelwert m | 2,68 | 3,32 | 0,64 | 24,9% |
| Zentralwert z | 2,70 | 3,35 | 0,60 | 23,1% |
| Spannweite v | 1,20 | 0,90 | 0,50 | 33,8% |

c)

| Stadt | n | Wasserpreis je m ³ | | |
|------------------------|---|--|----------------|-------------------|
| | | EUR | Abweichung EUR | Quadrate der Abw. |
| A | 1 | 3,30 | 0,02 | 0,0004 |
| B | 2 | 3,40 | 0,08 | 0,0064 |
| C | 3 | 3,25 | 0,07 | 0,0049 |
| D | 4 | 2,80 | 0,52 | 0,2704 |
| E | 5 | 3,35 | 0,03 | 0,0009 |
| F | 6 | 3,20 | 0,12 | 0,0144 |
| G | 7 | 3,50 | 0,18 | 0,0324 |
| H | 8 | 3,40 | 0,08 | 0,0064 |
| I | 9 | 3,70 | 0,38 | 0,1444 |
| | | 29,90 | 1,48 | 0,4806 |
| Mittelwert | | $m = \frac{29,90}{9} = 3,32$ | | |
| absolutes Streuungsmaß | | $s = \frac{1,48}{9} = 0,16$ | | |
| relatives Streuungsmaß | | $s' = \frac{0,16}{3,32} = 0,048 = 4,8\%$ | | |
| Varianz | | $S^2 = \frac{0,4806}{9} = 0,053$ | | |
| Standardabweichung | | $S = \sqrt{\frac{0,4806}{9}} = 0,23$ | | |
| Variationskoeffizient | | $V = \frac{0,23}{3,32} = 0,069 = 6,9\%$ | | |

5. Spannweite $v = 14244 - 2037 = 12207$

Zentralwert $z = \frac{3779 + 3761}{2} = 3770$

arithmetisches Mittel $m = \frac{70873}{16} = 4430$

z weicht von m um 660 ab

| Nr. | Urlaublan | Übernachtungen | Abw. Übern. |
|-------------------|---|----------------|-------------|
| 1 | Mecklenburg-Vorpommern | 14244 | 9814 |
| 2 | Schleswig-Holstein | 7905 | 3475 |
| 3 | Bayern | 5993 | 1563 |
| 4 | Rheinland-Pfalz | 4905 | 475 |
| 5 | Berlin | 4316 | 114 |
| 6 | Niedersachsen | 4285 | 145 |
| 7 | Hessen | 4128 | 302 |
| 8 | Baden-Württemberg | 3779 | 651 |
| 9 | Thüringen | 3761 | 669 |
| 10 | Hamburg | 3709 | 721 |
| 11 | Brandenburg | 3653 | 777 |
| 12 | Sachsen | 3585 | 845 |
| 13 | Sachsen-Anhalt | 2409 | 2021 |
| 14 | Nordrhein-Westfalen | 2127 | 2303 |
| 15 | Bremen | 2074 | 2356 |
| 16 | Saarland | 2037 | 2393 |
| Summen | | 70873 | 26228 |
| Mittelwert | $m = \frac{70873}{16} = 4430$ | | |
| Abs. Streuungsmaß | $s = \frac{26228}{16} = 1639$ | | |
| Rel. Streuungsmaß | $s' = \frac{1639}{4430} = 0,370 = 37,0\%$ | | |

6. Spannweite $v = 80 - 23 = 57$
 Zentralwert $z = 46$

$$\text{Arithmetisches Mittel } m = \frac{1141}{23} = 49,6 \approx 50$$

z weicht von m um 4 ab.

| Nr. | Land | je 100 Einw. | Abweich. von m |
|-----|----------------|--------------|----------------|
| 1 | Schweden | 80 | 30 |
| 2 | Dänemark | 78 | 28 |
| 3 | Niederlande | 76 | 26 |
| 4 | Finnland | 71 | 21 |
| 5 | Luxemburg | 65 | 15 |
| 6 | Deutschland | 59 | 9 |
| 7 | Belgien | 58 | 8 |
| 8 | Großbritannien | 57 | 7 |
| 9 | Estland | 56 | 6 |
| 10 | Österreich | 55 | 5 |
| 11 | Slowenien | 47 | 3 |
| 12 | Lettland | 46 | 4 |
| 13 | Irland | 44 | 6 |
| 14 | Slowakei | 43 | 7 |
| 15 | Ungarn | 42 | 8 |
| 16 | Spanien | 39 | 11 |
| 17 | Frankreich | 39 | 11 |
| 18 | Litauen | 38 | 12 |
| 19 | Polen | 34 | 16 |
| 20 | Italien | 31 | 19 |
| 21 | Portugal | 31 | 19 |
| 22 | Zypern | 29 | 21 |
| 23 | Griechenland | 23 | 27 |
| | Summen | 1141 | 177 |

$$\text{Mittelwert} \quad m = \frac{1141}{23} = 49,6 \approx 50$$

$$\text{abs. Streuungsmaß} \quad s = \frac{177}{23} = 7,7$$

$$\text{rel. Streuungsmaß} \quad s' = \frac{7,7}{50} = 0,154 = 15,4\%$$

7.

| Nr. | Produktion | | | | Nr. | Umsatz | | | |
|----------|---|-------|-----------------|----------------------|----------|--|------|----------------|----------------------|
| | Monat | Stück | Abwei. Stück | Quadrate der Abw. | | Monat | TEUR | Abwei. TEUR | Quadrate der Abw. |
| 1 | Juli | 2150 | 390 | 152100 | 1 | Juli | 940 | 141,7 | 20078,9 |
| 2 | August | 2480 | 60 | 3600 | 2 | August | 990 | 91,7 | 8408,9 |
| 3 | September | 2620 | 80 | 6400 | 3 | September | 1040 | 41,7 | 1738,9 |
| 4 | Oktober | 2750 | 210 | 44100 | 4 | Oktober | 1230 | 148,3 | 21992,9 |
| 5 | November | 2830 | 290 | 84100 | 5 | November | 1280 | 198,3 | 39322,9 |
| 6 | Dezember | 2410 | 130 | 16900 | 6 | Dezember | 1010 | 71,7 | 5140,9 |
| | Summen | 15240 | 1160 | 307200 | | Summen | 6490 | 693,4 | 96683,3 |
| Mittelw. | $m = \frac{15240}{6} = 2540$ | | | | Mittelw. | $m = \frac{6490}{6} = 1081,7$ | | | |
| Abs. Sm. | $s = \frac{1160}{6} = 193,3$ | | | | Abs. Sm. | $s = \frac{693,4}{6} = 115,6$ | | | |
| Rel. Sm. | $s' = \frac{193,3}{2540} = 0,076 = 7,6\%$ | | | | Rel. Sm. | $s' = \frac{115,6}{1081,7} = 0,107 = 10,7\%$ | | | |
| Varianz | $S^2 = \frac{307200}{6} = 51200$ | | | | Varianz | $S^2 = \frac{96683,3}{6} = 16113,9$ | | | |
| Staw. | $S = \sqrt{\frac{307200}{6}} = 226,3$ | | | | Staw. | $S = \sqrt{\frac{96683,3}{6}} = 126,9$ | | | |
| Varko. | $V = \frac{226,3}{2540} = 0,089 = 8,9\%$ | | | | Varko. | $V = \frac{126,9}{1081,7} = 0,117 = 11,7\%$ | | | |

Die beiden Reihen unterscheiden sich in den Maßeinheiten (Stück und Tsd. EUR) und in der Größe der Einzelwerte. Für einen Vergleich der beiden Reihen sind deshalb der Mittelwert m , das absolute lineare Streuungsmaß s und die Standardabweichung S nicht geeignet. Aussagefähig sind das relative lineare Streuungsmaß s' und der Variationskoeffizient V . Nach beiden Werten ist die statistische Abweichung der Produktionszahlen geringer als die Abweichung der Umsatzzahlen.

| Umsatz je Beschäftigten | | | | Jahresüberschuss | | | |
|-------------------------|--|-----------------|-------------------|------------------|---|-----------------|-------------------|
| Jahr | Tsd. EUR | Abwei. Tsd. EUR | Quadrate der Abw. | Jahr | Mio. EUR | Abwei. Mio. EUR | Quadrate der Abw. |
| 1 | 128,6 | 18,0 | 324,0 | 1 | 39,4 | 23,5 | 552,3 |
| 2 | 137,1 | 9,5 | 90,3 | 2 | 54,6 | 8,3 | 68,9 |
| 3 | 145,3 | 1,3 | 1,7 | 3 | 85,9 | 23,0 | 529,0 |
| 4 | 147,9 | 1,3 | 1,7 | 4 | 63,5 | 0,6 | 0,4 |
| 5 | 156,2 | 9,6 | 92,2 | 5 | 59,7 | 3,2 | 10,2 |
| 6 | 164,5 | 17,9 | 320,4 | 6 | 74,3 | 11,4 | 130,0 |
| Summen | 879,6 | 57,6 | 830,2 | Summen | 377,4 | 70,0 | 1290,7 |
| Mittelw. | $m = \frac{879,6}{6} = 146,6$ | | | Mittelw. | $m = \frac{377,4}{6} = 62,9$ | | |
| Abs. Sm. | $s = \frac{57,6}{6} = 9,6$ | | | Abs. Sm. | $s = \frac{70,0}{6} = 11,7$ | | |
| Rel. Sm. | $s' = \frac{9,6}{146,6} = 0,065 = 6,5\%$ | | | Rel. Sm. | $s' = \frac{11,7}{62,9} = 0,186 = 18,6\%$ | | |
| Varianz | $S^2 = \frac{830,2}{6} = 138,4$ | | | Varianz | $S^2 = \frac{1290,7}{5} = 215,1$ | | |
| Staw. | $S = \sqrt{\frac{830,2}{6}} = 11,8$ | | | Staw. | $S = \sqrt{\frac{1290,7}{6}} = 14,7$ | | |
| Varko. | $V = \frac{11,8}{146,6} = 0,080 = 8,0\%$ | | | Varko. | $V = \frac{14,7}{62,9} = 0,233 = 23,3\%$ | | |

Der Vergleich der Mittelwerte m ist nicht aussagefähig, weil die beiden Reihen sich in der Größe der Einzelwerte stark unterscheiden. Aussagefähig sind das relative lineare Streuungsmaß s' und der Variationskoeffizient V . Danach ist die statistische Streuung des Jahresüberschusses etwa dreimal so groß wie die Streuung des Umsatzes der Beschäftigten.

9. Veränderung in Prozent gegenüber dem Vorjahr

| Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-------------------|------|------|------|-------|------|
| Beitragseinnahmen | – | 7,5% | 2,4% | –0,5% | 2,1% |

Durchschnitt m der Veränderungen: $m = \frac{11,5\%}{4} = 2,88\%$

Mittlerer Wachstumsfaktor: $f_m = \sqrt[4]{1,075 \cdot 1,024 \cdot 0,995 \cdot 1,021}$
 $\sqrt[4]{1,118297} = 1,0283 = 2,83\%$

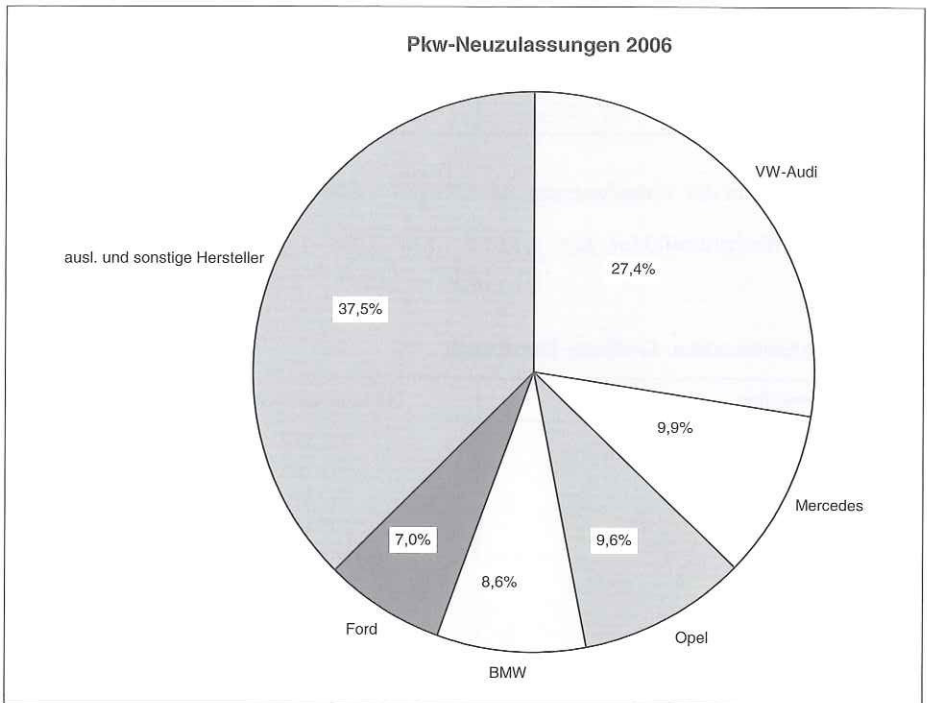
15.4.5.3 Verhältniszahlen. Grafische Darstellung

1. a)

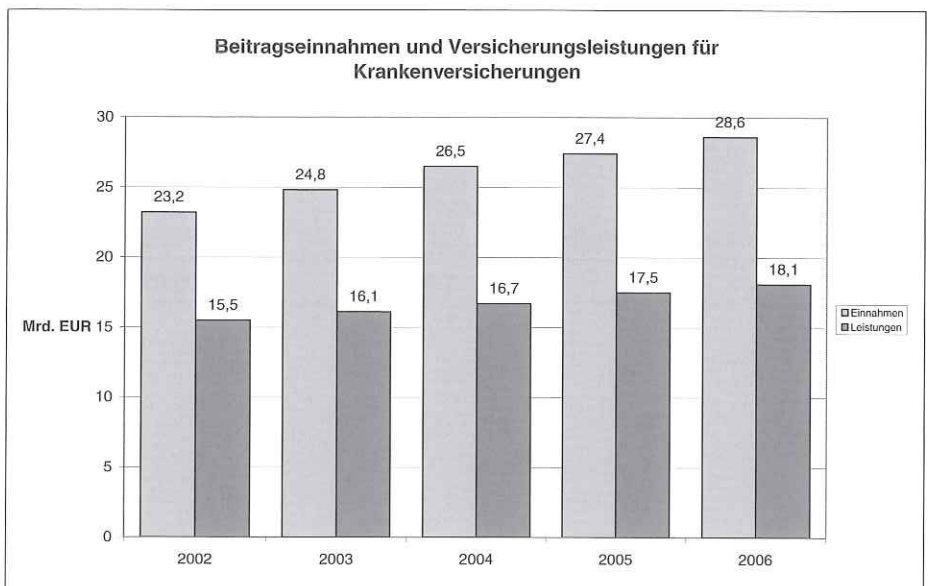
| Hersteller | Neuzulassungen | Prozent |
|------------|----------------|---------|
| VW-Audi | 951 472 | 27,4% |
| Mercedes | 342 768 | 9,9% |
| Opel | 332 270 | 9,6% |
| BMW | 297 457 | 8,6% |
| Ford | 243 845 | 7,0% |
| Renault | 149 516 | 4,3% |
| Toyota | 147 995 | 4,3% |
| Skoda | 118 523 | 3,4% |
| Peugeot | 111 151 | 3,2% |
| Citroen | 83 469 | 2,4% |
| Fiat | 78 072 | 2,3% |
| Mazda | 77 051 | 2,2% |
| Seat | 60 975 | 1,8% |
| Sonstige | 473 397 | 13,7% |
| | 3 467 961 | 100,0% |

b)

| Hersteller | Neuzulassungen | Prozent | Grad |
|-------------------------------|----------------|---------|------|
| VW-Audi | 951 472 | 27,4% | 99° |
| Mercedes | 342 768 | 9,9% | 36° |
| Opel | 332 270 | 9,6% | 34° |
| BMW | 297 457 | 8,6% | 31° |
| Ford | 243 845 | 7,0% | 25° |
| ausl. und sonstige Hersteller | 1 300 149 | 37,5% | 135° |
| | 3 467 961 | 100,0% | 360° |



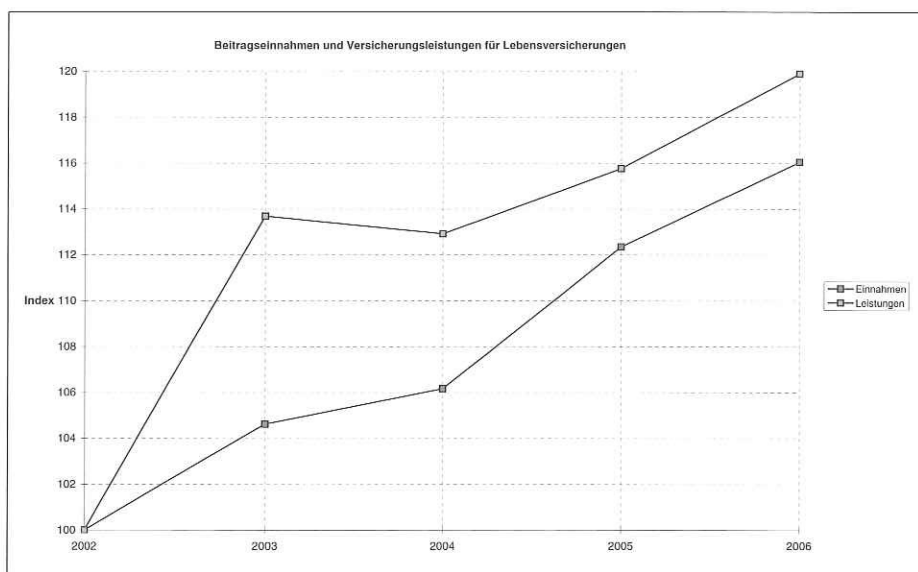
| 2. Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Leistungen in Prozent der Einnahmen | 66,8% | 64,9% | 63,0% | 63,9% | 63,3% |



| 3. a) Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|
| Prozent der Leistungen von den Einnahmen | 59,7% | 64,9% | 63,5% | 61,5% | 61,7% |

Am niedrigsten ist der Prozentsatz 2002 mit 59,7%, am höchsten 2003 mit 64,9%.

| b) Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| Beitragseinnahmen | 100 | 104,6 | 106,2 | 112,3 | 116,0 |
| Versicherungsleistungen | 100 | 113,7 | 112,9 | 115,8 | 119,9 |

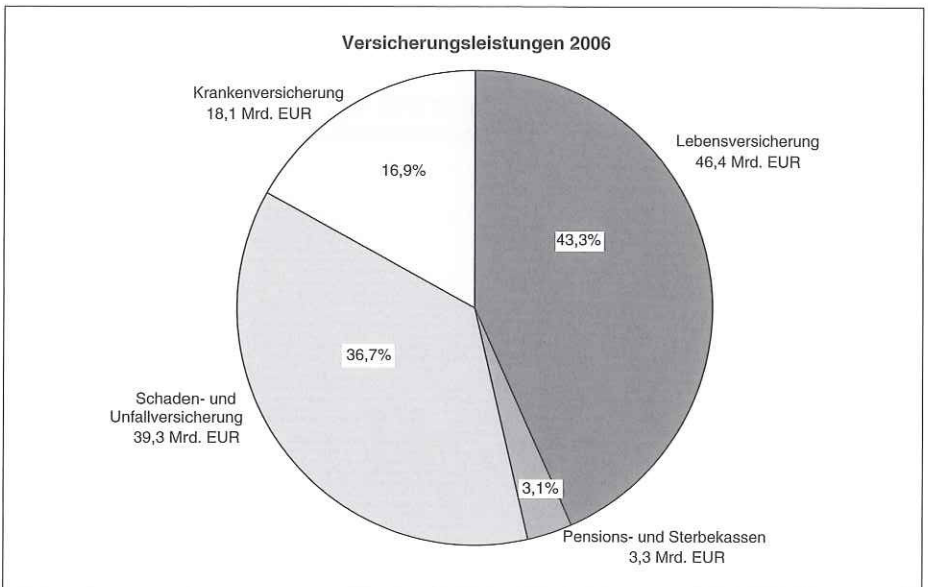
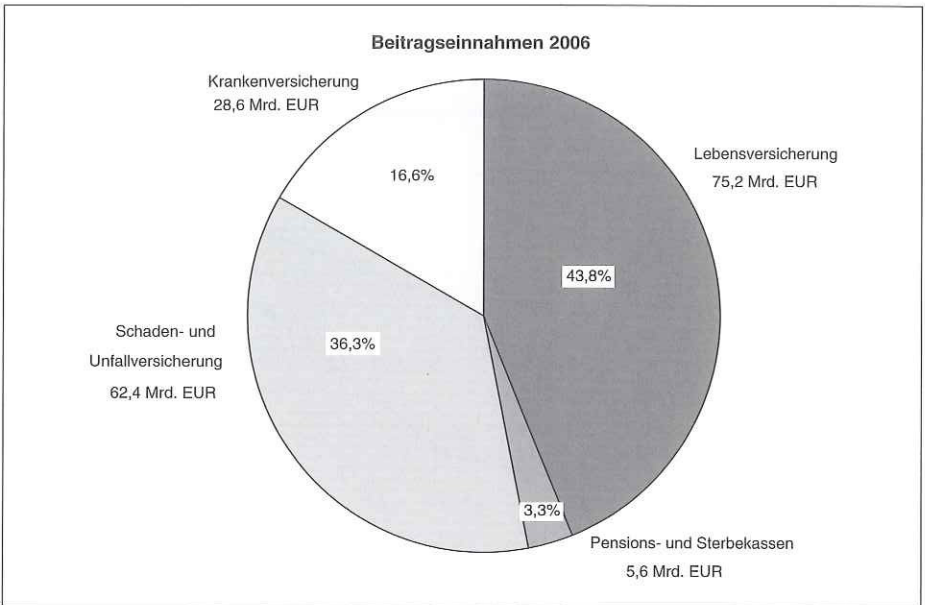


Kurvenverlauf:

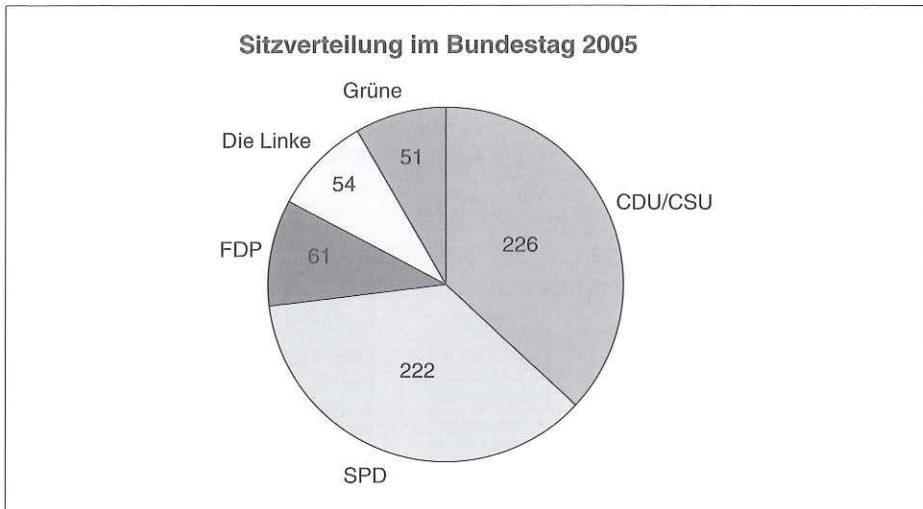
Die Beitragseinnahmen steigen in den Jahren 2003 bis 2006, 2004 geringer, 2005 stärker. Die Versicherungsleistungen sind 2003 besonders hoch, sind 2004 rückläufig und steigen 2005 und 2006 stetig.

4.

| | Beitragseinnahmen | | | Versicherungsleistungen | | |
|---------------------------------|-------------------|--------|------|-------------------------|--------|------|
| | Mrd. EUR | % | Grad | Mrd. EUR | % | Grad |
| Lebensversicherung | 75,2 | 43,8% | 158° | 46,4 | 43,3% | 156° |
| Pensions- und Sterbekassen | 5,6 | 3,3% | 12° | 3,3 | 3,1% | 11° |
| Schaden- und Unfallversicherung | 62,4 | 36,3% | 131° | 39,3 | 36,7% | 132° |
| Krankenversicherung | 28,6 | 16,6% | 60° | 18,1 | 16,9% | 61° |
| insgesamt | 171,8 | 100,0% | 360° | 107,1 | 100,0% | 360° |



5. a)



b)

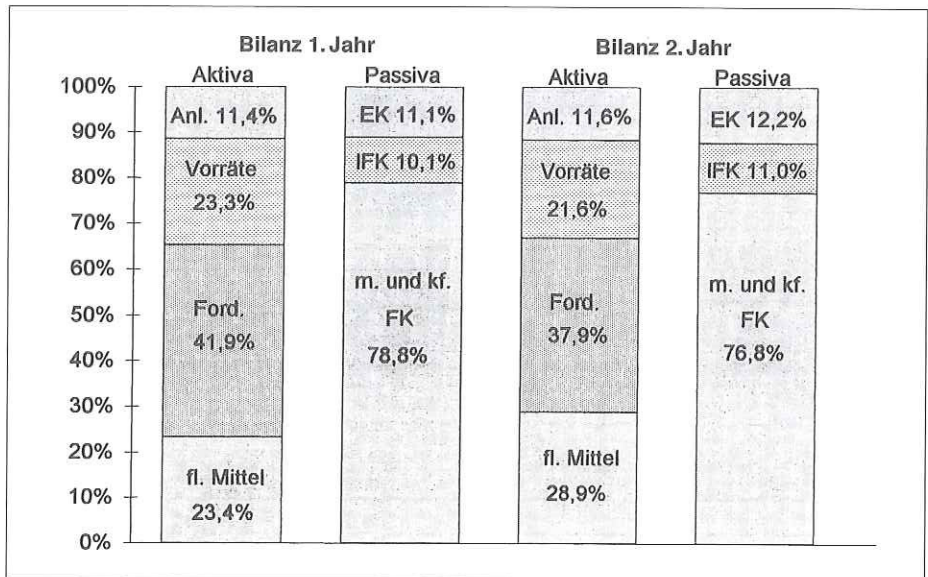
| Parteien | Sitze | Prozent | Grad |
|-----------|-------|---------|------|
| CDU/CSU | 226 | 36,8% | 133° |
| SPD | 222 | 36,2% | 130° |
| FDP | 61 | 9,9% | 36° |
| Die Linke | 54 | 8,8% | 32° |
| Grüne | 51 | 8,3% | 30° |
| | 614 | 100,0% | 360° |

6. Aktiva

Aufbereitete Bilanz in Mio. EUR

Passiva

| | 1. Jahr | % | 2. Jahr | % | | 1. Jahr | % | 2. Jahr | % |
|---------------|---------|-------|---------|-------|-------------------|---------|-------|---------|-------|
| Anlagen | 403 | 11,4% | 388 | 11,6% | Eigenkapital | 392 | 11,1% | 406 | 12,2% |
| Vorräte | 826 | 23,3% | 721 | 21,6% | Ifr. Fremdkapital | 359 | 10,1% | 368 | 11,0% |
| Forderungen | 1486 | 41,9% | 1268 | 37,9% | mittel- u. kf. | | | | |
| Flüss. Mittel | 829 | 23,4% | 965 | 28,9% | Fremdkapital | 2793 | 78,8% | 2568 | 76,8% |
| | 3544 | 100% | 3342 | 100% | | 3544 | 100% | 3342 | 100% |

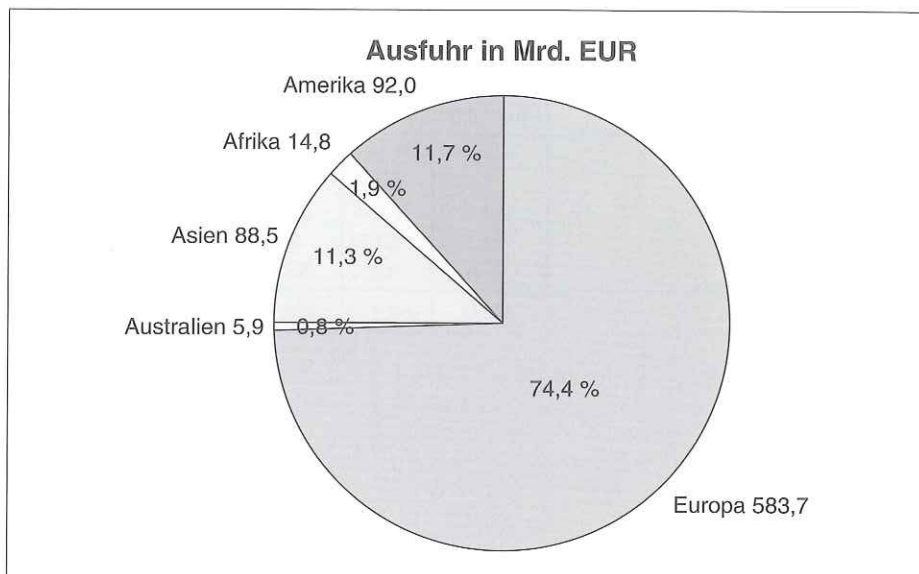
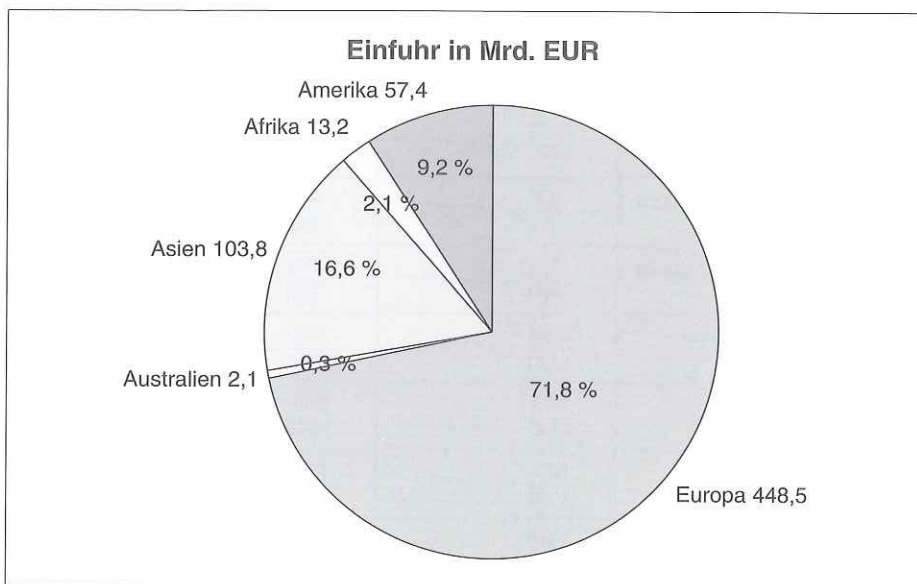


| 7. | Bilanz 1. Jahr | Bilanz 2. Jahr | Veränd. |
|-----------------------------------|------------------------------|------------------------------|---------|
| Eigenkapitalanteil | $\frac{392}{3544} = 11,1\%$ | $\frac{406}{3342} = 12,1\%$ | + 1,0% |
| Verschuldungsgrad | $\frac{3152}{392} = 804,1\%$ | $\frac{2936}{406} = 723,2\%$ | - 80,9% |
| Anlagendeckung durch Eigenkapital | $\frac{392}{403} = 97,3\%$ | $\frac{406}{388} = 104,6\%$ | + 7,4% |
| Anlagendeckung durch EK + lfr. FK | $\frac{751}{403} = 186,4\%$ | $\frac{774}{388} = 199,5\%$ | - 13,1% |
| Anteil des Anlagevermögens | $\frac{403}{3544} = 11,4\%$ | $\frac{388}{3342} = 11,6\%$ | + 0,2% |
| Anlagenintensität | $\frac{403}{3141} = 12,8\%$ | $\frac{388}{2954} = 13,1\%$ | + 0,3% |
| Barliquidität ¹ | $\frac{829}{2793} = 29,7\%$ | $\frac{965}{2568} = 37,6\%$ | + 7,9% |
| einzugsbedingte Liquid. | $\frac{2315}{2793} = 82,9\%$ | $\frac{2233}{2568} = 87,0\%$ | + 4,1% |

Beachten Sie: $392 : 3544 = 0,111 = 11,1\%$

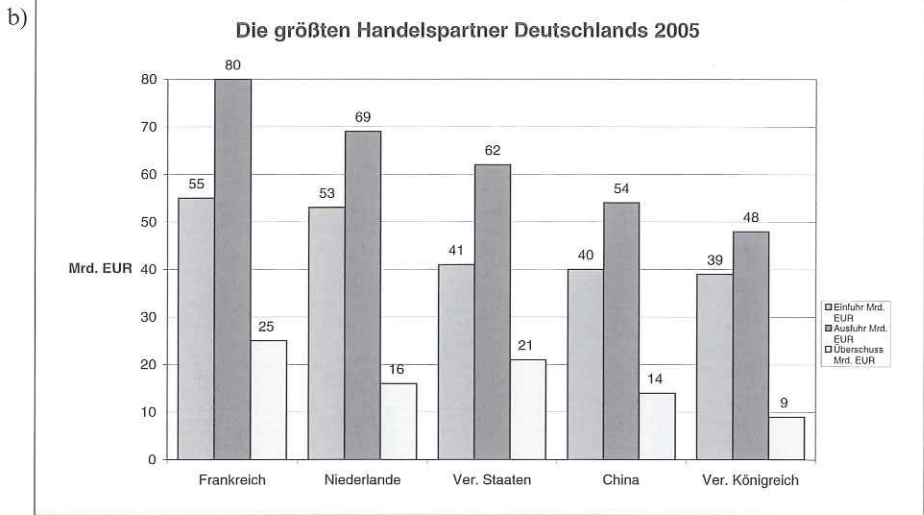
¹ Das mittelfristige Fremdkapital (ist in der Bilanz nicht getrennt ausgewiesen) sollte im Nenner abgezogen werden.

| 8. | Einfuhr | | | Ausfuhr | | |
|------------|----------|--------|------|----------|--------|------|
| | Mrd. EUR | % | Grad | Mrd. EUR | % | Grad |
| Europa | 448,5 | 71,8% | 258° | 583,7 | 74,4% | 268° |
| Australien | 2,1 | 0,3% | 1° | 5,9 | 0,8% | 3° |
| Asien | 103,8 | 16,6% | 60° | 88,5 | 11,3% | 41° |
| Afrika | 13,2 | 2,1% | 8° | 14,8 | 1,9% | 7° |
| Amerika | 57,4 | 9,2% | 33° | 92,0 | 11,7% | 42° |
| insgesamt | 625,0 | 100,0% | 360° | 784,9 | 100,0% | 360° |



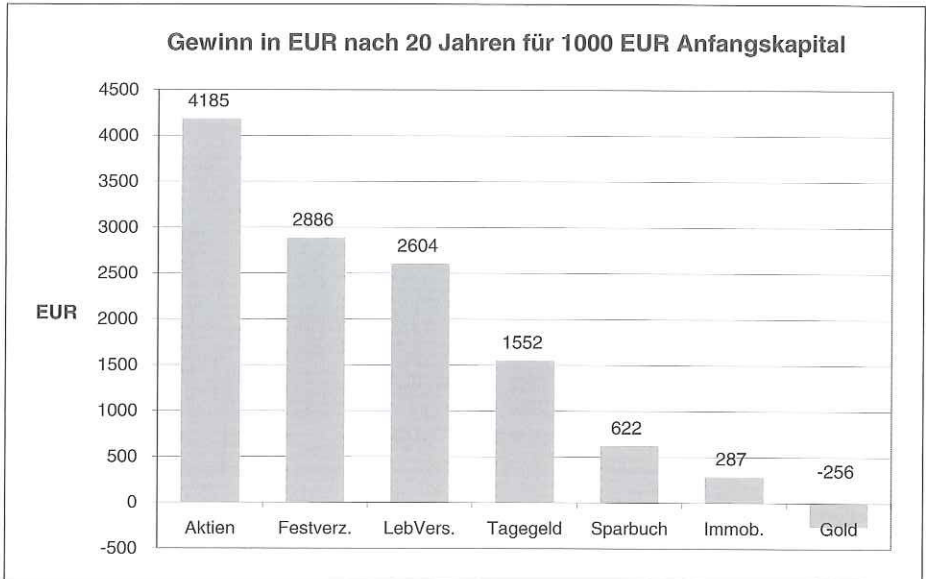
9. a)

| | Frankreich | Niederlande | Ver. Staaten | China | Ver. Königreich |
|---------------------|------------|-------------|--------------|-------|-----------------|
| Einfuhr Mrd. EUR | 55 | 53 | 41 | 40 | 39 |
| Ausfuhr Mrd. EUR | 80 | 69 | 62 | 54 | 48 |
| Überschuss Mrd. EUR | 25 | 16 | 21 | 14 | 9 |



| 10. a) | Einkünfte | Aktien | Festverz. | LebVers. | Tagegeld | Sparbuch | Immob. | Gold |
|----------------|-----------|--------|-----------|----------|----------|----------|--------|------|
| EUR Gewinn | | 4185 | 2886 | 2604 | 1552 | 622 | 287 | -256 |
| EUR nach 20 J. | | 5185 | 3886 | 3604 | 2552 | 1622 | 1287 | 744 |

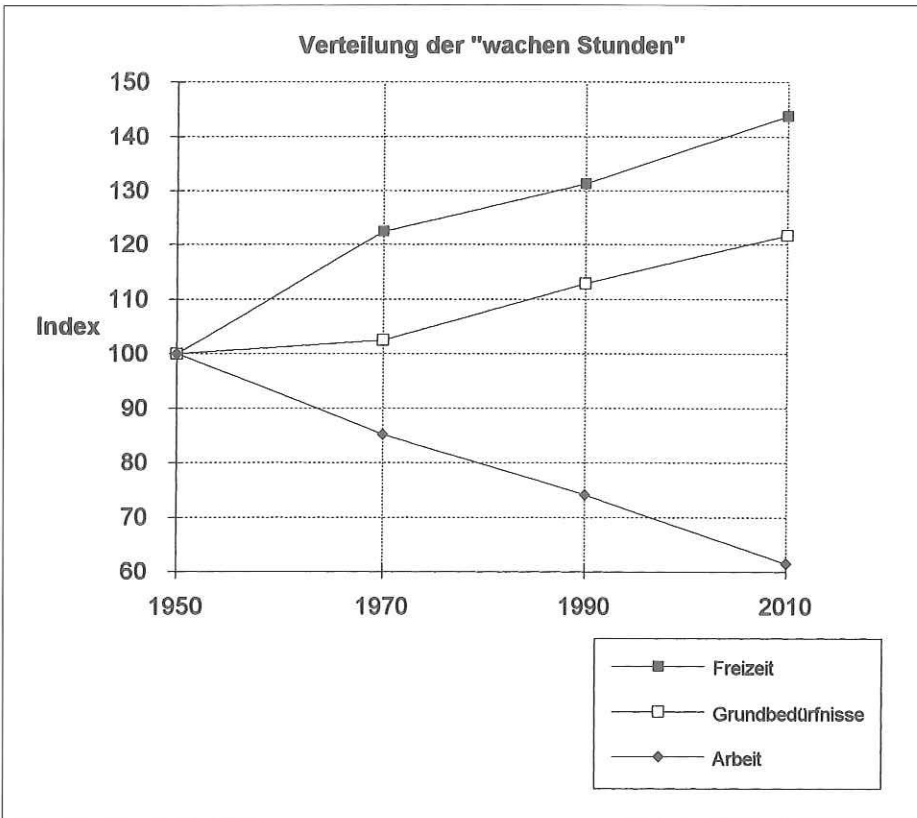
b)



11.

| | 1950 | | 1970 | | 1990 | | 2010 | |
|---------------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|
| | Std. | % | Std. | % | Std. | % | Std. | % |
| Arbeit | 2 700 | 46,1 % | 2 300 | 39,3 % | 2 000 | 34,1 % | 1 660 | 28,3 % |
| Grundbedürfn. | 1 560 | 26,6 % | 1 600 | 27,3 % | 1 760 | 30,0 % | 1 900 | 32,4 % |
| Freizeit | 1 600 | 27,3 % | 1 960 | 33,5 % | 2 100 | 35,8 % | 2 300 | 39,3 % |
| insgesamt | 5 860 | 100,0 % | 5 860 | 100,0 % | 5 860 | 100,0 % | 5 860 | 100,0 % |

| Jahr | 1950 | 1970 | 1990 | 2010 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|
| Std. Freizeit | 100,0 | 122,5 | 131,3 | 143,8 |
| Std. Grundbedürfnisse | 100,0 | 102,6 | 112,8 | 121,8 |
| Std. Arbeit | 100,0 | 85,2 | 74,1 | 61,5 |



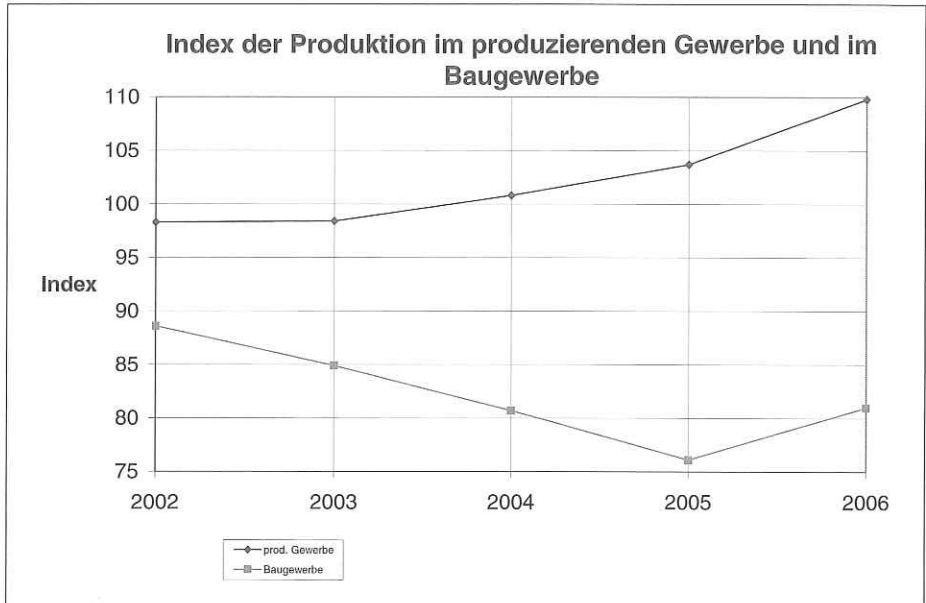
Der Verlauf der Freizeitkurve ist stetig ansteigend, von Index 100 bis Index 143,8. Die Kurve der Grundbedürfnisse ist flacher steigend, von Index 100 bis Index 121,8. Die Arbeitszeitkurve fällt stetig von Index 100 auf Index 61,5.

Von 1970 bis 1990 Anstieg der Freizeitstunden von 122,5 auf 131,3 = 8,8 Indexeinheiten und Rückgang der Arbeitsstunden von 85,2 auf 74,1 = 11,1 Indexeinheiten.

12. a)

| Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---------------------------------------|------|-------|-------|-------|------|
| Veränderung gegenüber Vj., prod. Gew. | – | 0,1% | 2,4% | 2,9% | 5,9% |
| Veränderung gegenüber Vj., Baugew. | – | –4,2% | –4,9% | –5,7% | 6,4% |

b)



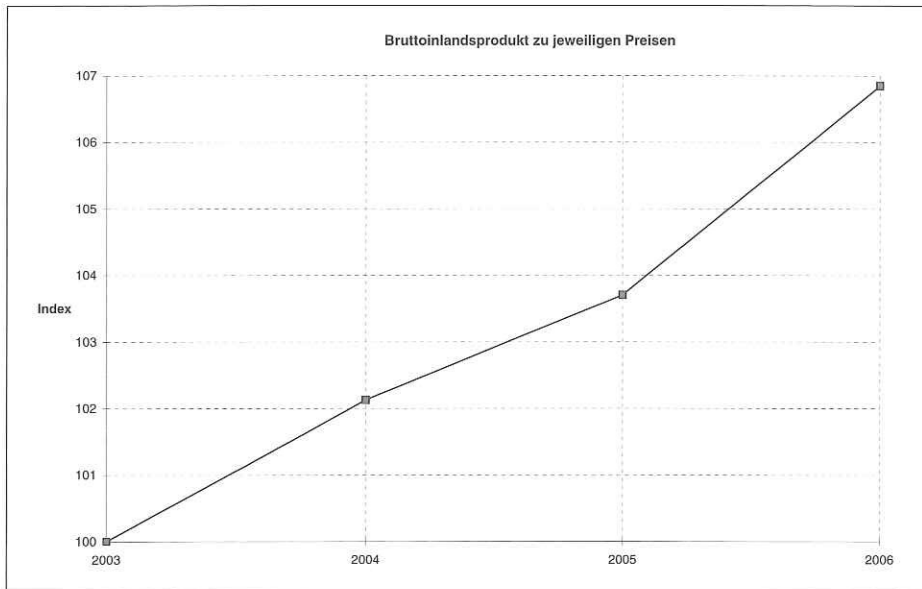
Der Index für das produzierende Gewerbe nimmt 2003 geringfügig zu und steigt von 2004 bis 2006 stetig. In 2006 ist der Anstieg am größten.

Der Index für das Baugewerbe ist von 2003 bis 2005 stetig fallend. 2006 starker Anstieg.

13.

| | | | | |
|---|------|------|------|------|
| a) Jahr | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
| Veränderung gegenüber Vj. zu jeweiligen Preisen | – | 2,1% | 1,5% | 3,0% |

| | | | | |
|-----------------------------|------|-------|-------|-------|
| b) Jahr | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
| Index zu jeweiligen Preisen | 100 | 102,1 | 103,7 | 106,8 |



Die Indexkurve zu jeweiligen Preisen ist durchweg von 2003 bis 2006 steigend.

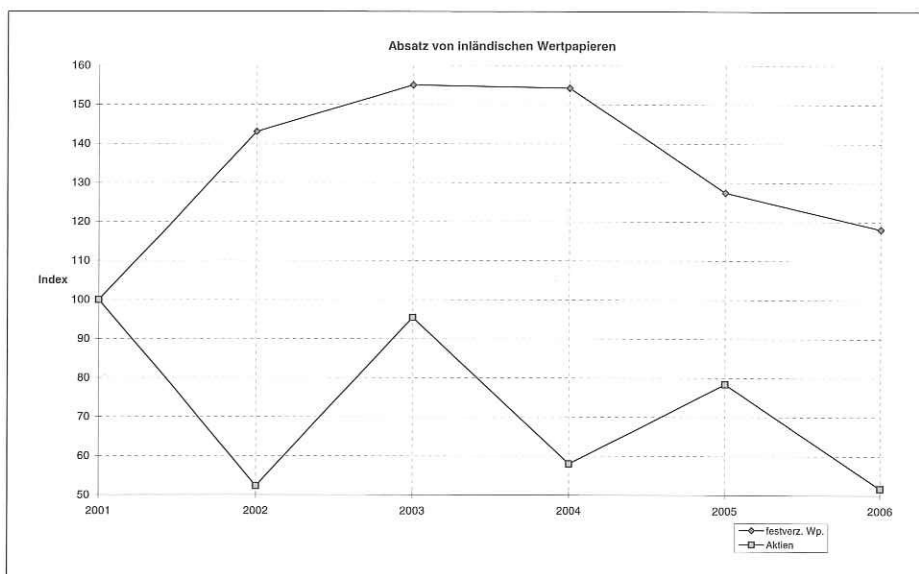
14. a)

| Jahr | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---------------------------------|------|--------|-------|--------|--------|--------|
| festverz. Wp. gegenüber Vorjahr | – | 43,0% | 8,4% | –0,5% | –17,4% | –7,3% |
| Aktien gegenüber Vorjahr | – | –47,7% | 82,6% | –39,3% | 35,3% | –34,1% |

Festverz. Wertpapiere: größte Zunahme 2002 43,0%; größter Rückgang 2005 –17,4%
 Aktien: größte Zunahme 2003 82,6%; größter Rückgang 2004 –39,3%

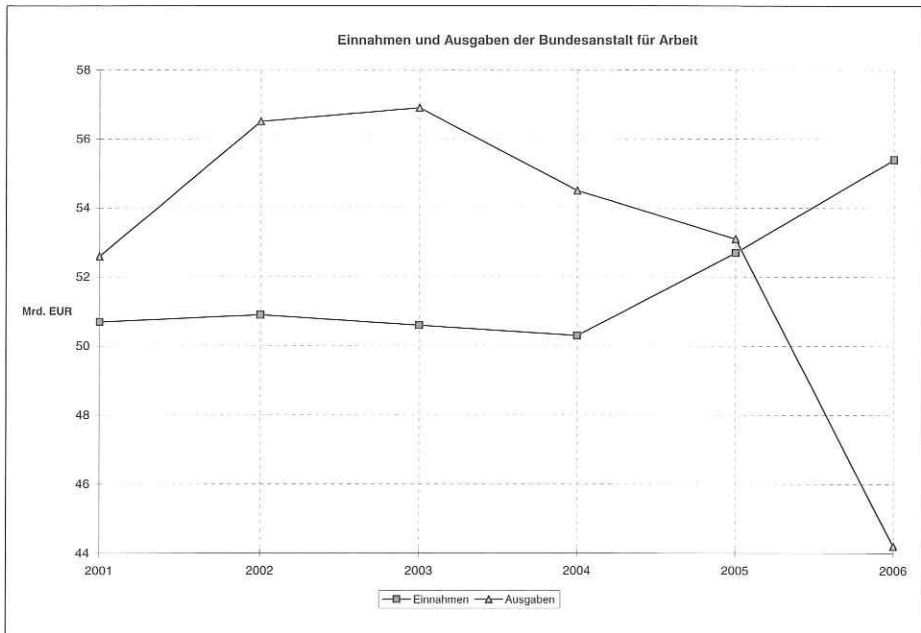
b)

| Jahr | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-----------------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Index festverz. Wertpapiere | 100 | 143,0 | 155,0 | 154,2 | 127,5 | 118,1 |
| Index Aktien | 100 | 52,3 | 95,5 | 58,0 | 78,4 | 51,7 |



2002 starker Anstieg festverz. Wertpapiere, starker Rückgang Aktien.
 2003 leichter Anstieg festverz. Wertpapiere, starker Anstieg Aktien.
 2004 festverz. Wertpapiere gleichbleibend, starker Rückgang Aktien.
 2005 Rückgang festverz. Wertpapiere, Anstieg Aktien.
 2006 leichter Rückgang festverz. Wertpapiere, Rückgang Aktien.

15. a)



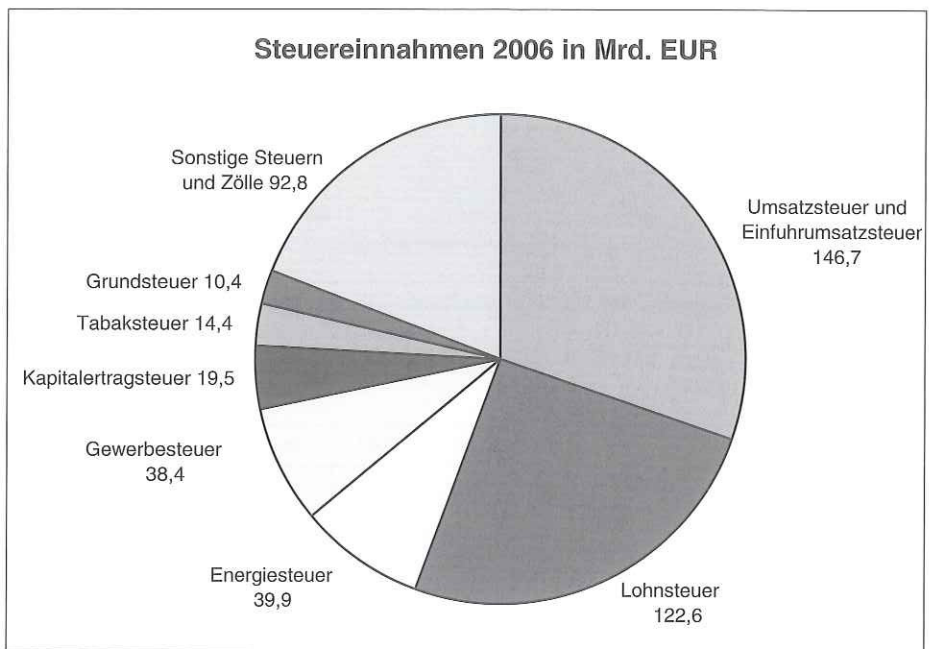
Die Einnahmen sind in 2002 bis 2004 annähernd gleichbleibend und steigen in 2005 und 2006 stetig.

Die Ausgaben steigen 2002 stark an, nehmen 2003 gering zu, sind 2004 und 2005 rückläufig und fallen 2006 stark.

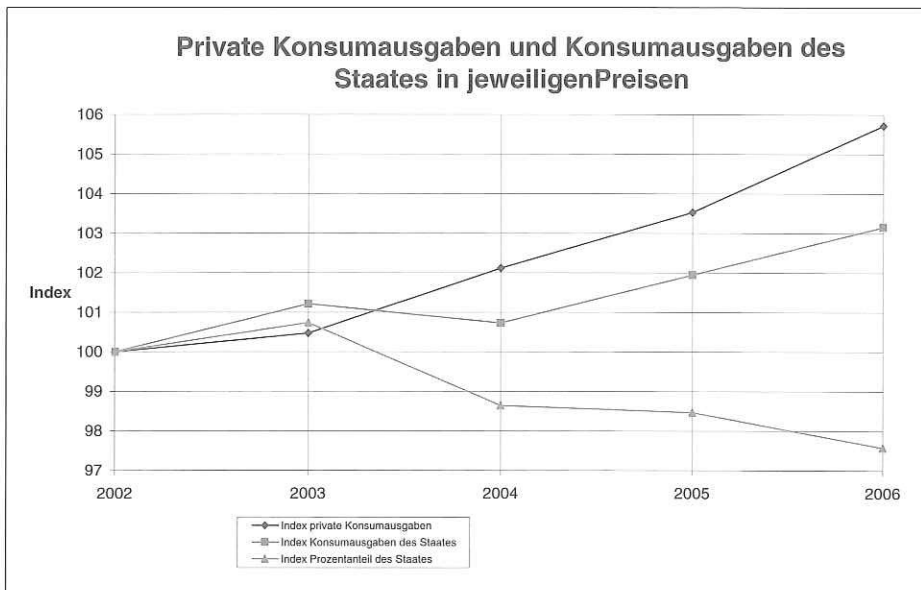
| Jahr | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|--------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|--------|
| b) Differenz in Mrd. EUR | -1,9 | -5,6 | -6,3 | -4,2 | -0,4 | 11,2 |
| c) Einnahmen gegenüber Vorjahr | - | 0,4% | -0,6% | -0,6% | 4,8% | 5,1% |
| Ausgaben gegenüber Vorjahr | - | 7,4% | 0,7% | -4,2% | -2,6% | -16,8% |
| d) Index Einnahmen | 100 | 100,4 | 99,8 | 99,2 | 103,9 | 109,3 |
| Index Ausgaben | 100 | 107,4 | 108,2 | 103,6 | 101,0 | 84,0 |

16. Einnahmen aus Bundes-, Länder- und Gemeindesteuern 2006

| Steuerart | Mrd. EUR | Prozent | Grad |
|--------------------------------------|----------|---------|------|
| Umsatzsteuer und Einfuhrumsatzsteuer | 146,7 | 30,3% | 109° |
| Lohnsteuer | 122,6 | 25,3% | 91° |
| Energiesteuer | 39,9 | 8,2% | 30° |
| Gewerbsteuer | 38,4 | 7,9% | 29° |
| Kapitalertragsteuer | 19,5 | 4,0% | 14° |
| Tabaksteuer | 14,4 | 3,0% | 11° |
| Grundsteuer | 10,4 | 2,1% | 8° |
| Sonstige Steuern und Zölle | 92,8 | 19,1% | 69° |
| insgesamt | 484,7 | 100 % | 360° |



| | | | | | | |
|--------|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| 17. a) | Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
| | Private Konsumausgaben gegenüber Vorjahr | – | 0,5% | 1,6% | 1,4% | 2,1% |
| | Konsumausgaben des Staates gegenüber Vorjahr | – | 1,2% | –0,5% | 1,2% | 1,2% |
| b) | Konsumausg. des Staates in % der priv. Konsumausg. | 32,29% | 32,53% | 31,85% | 31,79% | 31,50% |
| c) | Index private Konsumausgaben | 100,0 | 100,5 | 102,1 | 103,5 | 105,7 |
| | Index Konsumausgaben des Staates | 100,0 | 101,2 | 100,7 | 101,9 | 103,2 |
| | Index Prozentanteil des Staates | 100,0 | 100,7 | 98,6 | 98,5 | 97,6 |

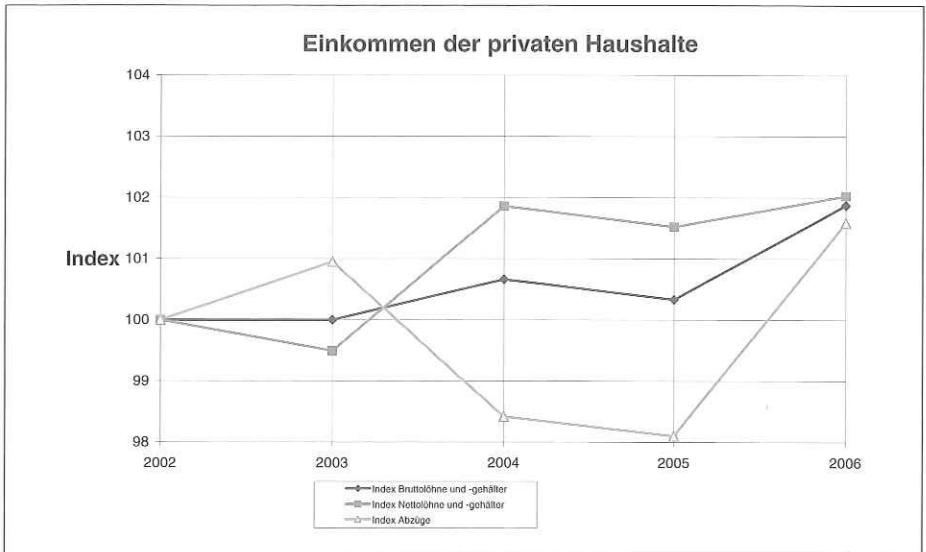


Der Index der privaten Konsumausgaben steigt 2003 gering und steigt von 2004 bis 2006 stetig.

Der Index der Konsumausgaben des Staates steigt 2003, ist 2004 leicht fallend und steigt 2005 und 2006 stetig.

Der prozentuale Anteil des Staatskonsums am Privatkonsum nimmt 2003 gering zu, ist 2004 stark fallend, bleibt 2005 etwa gleich groß und ist 2006 fallend.

| 18. Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|
| a) Bruttolöhne und -gehälter gegenüber Vj. | – | 0,0% | 0,7% | –0,3% | 1,5% |
| Nettolöhne und -gehälter gegenüber Vj. | – | –0,5% | 2,4% | –0,3% | 0,5% |
| b) Abzüge in Mrd. EUR | 316 | 319 | 311 | 310 | 321 |
| Abzüge in % von Brutto | 34,8% | 35,1% | 34,0% | 34,0% | 34,7% |
| c) Index Bruttolöhne und -gehälter | 100 | 100,0 | 100,7 | 100,3 | 101,9 |
| Index Nettolöhne und -gehälter | 100 | 99,5 | 101,9 | 101,5 | 102,0 |
| Index Abzüge | 100 | 100,9 | 98,4 | 98,1 | 101,6 |

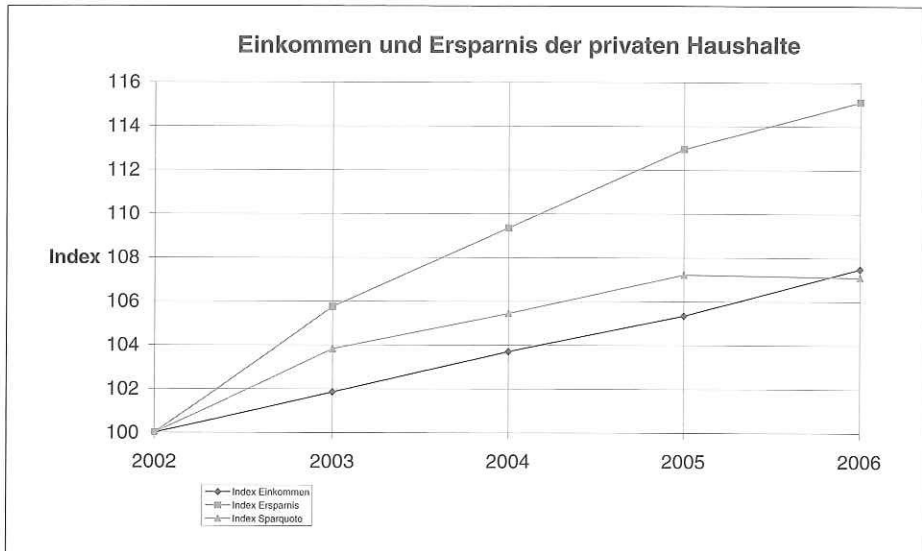


Der Index der Bruttolöhne- und -gehälter ist 2003 gleichbleibend, steigt 2004 leicht an, fällt 2005 leicht und steigt 2006 stark an.

Der Index der Nettolöhne- und -gehälter ist 2003 leicht fallend, steigt 2004 stark an, ist 2005 leicht rückgängig und steigt 2006 gering.

Der Index der Abzüge steigt 2003, fällt 2004 stark, ist 2005 leicht rückgängig und steigt 2006 stark an.

| | | | | | | |
|--------|-----------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| 19. a) | Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
| | Einkommen gegenüber Vorjahr | – | 1,9% | 1,8% | 1,6% | 2,0% |
| | Ersparnis gegenüber Vorjahr | – | 5,8% | 3,4% | 3,3% | 1,9% |
| b) | Sparquote | 9,9% | 10,3% | 10,4% | 10,6% | 10,6% |
| c) | Index Einkommen | 100 | 101,9 | 103,7 | 105,3 | 107,5 |
| | Index Ersparnis | 100 | 105,8 | 109,4 | 112,9 | 115,1 |
| | Index Sparquote | 100 | 103,8 | 105,4 | 107,2 | 107,1 |



Das verfügbare Einkommen steigt von 2003 bis 2006 stetig.

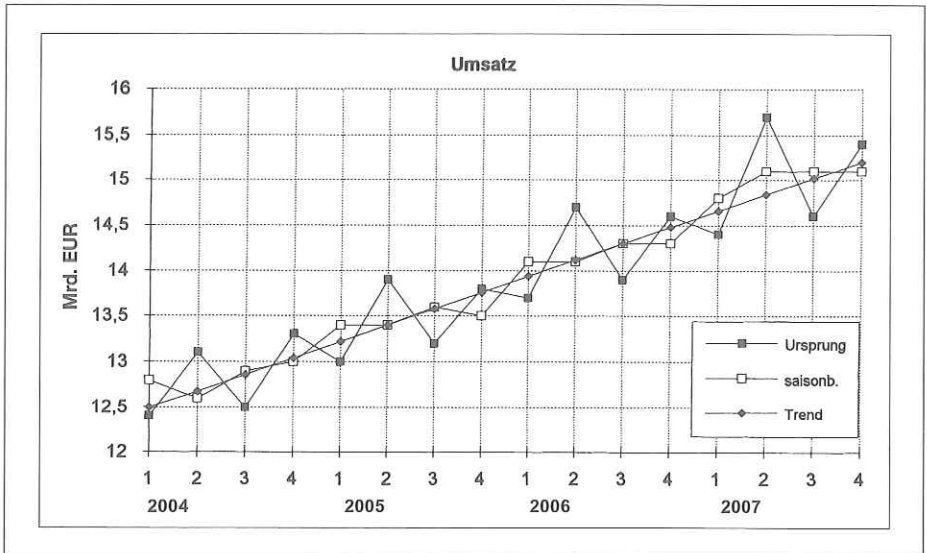
Der Index der Ersparnis steigt von 2003 bis 2006 stärker als der Index des Einkommens.
Größter Anstieg in 2003.

Die Sparquote steigt von 2003 bis 2005 und ist 2006 leicht rückläufig.

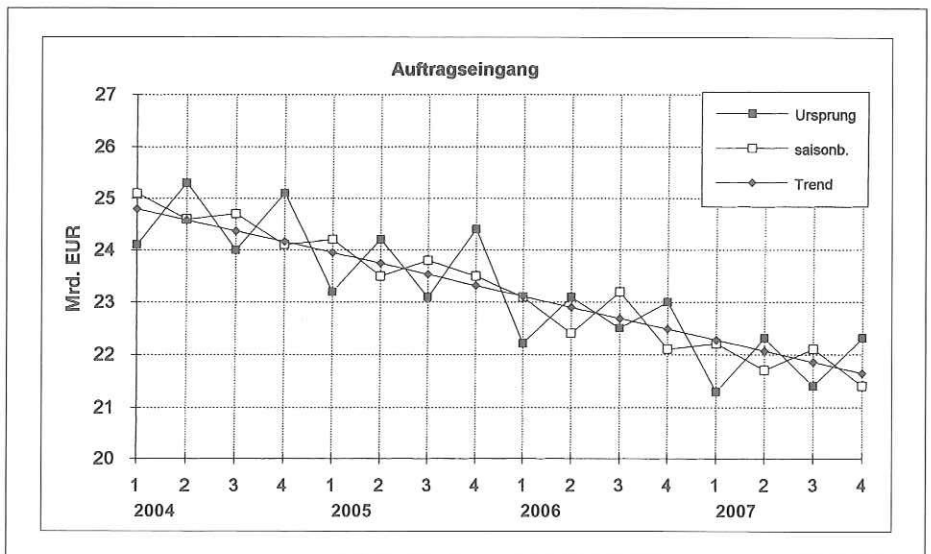
15.4.6 Analyse von Zeitreihen

15.4.6.1 Zeitreihen mit Ursprungswerten und saisonbereinigten Werten. Trend

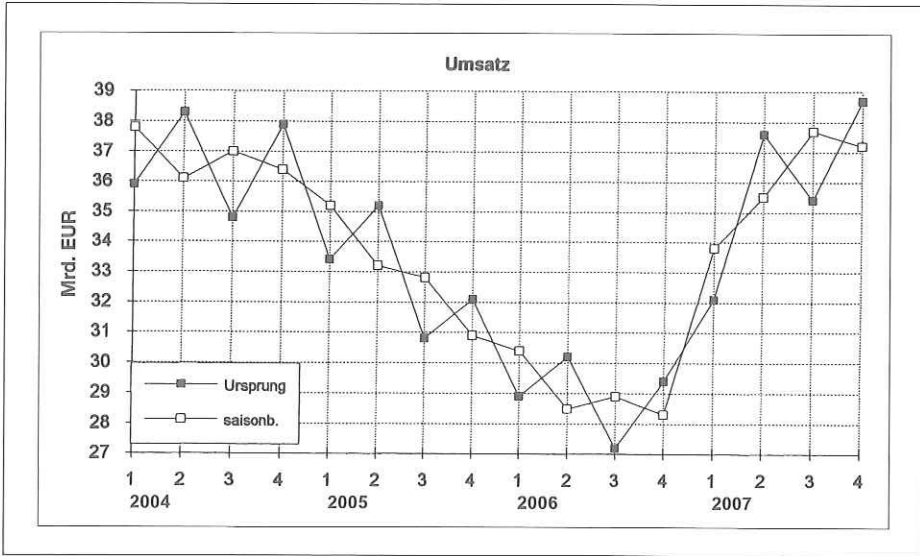
1.



2.

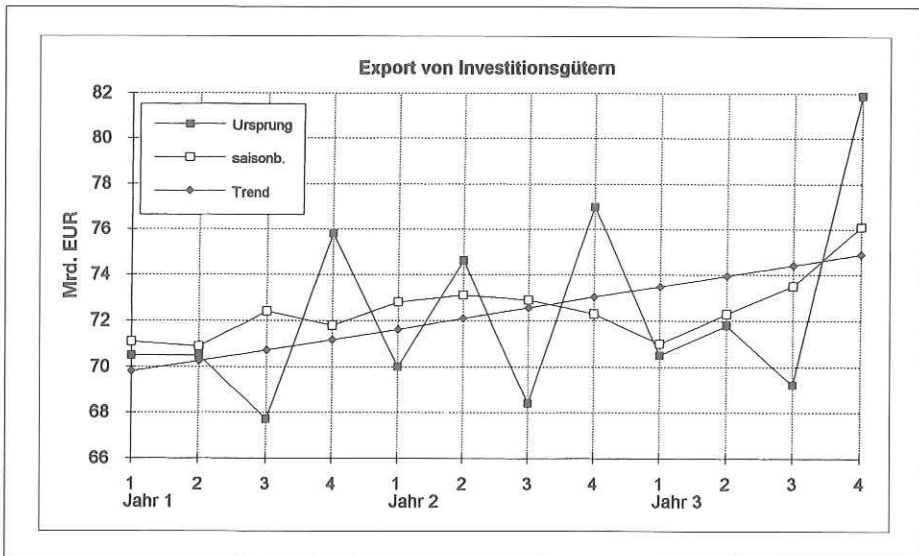


3.

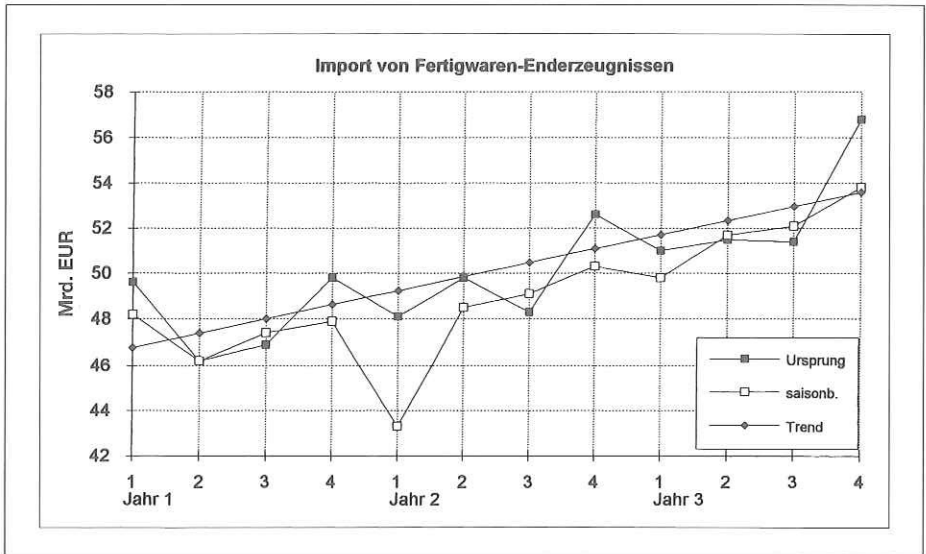


Die Kurve verläuft nicht stetig; sie fällt von 1998 bis Mitte 2000 und steigt dann steil an.

4.



5.



15.4.6.2 Berechnung von saisonbereinigten Werten

1.

| Jahr | x_i | Qu | y_i | d_i | $s_i = \frac{y_i}{d_i}$ | $z_i = y_i : d_i$ | | | | S_i | $y'_i = \frac{y_i}{S_i}$ |
|-----------------------------|-------|----|-------|-------|-------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------------------|--------------------------|
| | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| 2004 | 1 | 1 | 12,4 | | | | | | | 97 % | 12,8 |
| | 2 | 2 | 13,1 | 12,7 | 0,4 | | 1,03 | | | 104 % | 12,6 |
| | 3 | 3 | 12,5 | 13,0 | -0,5 | | | 0,96 | | 97 % | 12,9 |
| | 4 | 4 | 13,3 | 12,9 | 0,4 | | | | 1,03 | 102 % | 13,0 |
| 2005 | 5 | 1 | 13,0 | 13,4 | -0,4 | 0,97 | | | | 97 % | 13,4 |
| | 6 | 2 | 13,9 | 13,4 | 0,5 | | 1,04 | | | 104 % | 13,4 |
| | 7 | 3 | 13,2 | 13,6 | -0,4 | | | 0,97 | | 97 % | 13,6 |
| | 8 | 4 | 13,8 | 13,6 | 0,2 | | | | 1,01 | 102 % | 13,5 |
| 2006 | 9 | 1 | 13,7 | 14,1 | -0,4 | 0,97 | | | | 97 % | 14,1 |
| | 10 | 2 | 14,7 | 14,1 | 0,6 | | 1,04 | | | 104 % | 14,1 |
| | 11 | 3 | 13,9 | 14,4 | -0,5 | | | 0,97 | | 97 % | 14,3 |
| | 12 | 4 | 14,6 | 14,3 | 0,3 | | | | 1,02 | 102 % | 14,3 |
| 2007 | 13 | 1 | 14,4 | 14,9 | -0,5 | 0,97 | | | | 97 % | 14,8 |
| | 14 | 2 | 15,7 | 14,9 | 0,8 | | 1,05 | | | 104 % | 15,1 |
| | 15 | 3 | 14,6 | 15,2 | -0,6 | | | 0,96 | | 97 % | 15,1 |
| | 16 | 4 | 15,4 | | | | | | | 102 % | 15,1 |
| Quartalsummen der z_i | | | | | | 2,91 | 4,16 | 3,86 | 3,12 | $m_{1-4} = 0,999$ | |
| Mittelwerte m_i der z_i | | | | | | 0,970 | 1,040 | 0,965 | 1,040 | | |
| Saisonindices S_i | | | | | | 97 % | 104 % | 97 % | 104 % | | |

2.

| Jahr | x_i | Qu | y_i | d_i | $s_i = \frac{y_i}{y_i - d_i}$ | $z_i = y_i : d_i$ | | | | S_i | $y'_i = \frac{y_i}{S_i}$ |
|-----------------------------|-------|----|-------|-------|-------------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------------------|--------------------------|
| | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| 2004 | 1 | 1 | 24,1 | | | | | | | 96 % | 25,1 |
| | 2 | 2 | 25,3 | 24,5 | 0,8 | | 1,03 | | | 103 % | 24,6 |
| | 3 | 3 | 24,0 | 24,8 | -0,8 | | | 0,97 | | 97 % | 24,7 |
| | 4 | 4 | 25,1 | 24,1 | 1,0 | | | | 1,04 | 104 % | 24,1 |
| 2005 | 5 | 1 | 23,2 | 24,2 | -1,0 | 0,96 | | | | 96 % | 24,2 |
| | 6 | 2 | 24,2 | 23,5 | 0,7 | | 1,03 | | | 103 % | 23,5 |
| | 7 | 3 | 23,1 | 23,9 | -0,8 | | | 0,97 | | 97 % | 23,8 |
| 2006 | 8 | 4 | 24,4 | 23,2 | 1,2 | | | | 1,05 | 104 % | 23,5 |
| | 9 | 1 | 22,2 | 23,2 | -1,0 | 0,96 | | | | 96 % | 23,1 |
| | 10 | 2 | 23,1 | 22,6 | 0,5 | | 1,02 | | | 103 % | 22,4 |
| | 11 | 3 | 22,5 | 22,9 | -0,4 | | | 0,98 | | 97 % | 23,2 |
| 2007 | 12 | 4 | 23,0 | 22,3 | 0,7 | | | | 1,03 | 104 % | 22,1 |
| | 13 | 1 | 21,3 | 22,2 | -0,9 | 0,96 | | | | 96 % | 22,2 |
| | 14 | 2 | 22,3 | 21,7 | 0,6 | | 1,03 | | | 103 % | 21,7 |
| | 15 | 3 | 21,4 | 22,0 | -0,6 | | | 0,97 | | 97 % | 22,1 |
| | 16 | 4 | 22,3 | | | | | | | 104 % | 21,4 |
| Quartalsummen der z_i | | | | | | 2,88 | 4,11 | 3,89 | 3,12 | | |
| Mittelwerte m_i der z_i | | | | | | 0,960 | 1,028 | 0,973 | 1,040 | $m_{1-4} = 1,000$ | |
| Saisonindices S_i | | | | | | 96 % | 103 % | 97 % | 104 % | | |

3.

| Jahr | x_i | Qu | y_i | d_i | $s_i = \frac{y_i}{y_i - d_i}$ | $z_i = y_i : d_i$ | | | | S_i | $y'_i = \frac{y_i}{S_i}$ |
|-----------------------------|-------|----|-------|-------|-------------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------------------|--------------------------|
| | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| 2004 | 1 | 1 | 35,9 | | | | | | | 95 % | 37,8 |
| | 2 | 2 | 38,3 | 36,3 | 2,0 | | 1,06 | | | 106 % | 36,1 |
| | 3 | 3 | 34,8 | 37,0 | -2,2 | | | 0,94 | | 94 % | 37,0 |
| | 4 | 4 | 37,9 | 35,4 | 2,5 | | | | 1,07 | 104 % | 36,4 |
| 2005 | 5 | 1 | 33,4 | 35,5 | -2,1 | 0,94 | | | | 95 % | 35,2 |
| | 6 | 2 | 35,2 | 33,1 | 2,1 | | 1,06 | | | 106 % | 33,2 |
| | 7 | 3 | 30,8 | 32,7 | -1,9 | | | 0,94 | | 94 % | 32,8 |
| 2006 | 8 | 4 | 32,1 | 30,6 | 1,5 | | | | 1,05 | 104 % | 30,9 |
| | 9 | 1 | 28,9 | 30,4 | -1,5 | 0,95 | | | | 95 % | 30,4 |
| | 10 | 2 | 30,2 | 28,8 | 1,4 | | 1,05 | | | 106 % | 28,5 |
| | 11 | 3 | 27,2 | 28,9 | -1,7 | | | 0,94 | | 94 % | 28,9 |
| 2007 | 12 | 4 | 29,4 | 29,6 | -0,2 | | | | 0,99 | 104 % | 28,3 |
| | 13 | 1 | 32,1 | 33,0 | -0,9 | 0,97 | | | | 95 % | 33,8 |
| | 14 | 2 | 37,6 | 35,0 | 2,6 | | 1,07 | | | 106 % | 35,5 |
| | 15 | 3 | 35,4 | 37,2 | -1,8 | | | 0,95 | | 94 % | 37,7 |
| | 16 | 4 | 38,7 | | | | | | | 104 % | 37,2 |
| Quartalsummen der z_i | | | | | | 2,86 | 4,24 | 3,77 | 3,11 | | |
| Mittelwerte m_i der z_i | | | | | | 0,953 | 1,060 | 0,943 | 1,037 | $m_{1-4} = 0,998$ | |
| Saisonindices S_i | | | | | | 95 % | 106 % | 94 % | 104 % | | |

| 4. Jahr | x_i | Qu | y_i | d_i | $s_i =$ $y_i - d_i$ | $z_i = y_i : d_i$ | | | | S_i | $y_i' =$ $y_i : S_i$ |
|-----------------------------|-------|----|-------|-------|------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------------------|-------------------------|
| | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| 1 | 1 | 1 | 36,3 | | | | | | | 99 % | 36,7 |
| | 2 | 2 | 36,3 | 35,8 | 0,5 | | 1,01 | | | 103 % | 35,2 |
| | 3 | 3 | 34,9 | 35,1 | -0,2 | | | 0,99 | | 98 % | 35,6 |
| | 4 | 4 | 34,1 | 34,0 | 0,1 | | | | 1,00 | 101 % | 33,8 |
| 2 | 5 | 1 | 33,1 | 33,6 | -0,5 | 0,99 | | | | 99 % | 33,4 |
| | 6 | 2 | 33,7 | 32,5 | 1,2 | | 1,04 | | | 103 % | 32,7 |
| | 7 | 3 | 30,7 | 31,8 | -1,1 | | | 0,97 | | 98 % | 31,3 |
| | 8 | 4 | 30,9 | 30,6 | 0,3 | | | | 1,01 | 101 % | 30,6 |
| 3 | 9 | 1 | 30,3 | 30,9 | -0,6 | 0,98 | | | | 99 % | 30,6 |
| | 10 | 2 | 31,5 | 31,0 | 0,5 | | 1,02 | | | 103 % | 30,6 |
| | 11 | 3 | 31,2 | 31,9 | -0,7 | | | 0,98 | | 98 % | 31,8 |
| | 12 | 4 | 33,0 | | | | | | | 101 % | 32,7 |
| Quartalsummen der z_i | | | | | | 1,97 | 3,07 | 2,94 | 2,01 | | |
| Mittelwerte m_i der z_i | | | | | | 0,985 | 1,023 | 0,980 | 1,005 | $m_{1-4} = 0,998$ | |
| Saisonindices S_i | | | | | | 99 % | 103 % | 98 % | 101 % | | |

| 5. Jahr | x_i | Qu | y_i | d_i | $s_i =$ $y_i - d_i$ | $z_i = y_i : d_i$ | | | | S_i | $y_i' =$ $y_i : S_i$ |
|-----------------------------|-------|----|-------|-------|------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------------------|-------------------------|
| | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| 1 | 1 | 1 | 16,4 | | | | | | | 101 % | 16,2 |
| | 2 | 2 | 15,0 | 14,9 | 0,1 | | 1,01 | | | 99 % | 15,2 |
| | 3 | 3 | 13,4 | 13,7 | -0,3 | | | 0,98 | | 98 % | 13,7 |
| | 4 | 4 | 12,6 | 12,1 | 0,5 | | | | 1,04 | 102 % | 12,4 |
| 2 | 5 | 1 | 10,2 | 10,1 | 0,1 | 1,01 | | | | 101 % | 10,1 |
| | 6 | 2 | 7,6 | 8,1 | -0,5 | | 0,94 | | | 99 % | 7,7 |
| | 7 | 3 | 6,4 | 6,9 | -0,5 | | | 0,93 | | 98 % | 6,5 |
| | 8 | 4 | 6,7 | 6,7 | 0,0 | | | | 1,00 | 102 % | 6,6 |
| 3 | 9 | 1 | 6,9 | 6,9 | 0,0 | 1,00 | | | | 101 % | 6,8 |
| | 10 | 2 | 7,0 | 7,0 | 0,0 | | 1,00 | | | 99 % | 7,1 |
| | 11 | 3 | 7,2 | 7,0 | 0,2 | | | 1,03 | | 98 % | 7,3 |
| | 12 | 4 | 6,9 | | | | | | | 102 % | 6,8 |
| Quartalsummen der z_i | | | | | | 2,01 | 2,95 | 2,94 | 2,04 | | |
| Mittelwerte m_i der z_i | | | | | | 1,005 | 0,983 | 0,980 | 1,020 | $m_{1-4} = 0,997$ | |
| Saisonindices S_i | | | | | | 101 % | 99 % | 98 % | 102 % | | |

15.4.6.3 Gleichung der linearen Trendfunktion

1.

| x_i | y_i | $x_i \cdot y_i$ | x_i^2 | t_i | $z_i = y_i - t_i$ |
|-------|-------|-----------------|---------|-------|-------------------|
| 1 | 12,4 | 12,4 | 1 | 12,50 | -0,10 |
| 2 | 13,1 | 26,2 | 4 | 12,68 | 0,42 |
| 3 | 12,5 | 37,5 | 9 | 12,86 | -0,36 |
| 4 | 13,3 | 53,2 | 16 | 13,04 | 0,26 |
| 5 | 13,0 | 65,0 | 25 | 13,22 | -0,22 |
| 6 | 13,9 | 83,4 | 36 | 13,40 | 0,50 |
| 7 | 13,2 | 92,4 | 49 | 13,58 | -0,38 |
| 8 | 13,8 | 110,4 | 64 | 13,76 | 0,04 |
| 9 | 13,7 | 123,3 | 81 | 13,94 | -0,24 |
| 10 | 14,7 | 147,0 | 100 | 14,12 | 0,58 |
| 11 | 13,9 | 152,9 | 121 | 14,30 | -0,40 |
| 12 | 14,6 | 175,2 | 144 | 14,48 | 0,12 |
| 13 | 14,4 | 187,2 | 169 | 14,66 | -0,26 |
| 14 | 15,7 | 219,8 | 196 | 14,84 | 0,86 |
| 15 | 14,6 | 219,0 | 225 | 15,02 | -0,42 |
| 16 | 15,4 | 246,4 | 256 | 15,20 | 0,20 |
| 136 | 222,2 | 1951,3 | 1496 | | |

$$\begin{array}{r}
 222,2 = 136 a + 16 b \quad | \cdot 11 \\
 1951,3 = 1496 a + 136 b \quad | \cdot (-1) \\
 \hline
 2444,2 = 1496 a + 176 b \\
 -1951,3 = -1496 a - 136 b \\
 \hline
 492,9 = 0 + 40 b \\
 b = 12,32 \\
 \hline
 222,2 = 136 a + 197,12 \\
 a = 0,18 \\
 \hline
 t(x) = 0,18 x + 12,32
 \end{array}$$

2.

| x_i | y_i | $x_i \cdot y_i$ | x_i^2 | t_i | $z_i = y_i - t_i$ |
|-------|-------|-----------------|---------|-------|-------------------|
| 1 | 24,1 | 24,1 | 1 | 24,79 | -0,69 |
| 2 | 25,3 | 50,6 | 4 | 24,58 | 0,72 |
| 3 | 24,0 | 72,0 | 9 | 24,37 | -0,37 |
| 4 | 25,1 | 100,4 | 16 | 24,16 | 0,94 |
| 5 | 23,2 | 116,0 | 25 | 23,95 | -0,75 |
| 6 | 24,2 | 145,2 | 36 | 23,74 | 0,46 |
| 7 | 23,1 | 161,7 | 49 | 23,53 | -0,43 |
| 8 | 24,4 | 195,2 | 64 | 23,32 | 1,08 |
| 9 | 22,2 | 199,8 | 81 | 23,11 | -0,91 |
| 10 | 23,1 | 231,0 | 100 | 22,90 | 0,20 |
| 11 | 22,5 | 247,5 | 121 | 22,69 | -0,19 |
| 12 | 23,0 | 276,0 | 144 | 22,48 | 0,52 |
| 13 | 21,3 | 276,9 | 169 | 22,27 | -0,97 |
| 14 | 22,3 | 312,2 | 196 | 22,06 | 0,24 |
| 15 | 21,4 | 321,0 | 225 | 21,85 | -0,45 |
| 16 | 22,3 | 356,8 | 256 | 21,64 | 0,66 |
| 136 | 371,5 | 3086,4 | 1496 | | |

$$\begin{array}{r}
 371,5 = 136 a + 16 b \quad | \cdot 11 \\
 3086,4 = 1496 a + 136 b \quad | \cdot (-1) \\
 \hline
 4086,5 = 1496 a + 176 b \\
 -3086,3 = -1496 a - 136 b \\
 \hline
 1000,1 = 0 + 40 b \\
 b = 25,00 \\
 \hline
 371,5 = 136 a + 400,00 \\
 a = -0,21 \\
 \hline
 t(x) = -0,21 x + 25,00
 \end{array}$$

3.

| x_i | y_i | $x_i \cdot y_i$ | x_i^2 | t_i | $z_i = y_i - t_i$ |
|-------|-------|-----------------|---------|-------|-------------------|
| 1 | 31,1 | 31,1 | 1 | 31,26 | -0,16 |
| 2 | 32,8 | 65,6 | 4 | 31,72 | 1,08 |
| 3 | 30,8 | 92,4 | 9 | 32,18 | -1,38 |
| 4 | 33,4 | 133,6 | 16 | 32,64 | 0,76 |
| 5 | 32,1 | 160,5 | 25 | 33,10 | -1,00 |
| 6 | 34,4 | 206,4 | 36 | 33,56 | 0,84 |
| 7 | 33,5 | 234,5 | 49 | 34,02 | -0,52 |
| 8 | 35,2 | 281,6 | 64 | 34,48 | 0,72 |
| 9 | 33,9 | 305,1 | 81 | 34,94 | -1,04 |
| 10 | 35,8 | 358,0 | 100 | 35,40 | 0,40 |
| 11 | 36,3 | 399,3 | 121 | 35,86 | -0,44 |
| 12 | 37,9 | 454,8 | 144 | 36,32 | 1,58 |
| 13 | 36,7 | 477,1 | 169 | 36,78 | -0,08 |
| 14 | 36,1 | 505,4 | 196 | 37,24 | -1,14 |
| 15 | 37,4 | 561,0 | 225 | 37,70 | -0,30 |
| 16 | 38,6 | 617,6 | 256 | 38,16 | 0,44 |
| 136 | 556,0 | 4884,0 | 1496 | | |

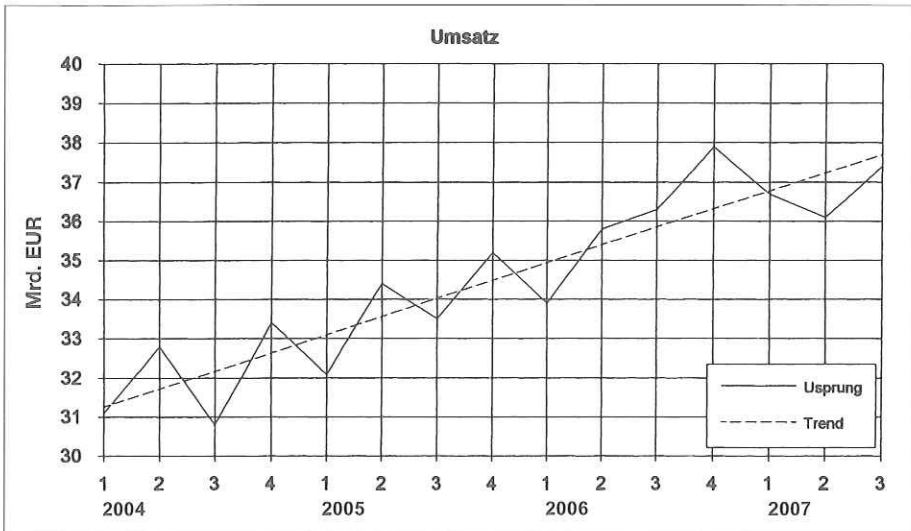
$$\begin{array}{r} 556 = 136 a + 16 b \quad | \cdot 11 \\ 4884 = 1496 a + 136 b \quad | \cdot (-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6116 = 1496 a + 176 b \\ -4884 = -1496 a - 136 b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1232 = 0 + 40 b \\ b = 30,80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 556 = 136 a + 492,80 \\ a = 0,46 \end{array}$$

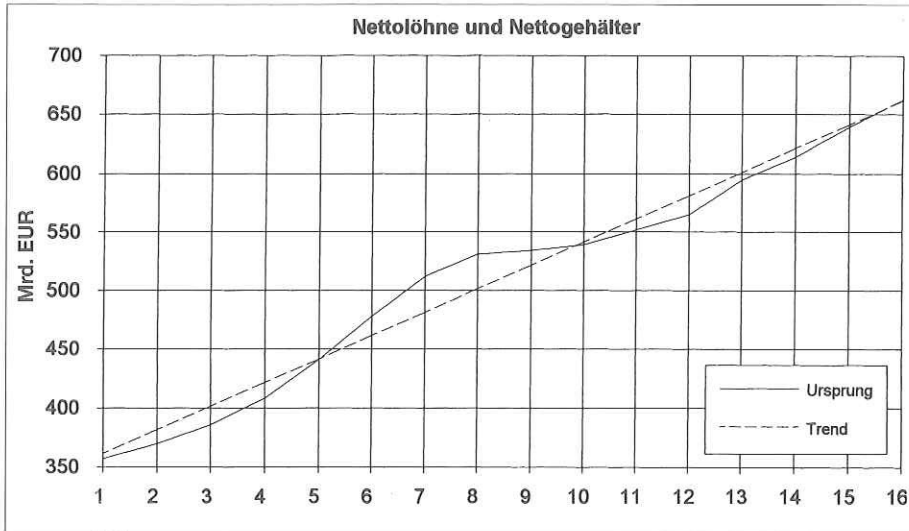
$$t(x) = 0,46 x + 30,80$$



4.

| x_i | y_i | $x_i \cdot y_i$ | x_i^2 | t_i | $z_i = y_i - t_i$ |
|-------|-------|-----------------|---------|--------|-------------------|
| 1 | 357 | 357 | 1 | 361,61 | - 4,61 |
| 2 | 370 | 740 | 4 | 381,59 | -11,59 |
| 3 | 386 | 1158 | 9 | 401,57 | -15,57 |
| 4 | 408 | 1632 | 16 | 421,55 | -13,55 |
| 5 | 441 | 2205 | 25 | 441,53 | - 0,53 |
| 6 | 478 | 2868 | 36 | 461,51 | 16,49 |
| 7 | 512 | 3584 | 49 | 481,49 | 30,51 |
| 8 | 531 | 4248 | 64 | 501,47 | 29,53 |
| 9 | 534 | 4806 | 81 | 521,45 | 12,55 |
| 10 | 539 | 5390 | 100 | 541,43 | - 2,43 |
| 11 | 552 | 6072 | 121 | 561,41 | - 9,41 |
| 12 | 565 | 6780 | 144 | 581,39 | -16,39 |
| 13 | 595 | 7735 | 169 | 601,37 | - 6,37 |
| 14 | 614 | 8596 | 196 | 621,35 | - 7,35 |
| 15 | 639 | 9585 | 225 | 641,33 | - 2,33 |
| 16 | 662 | 10592 | 256 | 661,31 | 0,69 |
| 136 | 8183 | 76348 | 1496 | | |

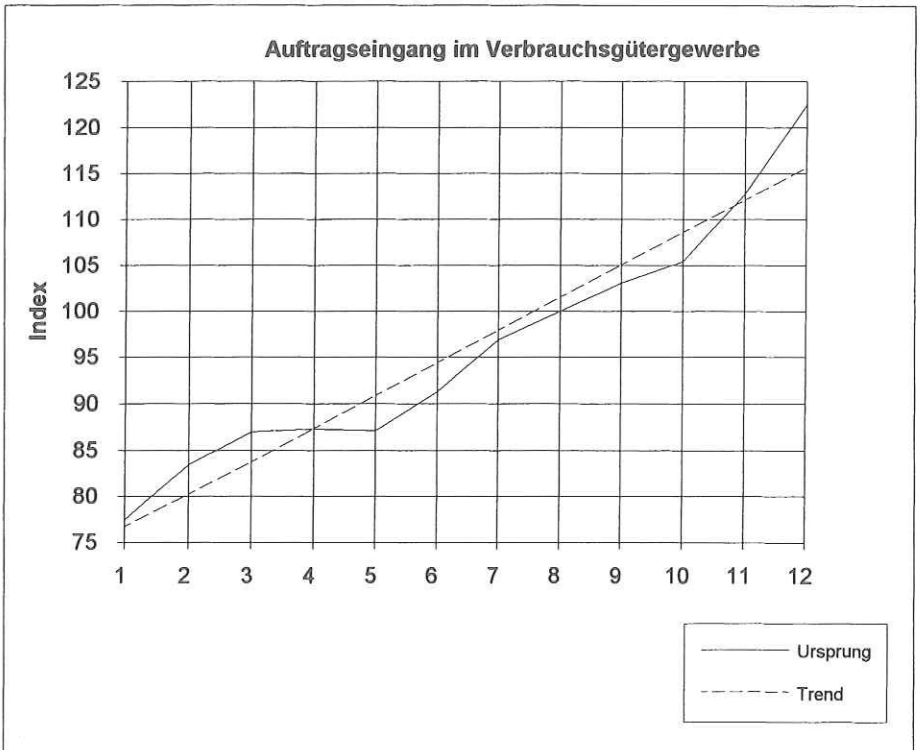
$$\begin{array}{r}
 8183 = 136 a + 16 b \quad | \cdot 11 \\
 76348 = 1496 a + 136 b \quad | \cdot (-1) \\
 \hline
 90013 = 1496 a + 176 b \\
 -76348 = -1496 a - 136 b \\
 \hline
 13665 = 0 + 40 b \\
 b = 341,63 \\
 \hline
 8183 = 136 a + 5466,08 \\
 a = 19,98 \\
 \hline
 t(x) = 19,98 x + 341,63
 \end{array}$$



5.

| x_i | y_i | $x_i \cdot y_i$ | x_i^2 | t_i | $z_i = y_i - t_i$ |
|-------|--------|-----------------|---------|--------|-------------------|
| 1 | 77,4 | 77,4 | 1 | 76,73 | 0,67 |
| 2 | 83,5 | 167,0 | 4 | 80,27 | 3,23 |
| 3 | 87,0 | 261,0 | 9 | 83,81 | 3,19 |
| 4 | 87,3 | 349,2 | 16 | 87,35 | -0,05 |
| 5 | 87,1 | 435,5 | 25 | 90,89 | -3,79 |
| 6 | 91,3 | 547,8 | 36 | 94,43 | -3,13 |
| 7 | 96,9 | 678,3 | 49 | 97,97 | -1,07 |
| 8 | 100,0 | 800,0 | 64 | 101,51 | -1,51 |
| 9 | 103,1 | 927,9 | 81 | 105,05 | -1,95 |
| 10 | 105,4 | 1054,0 | 100 | 108,59 | -3,19 |
| 11 | 112,8 | 1240,8 | 121 | 112,13 | 0,67 |
| 12 | 122,5 | 1470,0 | 144 | 115,67 | 6,83 |
| 78 | 1154,3 | 8008,9 | 650 | | |

$$\begin{aligned}
 1154,3 &= 78 a + 12 b \quad | \cdot 25 \\
 8008,9 &= 650 a + 78 b \quad | \cdot (-3) \\
 \hline
 28857,5 &= 1950 a + 300 b \\
 -24026,7 &= -1950 a - 234 b \\
 \hline
 4830,8 &= 0 + 66 b \\
 b &= 73,19 \\
 \hline
 1154,3 &= 78 a + 878,28 \\
 a &= 3,54 \\
 \hline
 t(x) &= 3,54 x + 73,19
 \end{aligned}$$



6.

| x_i | y_i | $x_i \cdot y_i$ | x_i^2 | t_i | $Z_i = y_i - t_i$ |
|-------|--------|-----------------|---------|--------|-------------------|
| 1 | 74,2 | 74,2 | 1 | 69,66 | 4,54 |
| 2 | 80,3 | 160,6 | 4 | 74,09 | 6,21 |
| 3 | 81,8 | 245,4 | 9 | 78,52 | 3,28 |
| 4 | 80,4 | 321,6 | 16 | 82,95 | -2,55 |
| 5 | 81,6 | 408,0 | 25 | 87,38 | -5,78 |
| 6 | 84,7 | 508,2 | 36 | 91,81 | -7,11 |
| 7 | 90,7 | 634,9 | 49 | 96,24 | -5,54 |
| 8 | 100,0 | 800,0 | 64 | 100,67 | -0,67 |
| 9 | 105,4 | 948,6 | 81 | 105,10 | 0,30 |
| 10 | 105,1 | 1051,0 | 100 | 109,53 | -4,43 |
| 11 | 113,9 | 1252,9 | 121 | 113,96 | -0,06 |
| 12 | 130,1 | 1561,2 | 144 | 118,39 | 11,71 |
| 78 | 1128,2 | 7966,6 | 650 | | |

$$\begin{aligned} 1128,2 &= 78 a + 12 b & | \cdot 25 \\ 7966,6 &= 650 a + 78 b & | \cdot (-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28205,0 &= 1950 a + 300 b \\ -23899,8 &= -1950 a - 234 b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4305,2 &= 0 + 66 b \\ b &= 65,23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1128,2 &= 78 a + 782,76 \\ a &= 4,43 \end{aligned}$$

$$t(x) = 4,43 x + 65,23$$

