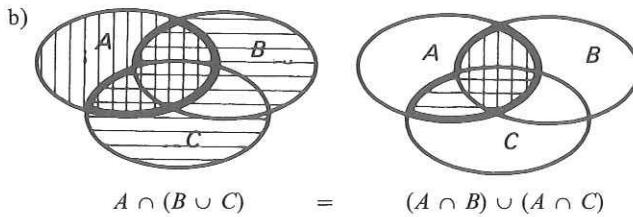
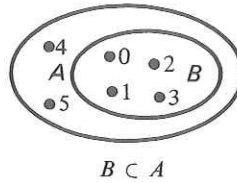


16 Aufgaben zur Wiederholung und zur Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

16.1 Mengenlehre

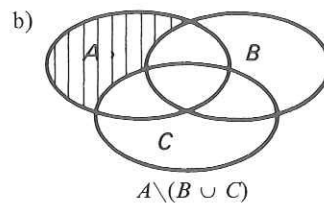
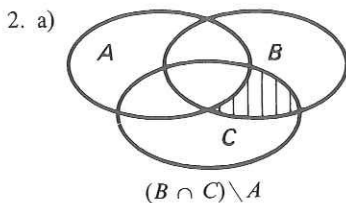
1. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{0, 1, 2, 3\}$



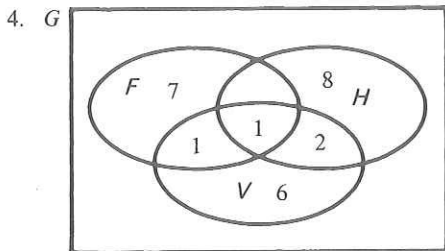
Beweis mit Zugehörigkeitstafel:

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
\in	\in	\in	\in	\in	\in	\in	\in
\in	\in	\notin	\in	\in	\in	\notin	\in
\in	\notin	\in	\in	\in	\notin	\in	\in
\in	\notin	\notin	\notin	\notin	\notin	\notin	\notin
\notin	\in	\in	\in	\notin	\notin	\notin	\notin
\notin	\in	\notin	\in	\notin	\notin	\notin	\notin
\notin	\notin	\in	\in	\notin	\notin	\notin	\notin
\notin	\notin	\notin	\notin	\notin	\notin	\notin	\notin

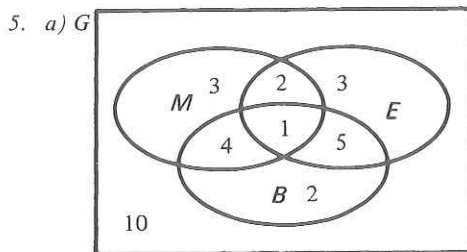
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



3. a) $(A \cup B) \setminus (B \cap C) = \{6, 7, 8, 13, 14\}$
 b) $(A \cup B \cup C) \cap G = \{6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14\}$
 c) $G \setminus (A \cap C) = \mathbb{N} \setminus \{10, 11\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, \dots\}$



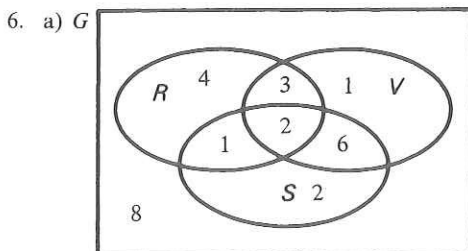
In der Klasse sind 25 Schüler.



b) 1 Schüler hat die Note gute in Mathematik, Englisch und Betriebswirtschaftslehre.

c) 4 Schüler haben die Note gut in Mathematik und Betriebswirtschaftslehre, nicht aber in Englisch.

d) 30 Schüler besuchen die Klasse.



b) (1) 6 Autos sind viertürig und haben Schiebedach und sind nicht rot.

(2) 3 Autos sind rot und viertürig und haben kein Schiebedach.

(3) 2 Autos haben Schiebedach und sind nicht rot und nicht viertürig.

16.2 Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen

1. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{2}{5}, -\frac{2}{5} \right\}$

HN $(2 - 5x)(2 + 5x)$

$-7x = 0$

$L = \{0\}$

c) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{4}{3}, -\frac{4}{3} \right\}$

HN $30(3x + 4)(3x - 4)$

$139x - 139 = 0$

$L = \{1\}$

2. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $x \neq a$

HN $x(x - a)$

$L = \{x \mid x = 3a\}$

$x \neq a \wedge a \neq 0$

c) $D = \mathbb{Q}$, $x \neq b \wedge x \neq -b$

HN $(x + b)(x - b)$

$L = \left\{ x \mid x = \frac{ab}{a+b} \right\}$

$x \neq b \wedge x \neq -b \wedge a \neq -b$

3. a) $x \leq 3$

$L = \{3, 2, 1, 0, -1, \dots\}$

oder $L = \{x \mid x \leq 3 \wedge x \in \mathbb{Z}\}$

b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{5, -5\}$

HN $(x + 5)(x - 5)$

$-16x + 10 = -16x + 10$

allgemeingültige Gleichung

$L = \mathbb{Q} \setminus \{5, -5\}$

d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{2, -2\}$

HN $2(x - 2)(x + 2)$

$x = 2$

$L = \emptyset$ $2 \notin D$

b) $D = \mathbb{Q}$, $x \neq a \wedge x \neq -a$

HN $(x + a)(x - a)$

$L = \{x \mid x = 2a\}$

$x \neq a \wedge x \neq -a \wedge a \neq 0$

d) $D = \mathbb{Q}$

$L = \left\{ x \mid x = \frac{(a+b)^2}{4(b-a)} \right\}$

$b \neq a$

4. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{5\}$

Fall 1: $x > 5 \wedge x < 2$; $L_1 = \emptyset$

Fall 2: $x < 5 \wedge x > 2$; $L_2 = \{x \mid 2 < x < 5\}$

$L = L_1 \cup L_2 = \{x \mid 2 < x < 5\}$

b) $L = \{x \mid x \leq -4 \wedge x \in \mathbb{Q}\}$

c) $L = \left\{ x \mid x > -\frac{6}{7} \wedge x \in \mathbb{Q} \right\}$

d) $L = \left\{ x \mid x \geq -\frac{4}{5} \wedge x \in \mathbb{Q} \right\}$

b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-5\}$

Fall 1: $x > -5 \wedge x \geq 3$; $L_1 = \{x \mid x \geq 3\}$

Fall 2: $x < -5 \wedge x \leq 3$; $L_2 = \{x \mid x < -5\}$

$L = L_1 \cup L_2 = \{x \mid x < -5 \vee x \geq 3\}$

c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2, 1\}$

Fall 1: $x > 1$; HN $(x + 2)(2x - 2) > 0$

$x > 1 \wedge x > 4$; $L_1 = \{x \mid x > 4\}$

Fall 2: $x < -2$; HN $(x + 2)(2x - 2) > 0$

$x < -2 \wedge x > 4$; $L_2 = \emptyset$

Fall 3: $-2 < x < 1$; HN $(x + 2)(2x - 2) < 0$

$-2 < x < 1 \wedge x < 4$; $L_3 = \{x \mid -2 < x < 1\}$

$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{x \mid -2 < x < 1 \vee x > 4\}$

d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$

Fall 1: $x > -2 \wedge x \geq 2$; $L_1 = \{x \mid x \geq 2\}$

Fall 2: $x < -2 \wedge x \leq 2$; $L_2 = \{x \mid x < -2\}$

$L = L_1 \cup L_2 = \{x \mid x < -2 \vee x \geq 2\}$

e) $D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

Fall 1: $x < 2 \wedge x \geq -3$; $L_1 = \{x \mid -3 \leq x < 2\}$

Fall 2: $x > 2 \wedge x \leq -3$; $L_2 = \emptyset$

$L = L_1 \cup L_2 = \{x \mid -3 \leq x < 2\}$

f) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$

Fall 1: $x > -2 \wedge x < 6;$

$L_1 = \{x | -2 < x < 6\}$

Fall 2: $x < -2 \wedge x > 6;$

$L_2 = \emptyset$

$L = L_1 \cup L_2 = \{x | -2 < x < 6\}$

h) $D = \mathbb{N}$, HN $2(3 - 2x)$

Fall 1: $x < \frac{3}{2} \wedge x > -\frac{5}{8}; L_1 = \{0, 1\}$

Fall 2: $x > \frac{3}{2} \wedge x < -\frac{5}{8}; L_2 = \emptyset$

$L = L_1 \cup L_2 = \{0, 1\}$

5. Kleinere Zahl
- x
- , größere Zahl
- $(x + 7)$

$4(x + 7) - 20 = 5x$

$$\underline{\underline{x = 8}}$$

Die kleinere Zahl ist 8, die größere 15.

g) $D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$

Fall 1: $x > 3 \wedge x > -2;$

$L_1 = \{x | x > 3\}$

Fall 2: $x < 3 \wedge x < -2;$

$L_2 = \{x | x < -2\}$

$L = L_1 \cup L_2 = \{x | x < -2 \vee x > 3\}$

6. Bruch $\frac{x-1}{x}$

$$\frac{x-1}{x} = \frac{x-1+6}{x+8}$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

Der Bruch ist $\frac{3}{4}$.

- 7.
- $x\%$
- Zinsfuß für 3 500,00 EUR Darlehen.

$$\frac{3500 \cdot x}{100} + \frac{75000 \cdot (x-1)}{100} = 585$$

$$\underline{\underline{x = -6}}$$

6% für 3 500,00 EUR

5% für 7 500,00 EUR

- 8.
- x
- Tage

$$\frac{8000 \cdot 6 \cdot x}{100 \cdot 360} + 15 = \frac{7200 \cdot 7 \cdot x}{100 \cdot 360}$$

$$\underline{\underline{x = 225}}$$

Nach 225 Tagen bringt das zweite Darlehen 15,00 EUR mehr Zinsen.

9. 2000,00 EUR

$$\underline{- 1200,00 \text{ EUR}}$$

$$800,00 \text{ EUR}$$

Zinsersparnis für 3 Monate = 90 Tage.

 $x\%$ Zinsfuß

$$\frac{30000 \cdot x \cdot 90}{100 \cdot 360} = 800$$

$$x = 10\frac{2}{3} \quad 10\frac{2}{3}\% \text{ Zinsfuß.}$$

800,00 EUR Zinsen in 90 Tagen

 $\underline{2000,00 \text{ EUR Zinsen in } y \text{ Tagen}}$

$$\frac{y}{2000} = \frac{90}{800}$$

$$\underline{\underline{y = 225}}$$

225 Tage ursprüngliche Laufzeit.

- 10.
- $x\%$
- Zinssatz

$$8190 + \frac{8190 \cdot x \cdot 10}{100 \cdot 12} = \left(4200 + \frac{4200 \cdot x \cdot 6}{100 \cdot 12}\right) 2$$

$$\underline{\underline{x = 8}}$$

Der Zinssatz beträgt 8%.

- 11.
- x
- EUR für 1 kg der Sorte 1.

$$50x + 125(x + 1,4) = 1050$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

5,00 EUR je kg der Sorte 1

6,40 EUR je kg der Sorte 2

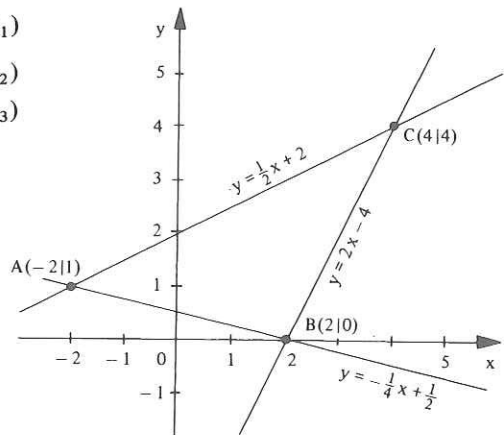
12. 0,5 kg Mischung;
 x kg Himbeerbonbons, (0,5 - x) kg Erdbeerbonbons
 $17x + 12(0,5 - x) = 8$
 $\underline{\underline{x = 0,4}}$

400 g Himbeerbonbons und 100 g Erdbeerbonbons.

16.3 Lineare Funktionen

1. a) $m = \frac{5-2}{0-4}$ b) $m = \frac{4-8}{1-(-1)}$ 2. a) Aus $P_1(0|1)$ folgt $b = 1$; $y = \frac{1}{3}x + 1$
- $\underline{\underline{m = -\frac{3}{4}}}$ $\underline{\underline{m = -2}}$ b) $y = mx + b$ $\frac{1}{3}x + 1 = -x + 5$
- $\underline{\underline{b = 5}}$ $b = 4 - (-2) \cdot 1$ $m = \frac{y-b}{x}$ $\underline{\underline{x = 3}}$
- $y = -\frac{3}{4}x + 5$ $\underline{\underline{b = 6}}$ $\underline{\underline{y = 2}}$
- $\underline{\underline{m = -1}}$
- $\underline{\underline{y = -x + 5}}$
3. $y = -\frac{4}{3}x + 5$ $\frac{2}{3}x - 4 = -\frac{4}{3}x + 5$
- $\wedge \underline{\underline{y = \frac{2}{3}x - 4}}$ $\underline{\underline{x = 4,5}}$
- $\underline{\underline{y = -1}}$ S(4,5|-1)

4. $2y - x - 4 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$ (g_1)
- $4y + x - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ (g_2)
- $y = 2x - 4$ (g_3)



Es sei $g_1 \cap g_2 = \{A\}$; $g_2 \cap g_3 = \{B\}$; $g_1 \cap g_3 = \{C\}$

$$\frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \quad 2x - 4 = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \quad 2x - 4 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

$$\underline{\underline{y = 1}}$$

$$\underline{\underline{y = 0}}$$

$$\underline{\underline{y = 4}}$$

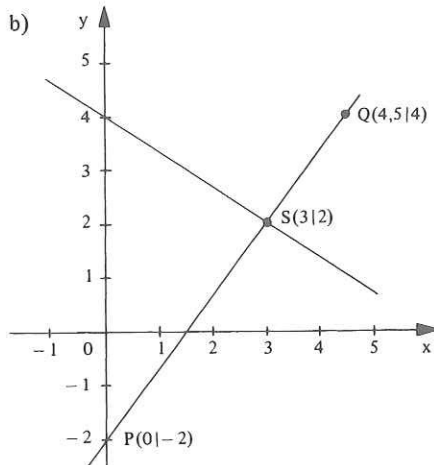
$$A(-2|1)$$

$$B(2|0)$$

$$C(4|4)$$

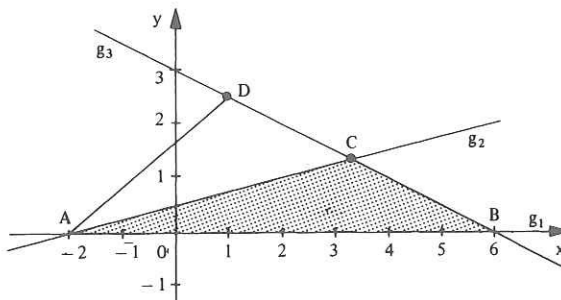
5. a) $m = \frac{-2-4}{0-4,5}$
 $m = \frac{4}{3}$
 $b = -2$
 $y = \frac{4}{3}x - 2$

$g_1: y = \frac{4}{3}x - 2$
 $g_2: y = -\frac{2}{3}x + 4$



c) $y = \frac{4}{3}x - 2$
 $\wedge y = -\frac{2}{3}x + 4$
 $\frac{4}{3}x - 2 = -\frac{2}{3}x + 4$
 $\frac{x=3}{y=2}$
 $S(3|2)$

6. a) $g_1: y = 0$
 $g_2: y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$
 $g_3: y = -\frac{1}{2}x + 3$



b) $y = 0$
 $\wedge y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = 0$
 $\frac{x=-2}{A(-2|0)}$

$y = 0$
 $\wedge y = -\frac{1}{2}x + 3$
 $-\frac{1}{2}x + 3 = 0$
 $\frac{x=6}{B(6|0)}$

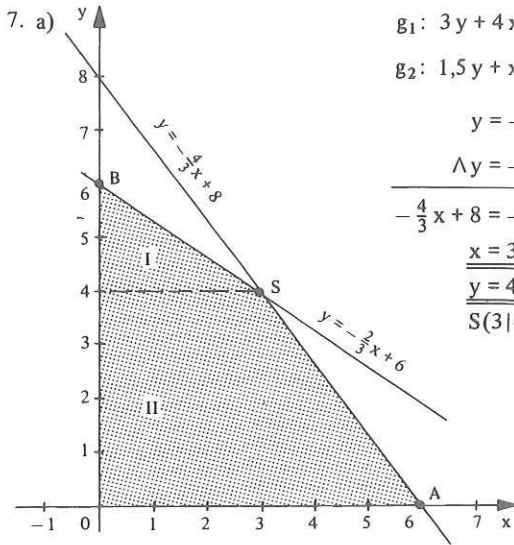
$y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$
 $\wedge y = -\frac{1}{2}x + 3$
 $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}x + 3$
 $\frac{x=3\frac{1}{3}}{y=1\frac{1}{3}}$
 $C(3\frac{1}{3}|1\frac{1}{3})$

c) $D(x|2,5)$
 $y = -\frac{1}{2}x + 3$
 $x = -2y + 6$
 $\frac{x=1}{D(1|2,5)}$

d) $A_{\triangle ABC} = \frac{8 \cdot 1\frac{1}{3}}{2} = 5\frac{1}{3}$ (FE)

$A_{\triangle ABD} = \frac{8 \cdot 2,5}{2} = 10$ (FE)

$A_{\triangle ACD} = 10 - 5\frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$ (FE)



b) $A_I = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$ (FE)
 $A_{II} = \frac{(6+3)}{2} \cdot 4 = 18$ (FE)
 $A_I + A_{II} = 3 + 18 = 21$ (FE)

c) $S(3|4), P(1|6)$

$$m = \frac{4-6}{3-1} \qquad b = y - mx$$

$$\underline{\underline{m = -1}} \qquad b = 4 - (-1) \cdot 3$$

$$y = -x + 7 \qquad \underline{\underline{b = 7}}$$

8. a) $g_1: 2x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 1$
 $g_2: y + \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x$

b)

$$y = 2x + 1$$

$$\wedge y = -\frac{3}{2}x$$

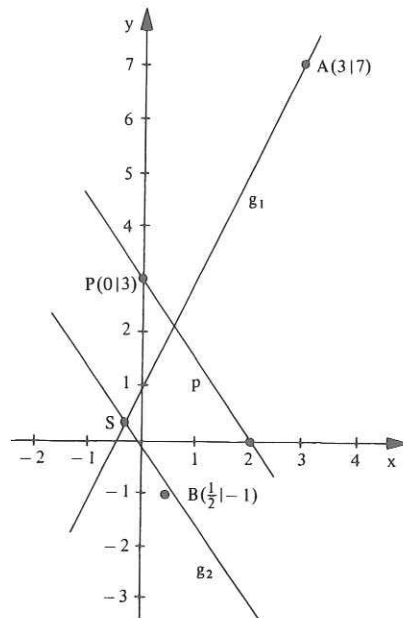
$$2x + 1 = -\frac{3}{2}x$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{2}{7}}}$$

$$\underline{\underline{y = \frac{3}{7}}}$$

$$S(-\frac{2}{7} | \frac{3}{7})$$

c) $m = -\frac{3}{2}$
 $b = 3$
 $y = -\frac{3}{2}x + 3$



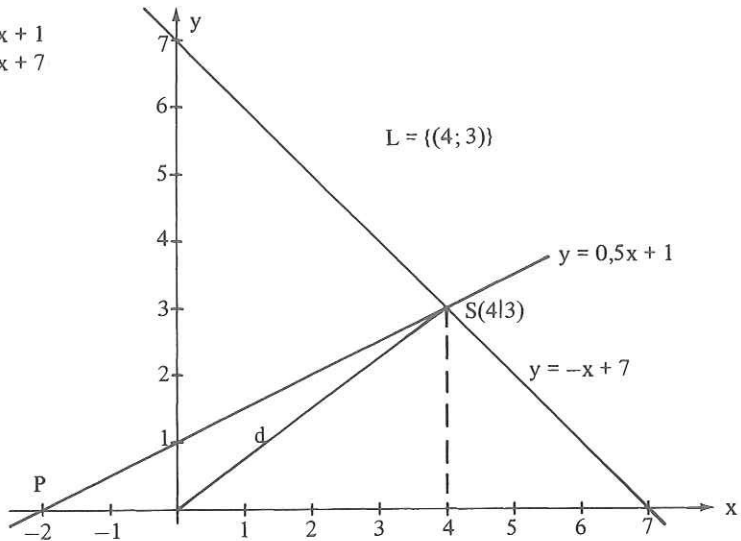
d) $y = 2x + 1$; $A(3|7)$

$T_1(7) = 7$; $T_2(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$; $7 = 7$ (w); $A \in g_1$

$y = -\frac{3}{2}x$; $B(\frac{1}{2}|-1)$

$T_1(-1) = -1$; $T_2(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$; $-1 = -\frac{3}{4}$ (f); $B \notin g_2$

9. a) $g_1: y = 0,5x + 1$
 $g_2: y = -x + 7$



b) $d^2 = 4^2 + 3^2$
 $d = \pm 5$

Der Abstand beträgt
 5 cm

c) $y = 0,5x + 1$
 $\wedge y = -x + 7$

$0,5x + 1 = -x + 7$

$x = 4$

$y = 3$

$L = \{(4; 3)\}$

d) $y = 0,5x + 1$
 $\wedge y = 0$

$0,5x + 1 = 0$

$x = -2$

$y = 0$

$P(-2|0)$

10. a) $2x + y = 3$
 $y = -2x + 3$

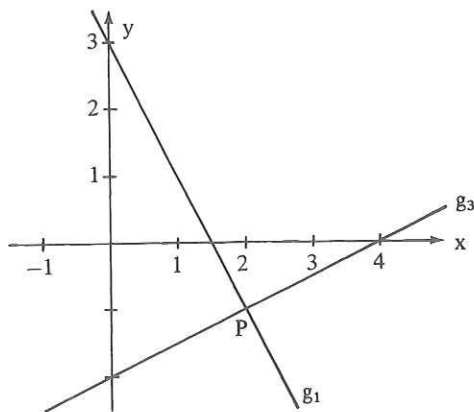
b) $y = -2x + 3$
 $\wedge y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$

$-2x + 3 = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$

$x = \frac{9}{7}$

$y = \frac{3}{7}$

$S(\frac{9}{7}|\frac{3}{7})$

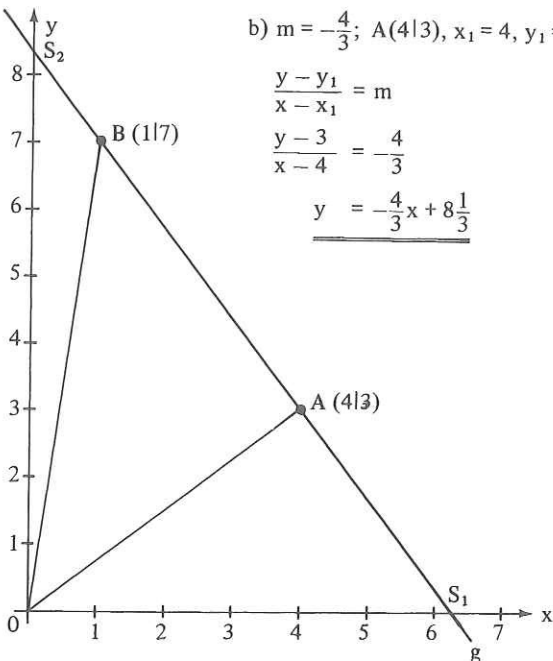


c) $y = -2x + 3$; $P(2|-1)$

$T_1(-1) = -1$; $T_2(2) = (-2) \cdot 2 + 3 = -1$; $-1 = -1$ (w); $P \in g_1$

e) $y = \frac{1}{2}x - 2$

11. a)



b) $m = -\frac{4}{3}$; $A(4|3)$, $x_1 = 4$, $y_1 = 3$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - 3}{x - 4} = -\frac{4}{3}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{4}{3}x + 8\frac{1}{3}}}$$

c) $y = -\frac{4}{3}x + 8\frac{1}{3}$

$\wedge \underline{y = 0}$

$$-\frac{4}{3}x + \frac{25}{3} = 0$$

$$\underline{x = 6\frac{1}{4}}$$

$$S_1(6\frac{1}{4}|0)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 8\frac{1}{3}$$

$$S_2(0|8\frac{1}{3})$$

d) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{25}{3}$; $P(-\frac{7}{6}|10)$

$$T_1(10) = 10$$
; $T_2(-\frac{7}{6}) = (-\frac{4}{3}) \cdot (-\frac{7}{6}) + \frac{25}{3} = 9\frac{8}{9}$;

$$10 = 9\frac{8}{9}$$
 (f), $P \notin g$

e) $A_{\Delta OAB} = A_{\Delta OAS_1} - A_{\Delta OBS_1}$

$$A_{\Delta OAB} = \frac{8\frac{1}{3} \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2} - \frac{8\frac{1}{3} \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}}{2} = \frac{50}{3} \text{ cm}^2 - \frac{25}{6} \text{ cm}^2 = 12\frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

12. a) $A(-1|2)$, $x_1 = -1$, $y_1 = 2$

$B(5|-1)$, $x_2 = 5$, $y_2 = -1$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 2}{x + 1} = \frac{-1 - 2}{5 + 1}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}}$$

b) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

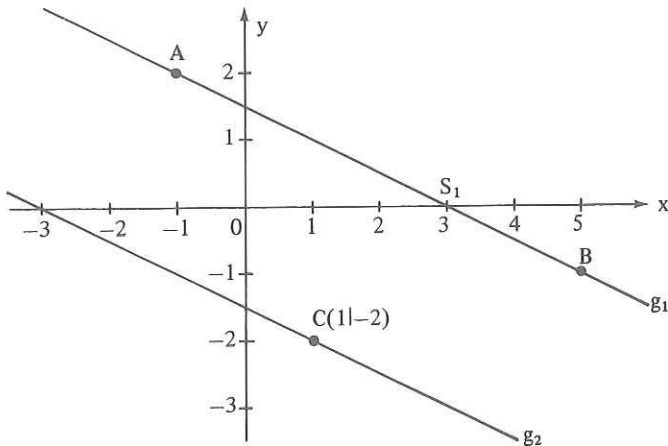
$\wedge \underline{y = 0}$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\underline{x = 3}$$

$$S(3|0)$$

c)



$$m_1 = m_2, m_2 = -\frac{1}{2}, C(1|-2), x_1 = 1, y_1 = -2$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y + 2}{x - 1} = -\frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}}$$

d) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; \quad D(4|-0,5)$

$$T_1(-0,5) = -0,5; \quad T_2(4) = (-\frac{1}{2}) \cdot 4 + \frac{3}{2} = -0,5; \quad -0,5 = -0,5 (w); \quad D \in g_1$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; \quad E(-2,5|2,5)$$

$$T_1(2,5) = 2,5; \quad T_2(-2,5) = (-\frac{1}{2}) \cdot (-2,5) + \frac{3}{2} = 2,75; \quad 2,5 \neq 2,75 (f); \quad E \notin g_1$$

13. (1) $2y + x = 3$

(1) $2y + x = 3$

(1) $2y + x = 3$

(2) $y - 2x = 4$

(3) $y = 5 - \frac{1}{2}x$

(4) $6y + 3x - 9 = 0$

$$4y + 2x = 6$$

$$2y + x = 3$$

$$6y + 3x - 9 = 0$$

$$\underline{\underline{y - 2x = 4}}$$

$$\underline{\underline{2y + x = 5}}$$

$$\underline{\underline{6y + 3x - 9 = 0}}$$

$$y = 2$$

$$0 = 2$$

$$0 = 0$$

$$x = -1$$

$$L = \{(-1|2)\}$$

$$L = \emptyset$$

$$L = \{(x; y) | 2y + x = 3\}_{\mathbb{Q}}$$

Geraden schneiden sich

Geraden sind parallel

Geraden liegen aufeinander

16.4 Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

$$\begin{array}{lll}
 1. \text{ a)} & y = \frac{3}{5}x + 6\frac{1}{5} & \text{b)} \quad y = -\frac{1}{2}x + 3 \\
 & \wedge y = -\frac{2}{3}x + 3\frac{2}{3} & \wedge y = \frac{3}{4}x - 2 \\
 & \frac{3}{5}x + \frac{31}{5} = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3} & \frac{3}{4}x - 2 = -\frac{1}{2}x + 3 \\
 & \underline{x = -2} & \underline{x = 4} \\
 & \underline{y = 5} & \underline{y = 1} \\
 & L = \{(-2; 5)\} & L = \{(4; 1)\} \\
 & & \text{c)} \quad y = \frac{2}{3}x \\
 & & \wedge y = -2x - 4 \\
 & & \frac{2}{3}x = -2x - 4 \\
 & & \underline{x = -\frac{3}{2}} \\
 & & \underline{y = -1} \\
 & & L = \{(-\frac{3}{2}; -1)\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 2. \text{ a)} \quad D = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{-7, -8, -3, -2\} & \text{b)} \quad D = \mathbb{R} \times \mathbb{R} & \text{c)} \quad D = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{-8\} \\
 x - 3y = 17 & -3x - 4y = 3 & 8x + y = 1 \\
 \wedge -x - 4y = 11 & \wedge -x + 2y = 0 & \wedge 2x - 3y = 10 \\
 \underline{x = 5} & \underline{x = -\frac{3}{5}} & \underline{x = \frac{1}{2}} \\
 \underline{y = -4} & \underline{y = -\frac{3}{10}} & \underline{y = -3} \\
 L = \{(5; -4)\} & L = \left\{ \left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{10} \right) \right\} & L = \left\{ \left(\frac{1}{2}; -3 \right) \right\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 3. \text{ a)} \quad L = \{(x; y) \mid x = 2b \wedge y = a\} & \text{b)} \quad L = \{(x; y) \mid x = a + b \wedge y = a - b\} \\
 a \neq 0 \wedge b \neq 0 & a - b \neq 0 \wedge (b \neq 0 \vee a \neq 0) \\
 \text{c)} \quad L = \{(x; y) \mid x = a \wedge y = -b\} & \text{d)} \quad L = \{(x; y) \mid x = 2a \wedge y = b\} \\
 a \neq 0 \wedge b \neq 0 & a \neq 0 \wedge b \neq 0 \\
 \text{e)} \quad L = \left\{ (x; y) \mid x = \frac{4a-3}{9} \wedge y = \frac{2a+12}{9} \right\}
 \end{array}$$

4. $\frac{x}{y}$ sei der ursprüngliche Bruch

$$\frac{x+1}{y+3} = \frac{3}{4}$$

$$\wedge \frac{x-5}{y-3} = \frac{5}{7}$$

$$L = \{(35; 45)\}$$

 $\frac{35}{45}$ ist der ursprüngliche Bruch6. x EUR Forderungen des A
y EUR Forderungen des B

$$x : y = \frac{12}{5} : \frac{17}{10}$$

$$\wedge (x - 200) : (y - 600) = 2 : 1$$

$$L = \{(2400; 1700)\}$$

2400,00 EUR Forderungen des A

1700,00 EUR Forderungen des B

5. x ist die eine Zahl, y die andere

$$x + y = 19$$

$$\wedge \frac{x}{2} + 1 = 3y$$

$$L = \{(16; 3)\}$$

Die beiden Zahlen sind 16 und 3.

7. x EUR Einkaufspreis je kg J
y EUR Einkaufspreis je kg G

$$50x + 30y = 80 \cdot 17 - 115$$

$$\wedge 20x + 40y = 60 \cdot 18 - 120$$

$$L = \{(15; 16,5)\}$$

15,00 EUR Einkaufspreis je kg J

16,50 EUR Einkaufspreis je kg G

8. ursprünglich x EUR je Flasche A
 ursprünglich y EUR je Flasche T
- $$60x + 40y = 78$$
- $$\wedge \frac{70(x - 0,1) + 50(y - 0,2)}{100} = 78$$
- $$L = \{(0,5; 1,2)\}$$
- ursprünglich 0,50 EUR je Flasche A
 ursprünglich 1,20 EUR je Flasche T
10. x EUR je Stück von T
 y EUR je Stück von S
- $$20x + 10y = 8000$$
- $$\wedge \frac{30(x - 50) + 20(y - 50)}{100} = 11000$$
- $$L = \{(250; 300)\}$$
- Bei erster Bestellung 250 EUR je Stück von T und 300 EUR je Stück von S
12. x EUR ursprüngliches Darlehen
 $y\%$ Zinsfuß
- $$\frac{x \cdot y}{100} = 2880$$
- $$\wedge \frac{(x + 3000)y}{100} = 2880 + 270$$
- $$L = \{(32000; 9)\}$$
- 32000,00 EUR ursprüngliches Darlehen
 9% Zinsfuß
14. x EUR Guthaben
 $y\%$ ursprünglicher Zinsfuß
- $$\frac{x \cdot y \cdot 72}{100 \cdot 360} = 96$$
- $$\wedge \frac{x \cdot (y + 1) \cdot 72}{100 \cdot 360} = 108$$
- $$L = \{(6000; 8)\}$$
- 6000,00 EUR Guthaben
 8% ursprünglicher Zinsfuß
16. x EUR erstes Kapital
 y EUR zweites Kapital
- $$\frac{x \cdot 5 \cdot 7}{100 \cdot 12} = \frac{y \cdot 7 \cdot 7}{100 \cdot 12}$$
- $$\wedge \frac{(x + y) \cdot 12}{100} = 960$$
- $$L = \{(5000; 3000)\}$$
- 5000,00 EUR erstes Kapital
 3000,00 EUR zweites Kapital
9. x EUR Einkaufspreis für A
 y EUR Einkaufspreis für B
- $$x + y = 3800$$
- $$\wedge (x + 0,45x) + (y + 0,35y) = 3800 + 1468$$
- $$L = \{(1380; 2420)\}$$
- 1380,00 EUR Einkaufspreis für A
 2420,00 EUR Einkaufspreis für B
11. x EUR erstes Darlehen
 y EUR zweites Darlehen
- $$x : y = 4 : 3$$
- $$\wedge \frac{x \cdot 7}{100 \cdot 4} + \frac{y \cdot 6}{100 \cdot 4} = 460$$
- $$L = \{(16000; 12000)\}$$
- 16000,00 EUR erstes Darlehen
 12000,00 EUR zweites Darlehen
13. x EUR Kapital
 $y\%$ ursprünglicher Zinsfuß
- $$\frac{x \cdot y \cdot 135}{100 \cdot 360} = 189$$
- $$\wedge \frac{x \cdot (y - 1) \cdot 135}{100 \cdot 360} = 189 - 27$$
- $$L = \{(7200; 7)\}$$
- 7200,00 EUR Kapital
 7% ursprünglicher Zinsfuß
15. x EUR Kapital
 $y\%$ ursprünglicher Zinsfuß
- $$\frac{x \cdot y \cdot 8}{100 \cdot 12} = 77$$
- $$\wedge \frac{x \cdot (y + 0,5)}{100} = 132$$
- $$L = \{(3300; 3,5)\}$$
- 3300,00 EUR Kapital
 3,5% ursprünglicher Zinsfuß
17. im ersten Jahr
 $x\%$ Zinsfuß bei H
 $y\%$ Zinsfuß bei B
- $$\frac{65000 \cdot x}{100} + \frac{60000 \cdot y}{100} = 7875$$
- $$\wedge \frac{70000(x - 0,25)}{100} + \frac{60000 \cdot y}{100} = 8075$$
- $$L = \{(7,5; 5)\}$$
- im ersten Jahr: 7,5% bei H und 5% bei B.
 im zweiten Jahr: 7,25% bei H und 5% bei B.

18. a) $y = 0,45x + 45 \wedge y = 0,60x + 30$

b)	x	0	100	150	
	$0,45x + 45$	45	90	112,5	
	$0,60x + 30$	30	90	120	S(100 90)

c) Bei 100 km Fahrtstrecke sind die Kosten nach beiden Tarifen gleich groß, nämlich 90,00 EUR.

Unter 100 km ist Tarif II günstiger, über 100 km Tarif I.

d) $k = -0,15x + 15$ für Differenz (Tarif I – Tarif II).

19. a) $y = 0,08x + 1000 \wedge y = 0,05x + 1600$

b)	x	0	20000	30000	
	$0,08x + 1000$	1000	2600	3400	
	$0,05x + 1600$	1600	2600	3100	S(20000 2600)

c) Bei 20000,00 EUR Umsatz beträgt nach beiden Verträgen das Einkommen 2600,00 EUR.

Vertrag A ist bei mehr als 20000,00 EUR Umsatz günstiger, Vertrag B bei weniger als 20000,00 EUR Umsatz.

20. a) $y = -2500x + 15000 \wedge y = -1250x + 10000$

	x	0	4	6	
	$-2500x + 15000$	15000	5000	0	
	$1250x + 10000$	10000	5000	2500	S(4 5000)

b) Nach 4 Jahren haben beide Maschinen den Buchwert 5000,00 EUR.

c) $-2500x + 15000 = -1250x + 10000$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{4}} \\ \underline{\underline{y}} &= \underline{\underline{5000}} \quad L = \{(4; 5000)\} \end{aligned}$$

d) $-2500x + 15000 = -\frac{5000}{3}x + 10000$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{6}} \\ \underline{\underline{y}} &= \underline{\underline{0}} \quad L = \{(6; 0)\} \end{aligned}$$

Nach 6 Jahren haben beide Maschinen den Buchwert 0 EUR.

21. a) $y = 80x + 360000 \wedge y = 120x$

b)	x	0	0	15000	
	$80x + 360000$	360000	1080000	1560000	
	$120x$	0	1080000	1800000	S(9000 1080000)

$$120x = 80x + 360000$$

$$\underline{\underline{x}} = \underline{\underline{9000}}$$

$$\underline{\underline{y}} = \underline{\underline{1080000}} \quad L = \{(9000; 1080000)\}$$

Bei mehr als 9000 Stück Fertigungsmenge übersteigt der Gesamtertrag die Gesamtkosten.

$$\begin{aligned} \text{c) } 120x - (80x + 360000) &> 100000 \\ \underline{\underline{x > 11500}} \end{aligned}$$

Bei einer Produktionsmenge von mehr als 11 500 Stück übersteigt der Gesamtgewinn 100 000,00 EUR.

$$\begin{aligned} \text{22. a) } y &= 0,15x + 10 \\ \wedge y &= 0,12x + 16 \\ \wedge y &= 0,24x + 7 \end{aligned}$$

b)

x	0	33 1/3	75	200	250
0,15x + 10	10,00	15,00	21,25	40,00	47,50
0,12x + 16	16,00	20,00	25,00	40,00	46,00
0,24x + 7	7,00	15,00	25,00	55,00	67,00

c) (1) und (2):

$$\begin{aligned} 0,15x + 10 &= 0,12x + 16 \\ \underline{\underline{x &= 200}} \\ \underline{\underline{y &= 40}} \end{aligned}$$

Bei einem Verbrauch von 200 kWh betragen die Kosten nach Tarif (1) und Tarif (2) jeweils 40,00 EUR. Unter 200 kWh ist Tarif (1) günstiger, über 200 kWh Tarif (2).

(1) und (3):

$$\begin{aligned} 0,15x + 10 &= 0,24x + 7 \\ \underline{\underline{x &= 33 \frac{1}{3}}} \\ \underline{\underline{y &= 15}} \end{aligned}$$

Bei einem Verbrauch von 33 1/3 kWh betragen die Kosten nach Tarif (1) und Tarif (3) jeweils 15,00 EUR. Unter 33 1/3 kWh ist Tarif (3) günstiger, über 33 1/3 kWh Tarif (1).

(2) und (3):

$$\begin{aligned} 0,12x + 16 &= 0,24x + 7 \\ \underline{\underline{x &= 75}} \\ \underline{\underline{y &= 25}} \end{aligned}$$

Bei einem Verbrauch von 75 kWh betragen die Kosten nach Tarif (2) und Tarif (3) jeweils 25,00 EUR. Unter 75 kWh ist Tarif (3) günstiger, über 75 kWh Tarif (2). (Bis 200 kWh ist aber Tarif (1) günstiger als Tarif (2).)

Ergebnis: Bei x kWh-Verbrauch wählt man
 Tarif (3) für $0 \leq x < 33 \frac{1}{3}$
 Tarif (1) für $33 \frac{1}{3} < x < 200$
 Tarif (2) für $200 < x$

23. a) $y = 0,20x + 3000 \wedge y = 0,12x + 5000$

b)

x	0	25000	40000
0,20x + 3000	3000	8000	11000
0,12x + 5000	5000	8000	9800

S(25000|8000)

c) Bei 25000 CDs im Monat sind beide Verträge gleich günstig.

d) $0,20x + 3000 = 0,12x + 5000$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{x &= 25000}} \\ \underline{\underline{y &= 8000}} \end{aligned} \quad L = \{(25000; 8000)\}$$

25000 CDs; 8000 EUR Einkommen

- e) Vertrag I ist bei mehr als 25000 CDs günstiger,
Vertrag II bei weniger als 25000 CDs.

24. a) $y = -2000x + 20000 \wedge y = -3000x + 24000$

x	0	4	8	
$-2000x + 20000$	20000	12000	4000	
$-3000x + 24000$	24000	12000	0	S(4 12000)

b) $-2000x + 20000 = -3000x + 24000$

$$\underline{x = 4}$$

$$\underline{y = 12000} \quad L = \{(4; 12000)\}$$

Nach 4 Jahren ist die Restschuld gleich groß, nämlich 12000,00 EUR.

c) Darlehen I

$$y = 0 = -2000x + 20000$$

$$\underline{x = 10}$$

$$L = \{(10; 0)\}$$

Tilgung nach 10 Jahren

Darlehen II

$$y = 0 \Rightarrow 0 = -3000x + 24000$$

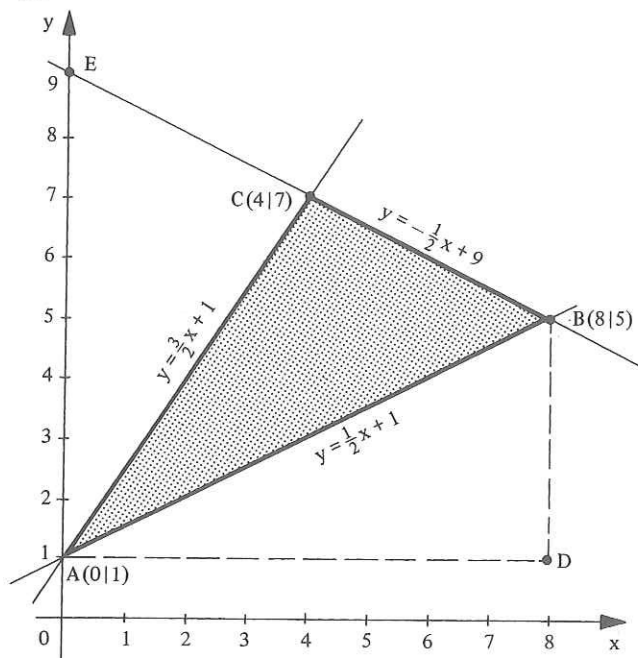
$$\underline{x = 8}$$

$$L = \{(8; 0)\}$$

Tilgung nach 8 Jahren

16.5 Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen

1. a) (1)



$(2) \quad y = \frac{3}{2}x + 1$ $\quad \wedge y = \frac{1}{2}x + 1$ <hr style="width: 100%;"/> $\frac{3}{2}x + 1 = \frac{1}{2}x + 1$ $\quad \underline{\underline{x = 0}}$ $\quad \underline{\underline{y = 1}}$ $\quad \underline{\underline{A(0 1)}}$	$y = \frac{1}{2}x + 1$ $\quad \wedge y = -\frac{1}{2}x + 9$ <hr style="width: 100%;"/> $\frac{1}{2}x + 1 = -\frac{1}{2}x + 9$ $\quad \underline{\underline{x = 8}}$ $\quad \underline{\underline{y = 5}}$ $\quad \underline{\underline{B(8 5)}}$	$y = \frac{3}{2}x + 1$ $\quad \wedge y = -\frac{1}{2}x + 9$ <hr style="width: 100%;"/> $\frac{3}{2}x + 1 = -\frac{1}{2}x + 9$ $\quad \underline{\underline{x = 4}}$ $\quad \underline{\underline{y = 7}}$ $\quad \underline{\underline{C(4 7)}}$
--	--	--

Zur Lösungsmenge gehören alle drei Punkte A, B, C.

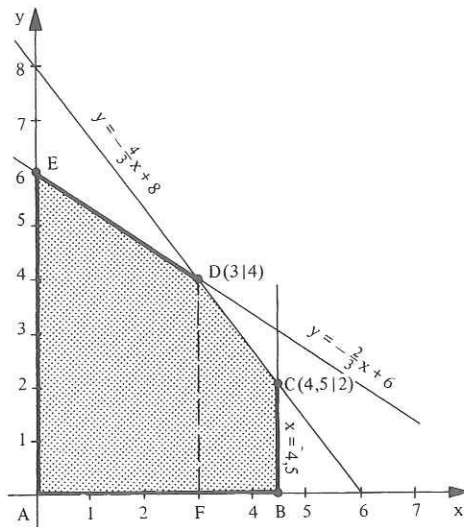
$$(3) \quad A_{\triangle ADBE} = \frac{(8+4)}{2} \cdot 8 = 48$$

$$- A_{\triangle ADB} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$$

$$- A_{\triangle EAC} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$$

$$A_{\triangle ABC} = 16 \quad (\text{FE})$$

b) (1) $3y + 2x - 18 \leq 0 \quad 3y < -4x + 24$
 $y = -\frac{2}{3}x + 6 \quad y < -\frac{4}{3}x + 8$



$(2) \quad y = -\frac{4}{3}x + 8$ $\quad \wedge x = 4,5$ <hr style="width: 100%;"/> $\quad \underline{\underline{y = 2}}$ $\quad \underline{\underline{C(4,5 2)}}$	$y = -\frac{4}{3}x + 8$ $\quad \wedge y = -\frac{2}{3}x + 6$ <hr style="width: 100%;"/> $\quad \underline{\underline{x = 3}}$ $\quad \underline{\underline{y = 4}}$ $\quad \underline{\underline{D(3 4)}}$
--	--

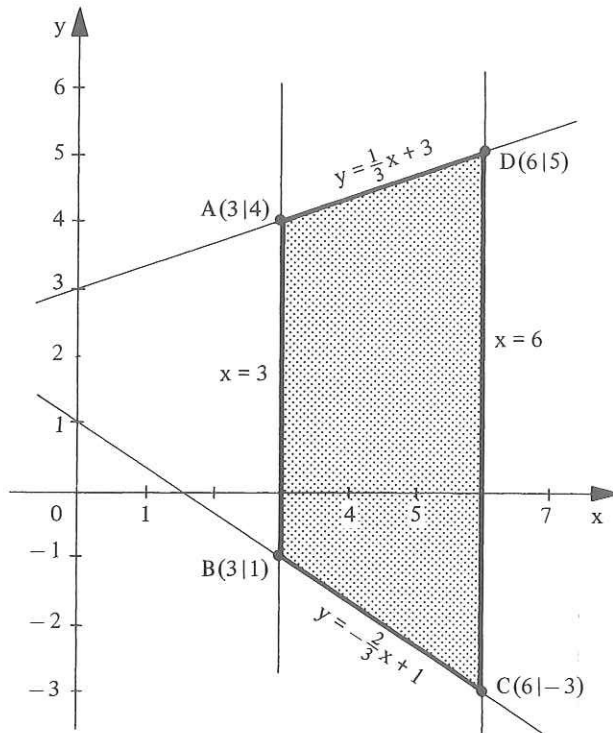
A, B und E gehören zu L, C und D nicht.

$$(3) \quad A_{\triangle AFDE} = \frac{(6+4)}{2} \cdot 3 = 15$$

$$- A_{\triangle DFBC} = \frac{(4+2)}{2} \cdot 1,5 = \frac{4,5}{19,5} \text{ (FE)}$$

$$c) (1) \quad x - 3y + 9 \geq 0 \qquad 2x + 3y - 3 \geq 0$$

$$y \leq \frac{1}{3}x + 3 \qquad y \leq -\frac{2}{3}x + 1$$



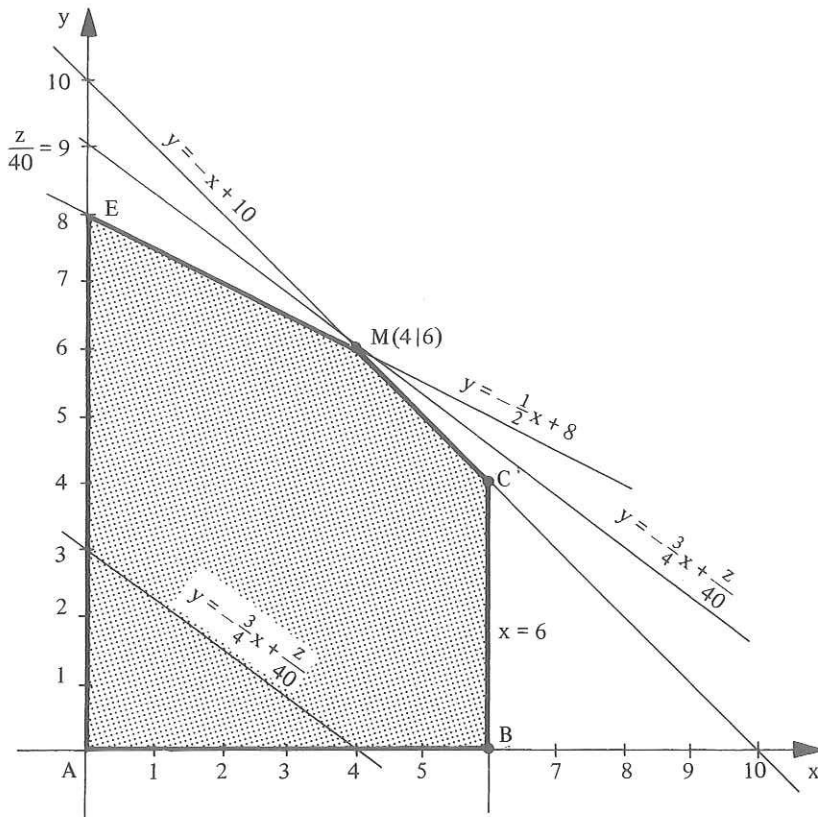
(2) $y = \frac{1}{3}x + 3$	$y = -\frac{2}{3}x + 1$	$y = -\frac{2}{3}x + 1$	$y = \frac{1}{3}x + 3$
$\underline{\Delta x = 3}$	$\underline{\Delta x = 3}$	$\underline{\Delta x = 6}$	$\underline{\Delta x = 6}$
$\underline{y = 4}$	$\underline{y = -1}$	$\underline{y = -3}$	$\underline{y = 5}$
A(3 4)	B(3 -1)	C(6 -3)	D(6 5)

$$(3) \quad A_{\triangle ABCD} = \frac{(5+8)}{2} \cdot 3 = 19,5 \text{ (FE)}$$

$$2 \quad a) \quad z = 30x + 40y \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{z}{40}$$

$$y + x \leq 10 \Leftrightarrow y \leq -x + 10$$

$$x + 2y \leq 16 \Leftrightarrow y \leq -\frac{1}{2}x + 8$$

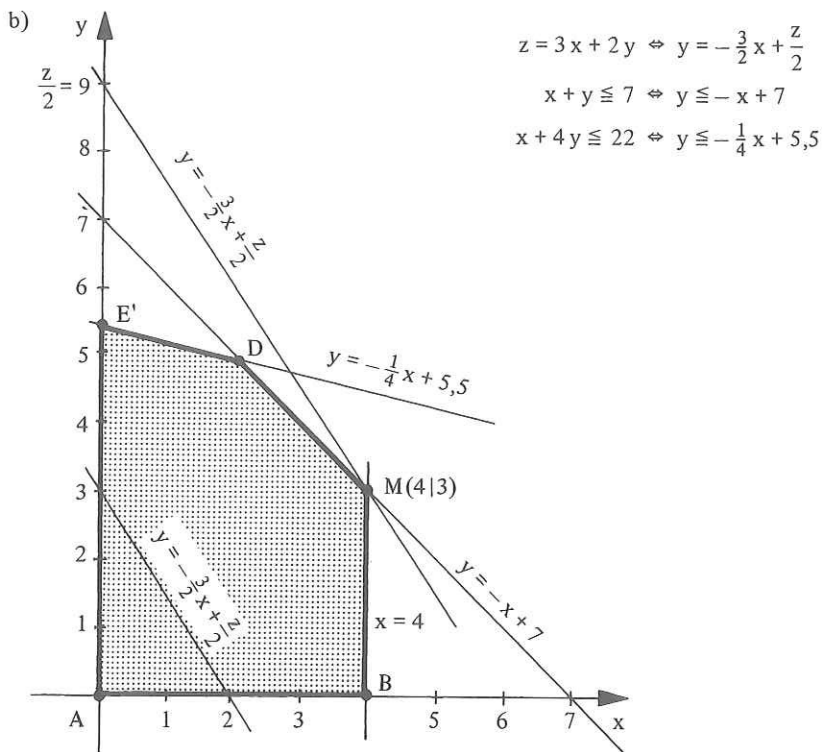


A(0|0), B(6|0), C(6|4), M(4|6), E(0|8)

Das Maximum liegt bei M(4|6)

$$z_{\max} = 30 \cdot 4 + 40 \cdot 6 = 360$$

auf der y-Achse: $\frac{z}{40} = 9 \Leftrightarrow z = 360$



$A(0|0), B(4|0), M(4|3), D(2|5), E(5,5|0)$.

Das Maximum liegt bei $M(4|3)$.

$$z_{\max} = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 18$$

auf der y -Achse: $\frac{z}{2} = 9 \Leftrightarrow z = 18$.

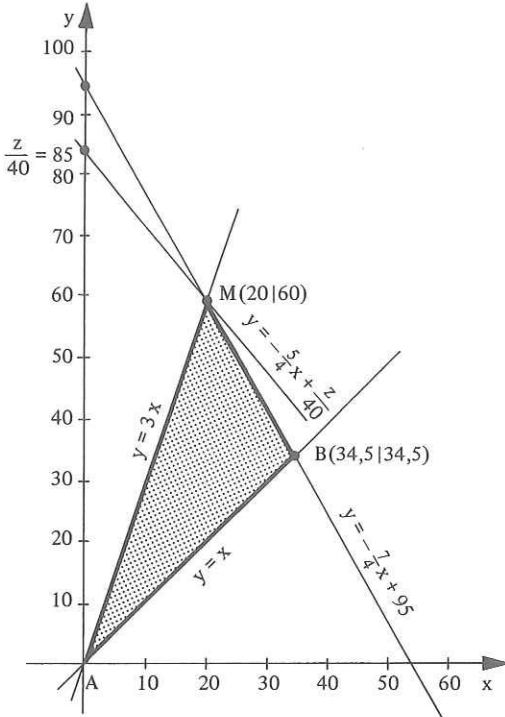
3. a) z EUR Gesamtgewinn

$$z = 50x + 40y \Leftrightarrow y = -\frac{5}{4}x + \frac{z}{40}$$

$$b) 525x + 300y \leq 28500 \Leftrightarrow y \leq -\frac{7}{4}x + 95$$

$$x \geq \frac{1}{3}y \Leftrightarrow y \leq 3x$$

$$x \leq y \Leftrightarrow y \geq x$$



$y = -\frac{7}{4}x + 95$ <hr style="width: 100%;"/> $\wedge y = x$ <hr style="width: 100%;"/> $\underline{\underline{x \approx 34,5}}$ $\underline{\underline{y \approx 34,5}}$ <p style="text-align: center;">B(34,5 34,5)</p>	$y = -\frac{7}{4}x + 95$ <hr style="width: 100%;"/> $\wedge y = 3x$ <hr style="width: 100%;"/> $\underline{\underline{x = 20}}$ $\underline{\underline{y = 60}}$ <p style="text-align: center;">M(20 60)</p>
---	--

c) $z_{\max} = 50 \cdot 20 + 40 \cdot 60 = 3400$ (EUR Gesamtgewinn)

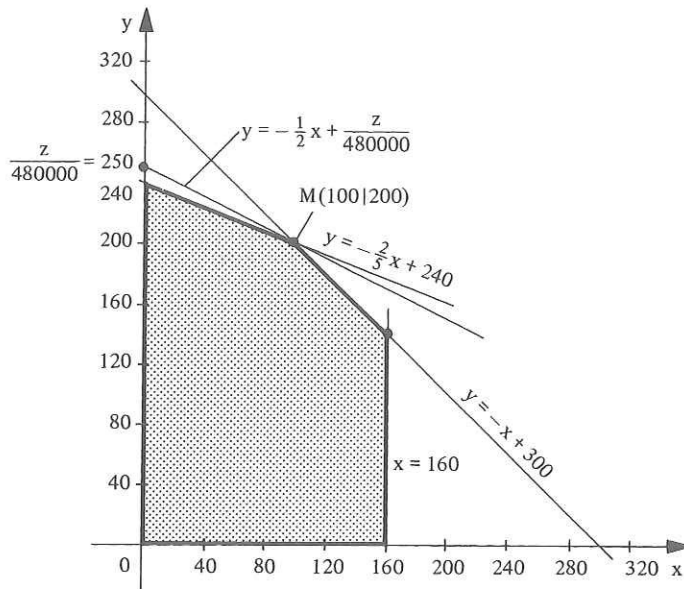
auf der y-Achse: $\frac{z}{40} = 85 \Leftrightarrow z = 3400$

4. a) x Tage für I, y Tage für II, z EUR Gesamtumsatz.

(1) $z = 12 \cdot x \cdot 20000 + 30 \cdot y \cdot 16000$

$$z = 240000x + 480000y \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{z}{480000}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(2) Tage: } \quad x \geq 0 \\
 \quad \quad \quad y \geq 0 \\
 \quad \quad \quad x \leq 160 \\
 \quad \quad \quad x + y \leq 300 \\
 \text{Stückzahlen: } 12x + 30y \leq 7200
 \end{array}
 \quad \Leftrightarrow \quad
 \begin{cases}
 x \geq 0 \\
 y \geq 0 \\
 x \leq 160 \\
 y \leq -x + 300 \\
 y \leq -\frac{2}{5}x + 240
 \end{cases}$$



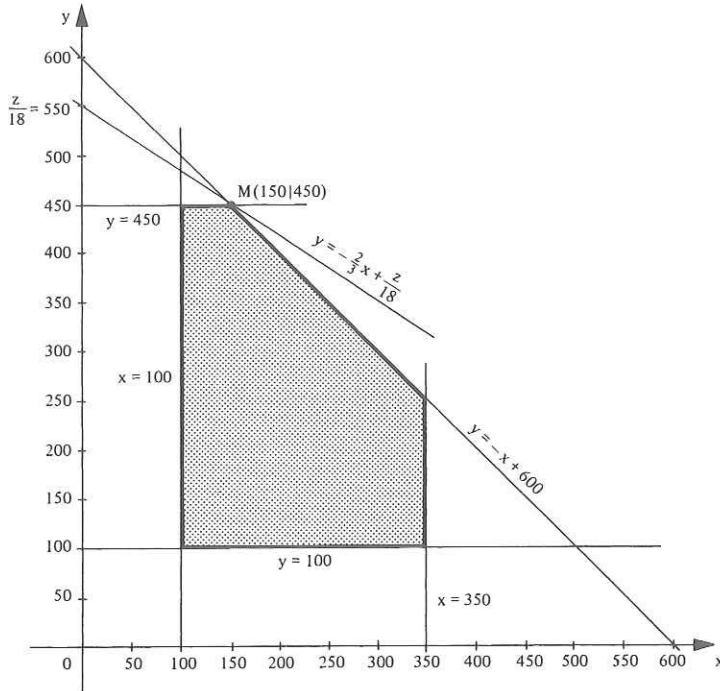
b) $z_{\max} = 240\,000 \cdot 100 + 480\,000 \cdot 200 = 120\,000\,000$ (120 Mill. EUR Umsatz),

auf der y-Achse: $\frac{z}{480\,000} = 250 \Leftrightarrow z = 120\,000\,000$

5. x Stück A, y Stück B, z EUR Gesamtgewinn.

$$(1) \quad z = 12x + 18y \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{z}{18}$$

$$\begin{array}{l}
 (2) \quad x \geq 100 \\
 \quad \quad x \leq 350 \\
 \quad \quad y \geq 100 \\
 \quad \quad y \leq 450 \\
 \quad \quad x + y \leq 600 \Leftrightarrow y \leq -x + 600
 \end{array}$$



$M(150|450)$, 150 Stück A und 450 Stück B

$$z_{\max} = 12 \cdot 150 + 18 \cdot 450 = 9900$$

auf der y-Achse: $\frac{z}{18} = 550 \Leftrightarrow z = 9900$

6. a) x Stück A, y Stück B, z EUR Gesamtgewinn.

$$(1) \quad z = 45x + 60y \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{z}{60}$$

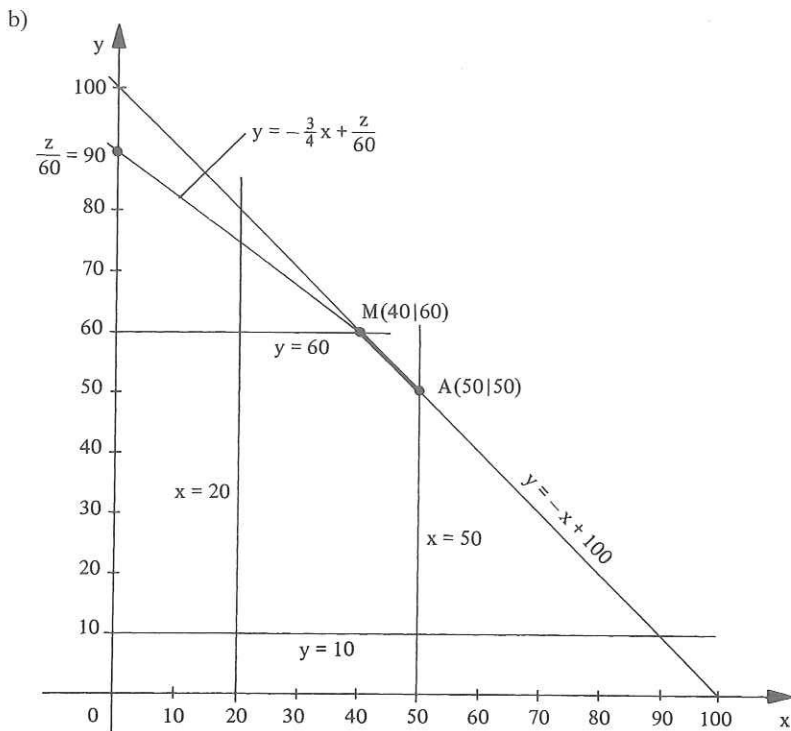
$$(2) \quad x \geq 20$$

$$x \leq 50$$

$$y \geq 10$$

$$y \leq 60$$

$$x + y = 100 \Leftrightarrow y = -x + 100$$



M(40|60), 40 Stück A und 60 Stück B

c) $z_{\max} = 45 \cdot 40 + 60 \cdot 60 = 5400$

auf der y-Achse: $\frac{z}{60} = 90 \Leftrightarrow z = 5400$.

d) Geringster Gewinn bei A(50|50),
50 Stück A und 50 Stück B.

$z_{\min} = 45 \cdot 50 + 60 \cdot 50 = 5250$.

7. x Stück G, y Stück K, z EUR Gesamtgewinn.

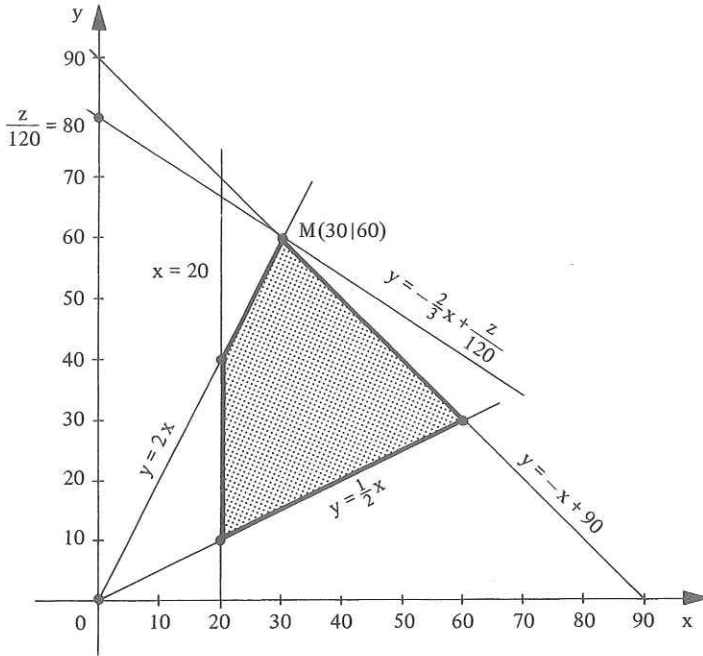
(1) $z = 80x + 120y \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{z}{120}$

(2) $x + y \leq 90 \Leftrightarrow y \leq -x + 90$

$x \geq 20$

$y \leq 2x$

$x \leq 2y \Leftrightarrow y \geq \frac{1}{2}x$



$M(30|60)$, 30 Stück G und 60 Stück K

$$z_{\max} = 80 \cdot 30 + 120 \cdot 60 = 9600$$

auf der y-Achse: $\frac{z}{120} = 80 \Leftrightarrow z = 9600$

8. a) x Stück S, y Stück N, z EUR Gesamtgewinn.

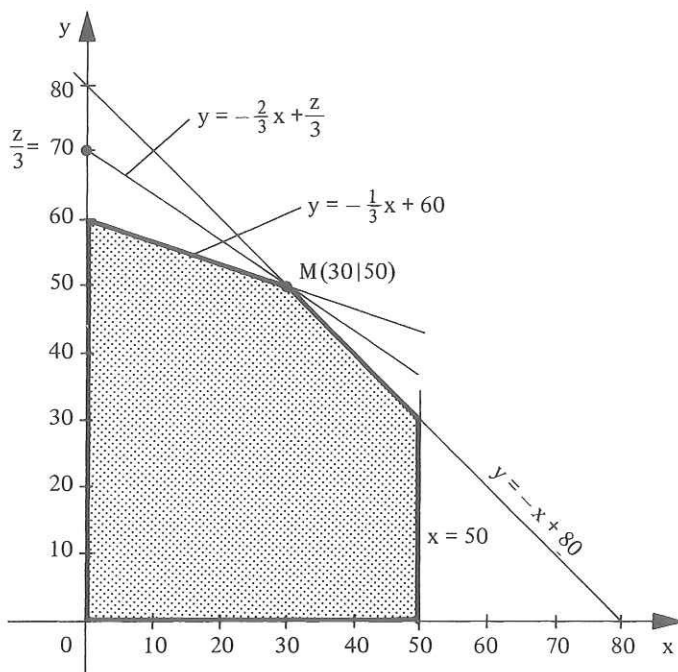
$$(1) \quad z = 2x + 3y \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{z}{3}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

$$3x + 3y \leq 240 \Leftrightarrow y \leq -x + 80$$

$$2x + 6y \leq 360 \Leftrightarrow y \leq -\frac{1}{3}x + 60$$

$$5x \leq 250 \Leftrightarrow x \leq 50$$



$M(30|50)$, 30 Stück S und 50 Stück N

b) $z_{\max} = 2 \cdot 30 + 3 \cdot 50 = 210$

auf der y-Achse: $\frac{z}{3} = 70 \Leftrightarrow z = 210$

16.6 Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen

1. a) $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
 HN $3(x-1)$
 $x^2 - 9x - 22 = 0$
 $L = \{11, -2\}$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$
 HN $(3+x)(3-x)$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $L = \{2, 3\} \notin D$

c) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, -2\}$
 HN $(x+1)(x+2)$
 $2x^2 + 3x - 2 = 0$
 $L = \{\frac{1}{2}\}; -2 \notin D$

d) $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$
 HN $4(3x-2)(2x-3)$
 $2x^2 - 5x + 2 = 0$
 $L = \{2, \frac{1}{2}\}$

e) $D = \mathbb{R} \setminus \{3, -3\}$
 HN $2(3-x)(3+x)$
 $x^2 + 7x = 0$
 $L = \{0, -7\}$

f) $D = \mathbb{R} \setminus \{2, 4, -4\}$
 HN $(x-2)(x+4)(x-4)$
 $x^2 + 7x - 18 = 0$
 $L = \{-9\}, 2 \notin D$

g) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 3\}$
 HN $(x+2)(x-3)(x-1)$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $L = \emptyset; -2, 3 \notin D$

h) $D = \mathbb{R} \setminus \{2, -2, -3\}$
 HN $(x+2)(x-2)(x+3)$
 $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $L = \{1\}, -3 \notin D$

i) $D = \mathbb{R}$
 $4x^2 - 4x - 19 = 0$
 $L = \left\{\frac{1}{2} + \sqrt{5}, \frac{1}{2} - \sqrt{5}\right\}$

j) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 2\}$

HN $(x^2 - 4)(x - 1)$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$

$L = \{3\}, 2 \notin D$

k) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, -2, 2\}$

HN $(x + 1)(x - 2)(x + 2)$
 $3x^2 - 20x - 32 = 0$

$L = \left\{-\frac{4}{3}, 8\right\}$

l) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4}{3}, -2\right\}$

HN $2(3x - 4)(x + 2)$
 $6x^2 - 7x + 2 = 0$

$L = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\}$

2. a) $D = \mathbb{R}, x \neq a \wedge x \neq -a$

HN $5(a - x)(a + x)$
 $2x^2 - 15ax + 18a^2 = 0$

$L = \{x \mid x = 6a \vee x = \frac{3}{2}a\}$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}, a \neq 0$

HN $2a^2x$
 $a^2x^2 - 2a^2x + a^2 - b^2 = 0$

$L = \left\{x \mid x = \frac{a+b}{a} \vee x = \frac{a-b}{a}\right\}$

c) $D = \mathbb{R}, x \neq a \wedge x \neq -a$

HN $(a + x)(a - x)$
 $x^2 - ax = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = a$

$L = \{0\}, x \neq a$

3. a) $L = \{-0,5; 1,5\}$

$y = (x - \frac{1}{2})^2 - 1$

$S(\frac{1}{2} \mid -1)$

b) $L = \{3, -1\}$

$y = (x - 1)^2 - 4$

$S(1 \mid -4)$

c) $L = \{1; -2,5\}$

$y = (x + \frac{3}{4})^2 - 3\frac{1}{16}$

$S(-\frac{3}{4} \mid -3\frac{1}{16})$

4. x m Breite, $(x + 8)$ m Länge

$D = \mathbb{R}_+^*$

$x(x + 8) = 825$

$x^2 + 8x - 825 = 0$

$L = \{25\}, -33 \notin D$

25 m Breite, 33 m Länge

5. x cm kleinere Seite, y cm größere Seite

$D = \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$

$2x + 2y = 26 \quad (1)$

$\wedge 2(x - 1)(y - 3) = xy \quad (2)$

$x = 13 - y \quad (1a)$

$(1a) \text{ in } (2)$

$y^2 - 17y + 72 = 0$

$y_1 = 9; x_1 = 4; L_1 = \{(4; 9)\}$

$y_2 = 8; x_2 = 5; L_2 = \{(5; 8)\}$

Vor der Verkürzung betrug die kleinere Seite 4 cm, die größere Seite 9 cm oder 5 cm die kleinere Seite und 8 cm die größere Seite.

6. x cm Seite a, $(21 - x)$ Seite b

$D = \mathbb{R}_+^*$

$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$

$x^2 - 21x + 108 = 0$

$x_1 = 12$

$x_2 = 9 \quad L = \{12, 9\}$

Seite a = 12 cm, Seite b = 9 cm

bzw. Seite a = 9 cm, Seite b = 12 cm

7. x cm Kathete a, $(x + 1)$ cm Hypotenuse, $[30 - x - (x + 1)]$ cm = $(29 - 2x)$ cm

Kathete b

$D = \{x \mid 0 < x < 14,5\}_{\mathbb{R}}$

$x^2 + (29 - 2x)^2 = (x + 1)^2$

$L = \{12\}, 17,5 \notin D$

12 cm Kathete a

5 cm Kathete b

13 cm Hypotenuse c

8. a)
- x
- cm Breite,
- $(x + 3)$
- cm Länge,
- $(x + 6)$
- cm Diagonale

$$D = \mathbb{R}_+^*$$

$$x^2 + (x + 3)^2 = (x + 6)^2$$

$$L = \{9\}, -3 \notin D$$

9 cm Breite

12 cm Länge

15 cm Diagonale

b) $A = 9 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 108 \text{ cm}^2$

- 9.
- $D = \mathbb{N}^*$
- x
- sei die kleinere Zahl.

$$x(x + 1) + 3 = 10(x + 1) - 3x$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$L = \{7\}, -1 \notin D$$

Die beiden Zahlen sind 7 und 8.

- 10.
- $x\%$
- Preissenkung,
- $D = \{x \mid 0 < x < 100\} \mathbb{R}$

$$800 - \frac{800x}{100} - \frac{(800 - 8x) \cdot x}{100} = 512$$

$$L = \{20\}, 180 \notin D$$

jeweils 20% Preissenkung.

- 11.
- $x\%$
- Abschreibung,
- $D = \{x \mid 0 < x < 100\} \mathbb{R}$

$$9600 - \frac{9600 \cdot x}{100} - \frac{(9600 - 96x)x}{100} = 5400$$

$$L = \{25\}, 175 \notin D$$

25% Abschreibung vom Buchwert

- 12.
- $x\%$
- Kalkulationsaufschlag,
- $D = \mathbb{R}_+^*$

$$4375 + 43,75x + \frac{(4375 + 43,75x)x}{100} = 6511,75$$

$$L = \{22\}, -222 \notin D$$

22% Kalkulationsaufschlag

- 13.
- $x\%$
- Zinsfuß,
- $D = \mathbb{R}_+^*$

$$1200 + 12x - 300 + \frac{(900 + 12x)x}{100} = 1030,32$$

$$L = \{6\}, -181 \notin D$$

6% Zinsfuß

- 14.
- $x\%$
- Zinsfuß,
- $D = \mathbb{R}_+^*$

$$400 + \frac{400 \cdot x}{100} + 50 + \frac{(450 + 4x)x}{100} = 480,24$$

$$4x^2 + 850x - 3024 = 0$$

$$L = \{3,5\}, -216 \notin D$$

Zinsfuß 3,5%

15. a) $y = x^2 - 3x - \frac{7}{4}$

$$\wedge y = 0$$

$$x^2 - 3x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\underline{x_1 = 3,5} \quad \underline{y_1 = 0} \quad A(3,5 \mid 0)$$

$$\underline{x_2 = -0,5} \quad \underline{y_2 = 0} \quad B(-0,5 \mid 0)$$

b) $y = (x - 1,5)^2 - 4$

$$S(1,5 \mid -4)$$

$$16. a) x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = \frac{9}{2}$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$\frac{5}{2} + \frac{9}{2} = -p$$

$$\underline{\underline{p = -7}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{9}{2} = q$$

$$\underline{\underline{q = 11\frac{1}{4}}}$$

$$y = x^2 - 7x + 11\frac{1}{4}$$

oder

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$(x - \frac{5}{2})(x - \frac{9}{2}) = 0$$

$$\underline{\underline{x^2 - 7x + 11\frac{1}{4} = 0}}$$

$$b) y = (x - 3,5)^2 - 1$$

$$S(3,5 | -1)$$

$$y = x^2 - 7x + 11\frac{1}{4}$$

$$17. a) \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline x^2 - 6x + 5 & 5 & 0 & -3 & -4 & -3 & 0 & 5 \end{array}$$

$$b) y = x^2 - 6x + 5 \quad c) y = (x - 3)^2 - 4$$

$$\wedge \underline{\underline{y = 0}} \quad S(3 | -4)$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\underline{\underline{x_1 = 1}} \quad \underline{\underline{y_1 = 0}}$$

$$\underline{\underline{x_2 = 5}} \quad \underline{\underline{y_2 = 0}}$$

$$P_1(1 | 0) \quad P_2(5 | 0)$$

$$18. a) y = x^2 - x - 2 \quad b) y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$$

$$\wedge \underline{\underline{y = 0}} \quad S(\frac{1}{2} | -\frac{9}{4})$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\underline{\underline{x_1 = 2}} \quad \underline{\underline{y_1 = 0}}$$

$$\underline{\underline{x_2 = -1}} \quad \underline{\underline{y_2 = 0}}$$

$$P_1(2 | 0) \quad P_2(-1 | 0)$$

$$d) P_3(-2,5 | y), x = -2,5$$

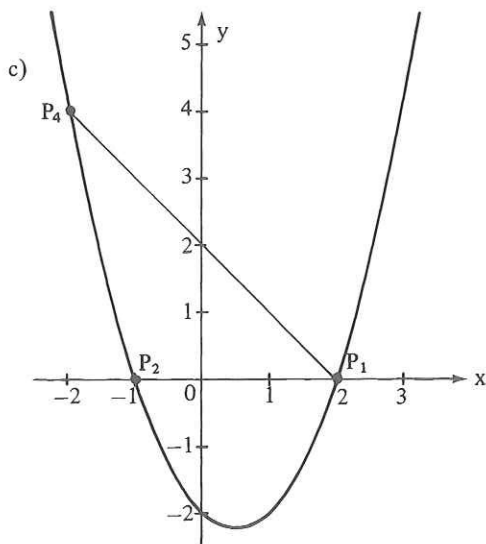
$$y = (-2,5)^2 - (-2,5) - 2$$

$$y = 6,75$$

$$P_3(-2,5 | 6,75)$$

$$e) A = \frac{3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2}$$

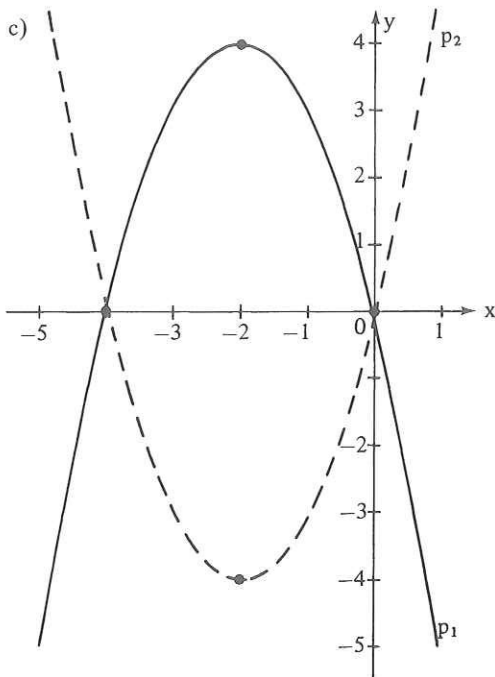
$$\underline{\underline{A = 6 \text{ cm}^2}}$$



19. a)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$-x^2 - 4x$	-5	0	3	4	3	0	-5

b) $y = (x+2)^2 - 4$
 $S(-2|-4)$



d) $y = x^2 + 4x$

$\wedge y = 0$

$x^2 + 4x = 0$

$\underline{\underline{x_1 = 0}} \quad \underline{\underline{y_1 = 0}}$

$\underline{\underline{x_2 = -4}} \quad \underline{\underline{y_2 = 0}}$

$S_1(0|0) \quad S_2(-4|0)$

20. a) $y = x^2 - 4x - 5$

$\wedge y = 0$

$x^2 - 4x - 5 = 0$

$\underline{\underline{x_1 = 5}} \quad \underline{\underline{y_1 = 0}}$

$\underline{\underline{x_2 = -1}} \quad \underline{\underline{y_2 = 0}}$

$P_1(5|0) \quad P_2(-1|0)$

b) $y = (x-2)^2 - 9$

$S(2|-9)$