

## 5 Das Rechnen in der Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen

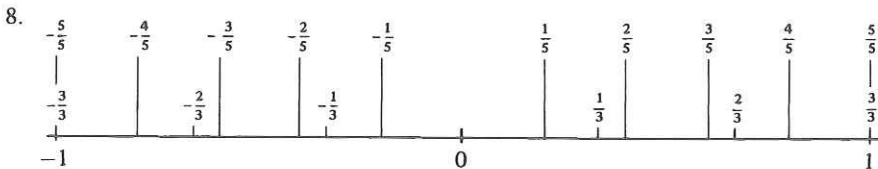
### 5.1 Elemente der Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen

1. a)  $\frac{3}{7}$       b)  $-\frac{4}{5}$       c)  $\frac{2}{3}$       d)  $-\frac{5}{6}$       e)  $-\frac{7}{9}$   
 f)  $\frac{5}{a}$       g)  $-\frac{7}{a}$       h)  $\frac{3}{a}$       i)  $-\frac{8}{a}$       k)  $-\frac{a}{a} = -1$
2. a)  $2\frac{1}{4}$       b)  $-2\frac{2}{5}$       c)  $3\frac{2}{3}$       d)  $-2\frac{5}{6}$       e)  $-1\frac{5}{8}$
3. a)  $\frac{14}{5}$       b)  $-\frac{15}{4}$       c)  $\frac{12}{7}$       d)  $-\frac{21}{8}$       e)  $\frac{19}{6}$       f)  $-\frac{22}{9}$
4. a) 3      b) -4      c) 3      d) -5      e) -2      f) -4
5. a) -3      b) 0      c) -1

6. Unendlich viele Lösungen sind möglich. Hier einige Beispiele:

$$\frac{6}{2} = \frac{15}{5}; \quad \frac{-9}{3} = \frac{21}{-7}; \quad \frac{20}{5} = \frac{32}{8}; \quad \frac{-36}{9} = \frac{48}{-12}$$

7. a) 14 natürliche Zahlen      b) 14 Stammbrüche
- c)  $\frac{1}{2} \leftrightarrow 2; \frac{1}{3} \leftrightarrow 3; \frac{1}{4} \leftrightarrow 4; \dots$  Die Menge der Stammbrüche ist unendlich.
- d)  $\frac{1}{2}$  ist der größte Stammbruch. Es gibt keinen kleinsten Stammbruch. Man erhält stets einen kleineren Stammbruch, wenn man den Nenner um 1 vermehrt.



9. a)  $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$       b)  $-\frac{2}{5} > -\frac{3}{5}$       c)  $-\frac{1}{5} < 0$       d)  $\frac{1}{5} > 0$   
 e)  $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$       f)  $-\frac{2}{5} < -\frac{1}{3}$       g)  $-\frac{3}{5} > -\frac{2}{3}$       h)  $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$
10. a) f;  $-\frac{2}{3} < -\frac{3}{5}$       b) w      c) f;  $\frac{3}{3} = \frac{5}{5}$       d) w  
 e) f;  $\frac{1}{3} > 0$       f) w      g) f;  $-\frac{3}{5} > -\frac{2}{3}$       h) w

### 5.2 Erweitern und Kürzen von Brüchen

1. a)  $\frac{9}{12}$       b)  $\frac{-4}{-10}$       c)  $\frac{-20}{35}$       d)  $\frac{18}{-48}$       e)  $\frac{20}{-24}$   
 f)  $\frac{-30}{-35}$       g)  $\frac{-3}{6}$       h)  $-\frac{8}{18}$       i)  $-\left(\frac{-2}{-3}\right)$

2. a)  $\frac{2}{3}$       b)  $-\frac{3}{4}$       c)  $\frac{3}{-5}$       d)  $-\frac{1}{2}$       e)  $\frac{3}{7}$       f)  $-\frac{5}{7}$       g)  $\frac{3}{-7}$

3.  $\frac{6a}{9a}$ ;  $\frac{12a^2}{15ab}$ ;  $\frac{9a^2b}{21axy}$ ;  $\frac{-15ax^2}{18ay^2}$ ;  $\frac{3a^2 + 3ab}{3a^2 - 3ab}$ ;  $\frac{6ax - 9ay}{6ax + 9ay}$ ;

4.  $\frac{-5}{-7}$ ;  $-\left(\frac{-3}{-8}\right)$ ;  $\frac{-4a}{-9b}$ ;  $\frac{-5a^2}{6}$ ;  $\frac{-a + b}{-a - b}$ ;  $\frac{-x - 2y}{-x + 2y}$

5.  $\frac{4a + 4b}{5a + 5b}$ ;  $-\frac{(3a + 3b)}{(7a + 7b)}$ ;  $\frac{5a^2 + 5ab}{8ab + 8b^2}$ ;  $\frac{-2a^2b - 2ab^2}{3axy + 3bxy}$ ;  
 $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$ ;  $\frac{3ax + 4ay + 3bx + 4by}{4ax + 3ay + 4bx + 3by}$

6.  $\frac{20}{60}$ ;  $\frac{45}{60}$ ;  $\frac{24}{60}$ ;  $\frac{50}{60}$ ;  $\frac{18}{60}$ ;  $\frac{35}{60}$ ;  $\frac{56}{60}$ ;  $\frac{33}{60}$ ;

7.  $\frac{4}{4}$ ;  $\frac{-7}{-7}$ ;  $\frac{2a}{2a}$ ;  $\frac{-3b}{-3b}$ ;  $\frac{a^2}{a^2}$ ;  $\frac{a + b}{a + b}$ ;  $\frac{(x - y)^2}{(x - y)^2}$

8.  $\frac{ab}{b^2}$ ;  $\frac{4xy}{6y^2}$ ;  $\frac{2a}{2b + 2}$ ;  $\frac{(x - y)^2}{x(x - y)}$ ;  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}$ ;  $\frac{6(x^2 - y^2)}{3(x - y)^2}$

9. a)  $\frac{3a}{4b}$       b)  $\frac{-a}{3b}$       c)  $\frac{2b}{-5a}$       d)  $-\frac{4y}{5x}$       e)  $\frac{-3x}{-7} = \frac{3x}{7}$

10. a)  $\frac{4}{5}$       b)  $\frac{2}{3}$       c)  $\frac{2(x - y)}{5}$       d)  $\frac{3}{7(x + y)}$

11. a)  $\frac{5}{6}$       b)  $\frac{a - b}{a + b}$       c)  $\frac{4}{5}$       d)  $\frac{x + y}{1 + y}$       e)  $\frac{a}{a + b}$

f)  $\frac{a - b}{a + b}$       g)  $\frac{2}{3(x - y)}$       h)  $\frac{1}{x + y}$

### 5.3 Vergleichen von Brüchen; gleichnamige und ungleichnamige Brüche

1. a)  $\frac{1}{9} < \frac{2}{9} < \frac{4}{9} < \frac{5}{9} < \frac{7}{9} < \frac{8}{9}$

b)  $-\frac{10}{11} < -\frac{9}{11} < -\frac{5}{11} < -\frac{4}{11} < -\frac{2}{11} < -\frac{1}{11}$

2. a)  $\frac{16}{20}, \frac{18}{20}, \frac{17}{20}, \frac{4}{5} < \frac{17}{20} < \frac{9}{10}$

b)  $\frac{32}{72}, \frac{28}{72}, \frac{33}{72}, \frac{7}{18} < \frac{4}{9} < \frac{11}{24}$

c)  $\frac{99}{144}, \frac{80}{144}, \frac{76}{144}, \frac{19}{36} < \frac{5}{9} < \frac{11}{16}$

d)  $\frac{110}{120}, \frac{105}{120}, \frac{102}{120}, \frac{17}{20} < \frac{7}{8} < \frac{11}{12}$

e)  $\frac{75}{90}, \frac{72}{90}, \frac{70}{90}, \frac{7}{9} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6}$

f)  $\frac{49}{84}, \frac{45}{84}, \frac{46}{84}, \frac{15}{28} < \frac{23}{42} < \frac{7}{12}$

3. a)  $f; \frac{35}{42} < \frac{36}{42}; \frac{5}{6} < \frac{6}{7}$     b)  $w; \frac{55}{88} < \frac{56}{88}$     c)  $w; \frac{99}{126} > \frac{98}{126}$   
 d)  $f; \frac{54}{66} > \frac{53}{66}; \frac{9}{11} > \frac{53}{66}$     e)  $f; \frac{7}{13} = \frac{49}{91}$     f)  $w; -\frac{39}{91} < -\frac{35}{91}$   
 g)  $f; -\frac{44}{99} > -\frac{45}{99}; -\frac{4}{9} > -\frac{5}{11}$     h)  $w; -\frac{24}{60} > -\frac{25}{60}$     i)  $w;$     k)  $f; -\frac{4}{15} = -\frac{28}{105}$
4. a)  $\frac{8a}{24}, \frac{6b}{24}, \frac{3ab}{24}$     b)  $\frac{6a}{36}, \frac{4a^2}{36}, \frac{3ab}{36}$     c)  $\frac{20(a+b)}{60}, \frac{12b}{60}, \frac{3b^2}{60}$
5. a)  $\frac{15a}{24}, \frac{18b}{24}, \frac{4ab}{24}$     b)  $\frac{12a^2}{30}, \frac{9ab}{30}, \frac{25b^2}{30}$     c)  $\frac{45a}{60}, \frac{40b}{60}, \frac{48(a+b)}{60}$
6. a)  $\frac{2y}{xy}, \frac{5x}{xy}$     b)  $\frac{15y}{20xy}, \frac{16x}{20xy}$     c)  $\frac{5}{6x^2}, \frac{4x}{6x^2}$     d)  $\frac{4}{7xy}, \frac{21x}{7xy}$
7. a)  $\frac{a}{xy}, \frac{by}{xy}$     b)  $\frac{a^2y}{x^2y}, \frac{b^2x}{x^2y}$     c)  $\frac{8ay}{20xy}, \frac{15a^2x}{20xy}$     d)  $\frac{2abx}{4x^2}, \frac{3b}{4x^2}$
8. a)  $\frac{3ax}{x(x+y)}, \frac{5a(x+y)}{x(x+y)}$     b)  $\frac{y(a+b)}{y(x-y)}, \frac{4b(x-y)}{y(x-y)}$   
 c)  $\frac{3ax}{3x(x+y)}, \frac{2b(x+y)}{3x(x+y)}$     d)  $\frac{abx}{xy(x-y)}, \frac{ay}{xy(x-y)}$
9. a)  $\frac{4x(a+b)}{3a(a+b)}, \frac{6ax}{3a(a+b)}$     b)  $\frac{(x-y)b}{(a-b)b}, \frac{3y(a-b)}{b(a-b)}$   
 c)  $\frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)}, \frac{b(a+b)}{(a+b)(a-b)}$     d)  $\frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)}, \frac{x(x-y)}{(x-y)(x+y)}$

## 5.4 Die Addition und Subtraktion rationaler Zahlen

### 5.4.1 Die Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche

1. a)  $\frac{1}{3}$     b)  $\frac{4}{11}$     c)  $-\frac{1}{3}$
2. a)  $\frac{6a}{x}$     b)  $\frac{-2b}{y} = -\frac{2b}{y}$     c)  $\frac{a}{x}$
3. a)  $\frac{2(a+b)}{2x} = \frac{a+b}{x}$     b)  $\frac{3(a-b)}{3y} = \frac{a-b}{y}$     c)  $\frac{8a(b-1)}{4xy} = \frac{2a(b-1)}{xy}$
4. a)  $\frac{5(a-b)}{5x} = \frac{a-b}{x}$     b)  $\frac{2(a-3b)}{2y} = \frac{a-3b}{y}$
5. a)  $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{xy} = \frac{(a-b)^2}{xy}$     b)  $\frac{3(a^2 + 2ab + b^2)}{3y} = \frac{(a+b)^2}{y}$

## 5.4.2 Die Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche

1. a)  $-\frac{1}{4}$                       b)  $-\frac{1}{9}$                       c)  $-\frac{1}{12}$                       d)  $-\frac{1}{72}$
2. a)  $\frac{11a}{12x}$  ( $x \neq 0$ )              b)  $-\frac{b}{10y}$  ( $y \neq 0$ )              c)  $\frac{a}{3x}$  ( $x \neq 0$ )              d)  $-\frac{b}{12y}$  ( $y \neq 0$ )
3. a)  $\frac{x-1}{x}$  ( $x \neq 0$ )              b)  $\frac{1+y}{y}$  ( $y \neq 0$ )              c)  $\frac{a(1-x)}{x}$  ( $x \neq 0$ )              d)  $\frac{by-1}{y}$  ( $y \neq 0$ )
4. a)  $\frac{y-x}{xy}$  ( $x \neq 0, y \neq 0$ )              b)  $\frac{ay+bx}{xy}$  ( $x \neq 0, y \neq 0$ )              c)  $\frac{x^2-y^2}{xy}$  ( $y \neq 0, x \neq 0$ )  
d)  $\frac{a(y-x)}{xy}$  ( $x \neq 0, y \neq 0$ )
5. a)  $\frac{7ay-3bx}{3xy}$  ( $x \neq 0, y \neq 0$ )              b)  $\frac{a(x^2+x-1)}{x^3}$  ( $x \neq 0$ )              c)  $\frac{(x-y)^2}{xy}$  ( $x \neq 0, y \neq 0$ )
6. a)  $-\frac{2}{x^2-1}$  ( $x \neq -1, x \neq 1$ )              b)  $\frac{2x^2}{x^2-y^2}$  ( $x \neq -y, x \neq y$ )              c)  $-\frac{4xy}{x^2-y^2}$  ( $x \neq -y, x \neq y$ )
7. a)  $\frac{ax+by}{x(x+y)}$  ( $x \neq 0, x \neq -y$ )              b)  $\frac{y}{x-y}$  ( $x \neq y$ )              c)  $\frac{ay-bx}{y(x+y)}$  ( $x \neq -y, y \neq 0$ )
8. a)  $\frac{2x^2}{x-y}$  ( $x \neq y$ )                      b)  $\frac{2}{x+1}$  ( $x \neq -1$ )                      c)  $\frac{x(x+y)}{y(x-y)}$  ( $x \neq y, y \neq 0$ )
9. a) 1 ( $x \neq -y, x \neq y$ )                      b)  $\frac{12}{x+3}$  ( $x \neq 3, x \neq -3$ )
10. a)  $\frac{a}{x+1}$  ( $x \neq -1$ )                      b)  $\frac{b}{y-2}$  ( $y \neq 2$ )

## 5.5 Die Multiplikation und Division rationaler Zahlen

## 5.5.1 Die Multiplikation

1.  $\frac{3}{2}$ ; 5;  $\frac{1}{6}$ ;  $\frac{x}{a}$  ( $a \neq 0$ );  $x$ ;  $\frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ );  $\frac{x-y}{x+y}$  ( $x \neq -y$ );  $x+y$ ;  $\frac{1}{x+y}$  ( $x \neq -y$ )
2. a)  $-\frac{5}{8}$                       b)  $\frac{4}{9}$                       c)  $-\frac{2}{5}$                       d)  $\frac{1}{6}$                       e)  $-\frac{1}{4}$
3. a)  $b$ ;  $x \neq 0$                       b)  $\frac{a^2}{y}$ ;  $y \neq 0$                       c)  $\frac{ab}{xy}$ ;  $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$   
d)  $\frac{a}{x}$ ;  $b \neq 0$ ;  $x \neq 0$                       e)  $-\frac{a}{c}$ ;  $b \neq 0$ ;  $c \neq 0$
4. a)  $\frac{2}{3b}$ ;  $b \neq 0$ ;  $a \neq 0$                       b)  $\frac{4x}{9}$ ;  $y \neq 0$                       c)  $\frac{4b}{5a}$ ;  $b \neq 0$ ;  $a \neq 0$   
d)  $\frac{5x^2}{8}$ ;  $b \neq 0$ ;  $a \neq 0$                       e)  $3axy$ ;  $xy \neq 0$ ;  $ab \neq 0$
5. a)  $\frac{9}{x^2}$ ;  $x \neq 0$                       b)  $-\frac{8}{y^3}$ ;  $y \neq 0$                       c)  $\frac{9a^2}{16}$   
d)  $\frac{16a^2}{25b^2}$ ;  $b \neq 0$                       e)  $-\frac{8x^3}{y^6}$ ;  $y \neq 0$

6. a)  $\frac{4x}{7y}$ ;  $x \neq y$ ;  $y \neq 0$     b)  $\frac{5a}{12}$ ;  $a \neq -b$ ;  $a \neq 0$     c)  $\frac{3y}{4x}$ ;  $x \neq -y$ ;  $x \neq 0$
7. a)  $\frac{2(a+b)}{3}$ ;  $a \neq 0$ ;  $b \neq 0$     b)  $\frac{3y-2x}{12}$ ;  $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$   
 c)  $\frac{ay-bx}{z}$ ;  $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ ;  $z \neq 0$
8. a)  $\frac{3(x-y)}{5(x+y)}$ ;  $x \neq y$ ;  $x \neq -y$     b)  $\frac{1}{x-1}$ ;  $x \neq 1$ ;  $x \neq -1$ ;  $x \neq 0$   
 c)  $\frac{2}{5(y-5)}$ ;  $y \neq 5$ ;  $y \neq -5$ ;  $y \neq 0$
9. a)  $\left(\frac{3a+2b}{6}\right)^2 = \frac{9a^2+12ab+4b^2}{36}$  oder  $\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{3}ab + \frac{1}{9}b^2$   
 b)  $\left(\frac{5a-3b}{15}\right)^2 = \frac{25a^2-30ab+9b^2}{225}$  oder  $\left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{5}b\right)^2 = \frac{1}{9}a^2 - \frac{2}{15}ab + \frac{1}{25}b^2$   
 c)  $\left(\frac{8x-9y}{12}\right)^2 = \frac{64x^2-144xy+81y^2}{144}$  oder  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - xy + \frac{9}{16}y^2$   
 d)  $\left(\frac{3x+4y}{6}\right)\left(\frac{3x-4y}{6}\right) = \frac{9x^2-16y^2}{36}$  oder  $\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{4}{9}y^2$
10. a)  $\left(\frac{a^2+1}{a}\right)^2 = \frac{a^4+2a^2+1}{a^2}$  ( $a \neq 0$ ) oder  $a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$   
 b)  $\left(\frac{y-x}{xy}\right)^2 = \frac{y^2-2xy+x^2}{x^2y^2}$  ( $x \neq 0, y \neq 0$ ) oder  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$   
 c)  $\left(\frac{a^2+x^2}{ax}\right)^2 = \frac{a^4+2a^2x^2+x^4}{a^2x^2}$  ( $x \neq 0, a \neq 0$ ) oder  $\left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a}\right)^2 = \frac{a^2}{x^2} + 2 + \frac{x^2}{a^2}$   
 d)  $\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right) = \frac{a^4-b^4}{a^2b^2}$  ( $b \neq 0, a \neq 0$ )  
 oder  $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) = \frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2}$

## 5.5.2 Division

1.  $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$ ;  $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ ;  $4 \cdot \frac{1}{4} = 1$ ;  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$  ( $b \neq 0, a \neq 0$ );  $\frac{1}{a} \cdot a = 1$  ( $a \neq 0$ );  
 $b \cdot \frac{1}{b} = 1$  ( $b \neq 0$ );  $\frac{a+x}{a-x} \cdot \frac{a-x}{a+x} = 1$  ( $a \neq x$ ;  $a \neq -x$ );  $\frac{1}{a+x} \cdot (a+x) = 1$  ( $a \neq -x$ );  
 $(a-x) \cdot \frac{1}{a-x} = 1$  ( $a \neq x$ )
2. a)  $-\frac{2}{21}$     b)  $\frac{2}{33}$     c)  $-1\frac{1}{5}$     d)  $\frac{8}{9}$     e)  $-\frac{4}{5}$
3. a)  $\frac{1}{x}$ ;  $x \neq 0$ ;  $a \neq 0$     b)  $\frac{1}{bx}$ ;  $x \neq 0$ ;  $b \neq 0$     c)  $\frac{a}{b}$ ;  $y \neq 0$ ;  $b \neq 0$   
 d)  $\frac{b}{a}$ ;  $a \neq 0$ ;  $b \neq 0$     e) 2;  $x \neq 0$ ;  $a \neq 0$

4. a)  $8b$ ;  $b \neq 0$ ;  $a \neq 0$     b)  $20y^2$ ;  $y \neq 0$ ;  $x \neq 0$     c)  $3ab$ ;  $b \neq 0$ ;  $a \neq 0$   
 d)  $\frac{2y^2}{x}$ ;  $y \neq 0$ ;  $x \neq 0$     e)  $\frac{a^2}{2}$ ;  $a \neq 0$ ;  $b \neq 0$
5. a)  $\frac{3}{2b}$ ;  $b \neq 0$ ;  $a \neq 0$     b)  $\frac{2by}{3a}$ ;  $a \neq 0$ ;  $b \neq 0$ ;  $x \neq 0$   
 c)  $\frac{4ab}{3}$ ;  $b \neq 0$ ;  $a \neq 0$     d)  $\frac{8ab}{7xy}$ ;  $y \neq 0$ ;  $x \neq 0$ ;  $b \neq 0$     e)  $\frac{3ab}{2}$ ;  $by \neq 0$ ;  $ax \neq 0$
6. a)  $\frac{1}{a^2}$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \neq -b$     b)  $\frac{x-1}{x+2}$ ;  $x \neq -2$ ;  $x \neq -1$   
 c)  $\frac{x}{x-1}$ ;  $x \neq 1$ ;  $x \neq -1$
7. a)  $4a$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \neq -b$     b)  $a(a-3)$ ;  $a \neq 0$ ;  $a \neq -3$   
 c)  $(x+y)^2$ ;  $x \neq -y$ ;  $x \neq y$
8. a)  $\frac{x}{2y}$ ;  $a \neq x$ ;  $ay \neq 0$ ;    b)  $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$ ;  $x \neq y$ ;  $x \neq -y$   
 c)  $\frac{a+b}{a-b}$ ;  $a \neq b$ ;  $a \neq -b$
9. a)  $\frac{a-4}{b+5}$ ;  $b \neq 5$ ;  $b \neq -5$ ;  $a \neq -4$     b)  $x^2 - y^2$ ;  $x \neq -y$ ;  $x \neq y$   
 c)  $\frac{a-2}{2(a+2)}$ ;  $a \neq 2$ ;  $a \neq -2$ ;  $a \neq -1$
10. a)  $1 - \frac{x^2}{a^2}$ ;  $x \neq 0$ ,  $a \neq 0$     b)  $y - \frac{x}{a}$ ;  $y \neq 0$ ,  $a \neq 0$   
 c)  $b - a$ ;  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$     d)  $\frac{3y+x}{9}$ ;  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$
11. a)  $\frac{2a}{5}$ ;  $b \neq 0$     b)  $\frac{4p}{5r}$ ;  $q \neq 0$ ,  $r \neq 0$   
 c)  $\frac{20x^2}{27yz}$ ;  $y \neq 0$ ,  $x \neq 0$ ,  $z \neq 0$     d)  $\frac{2a}{3b}$ ;  $b \neq 0$ ,  $a \neq 0$   
 e)  $\frac{3pr}{2q}$ ;  $r \neq 0$ ,  $q \neq 0$     f)  $\frac{3x^2y}{4z}$ ;  $y \neq 0$ ,  $z \neq 0$ ,  $x \neq 0$
12. a)  $\frac{x-1}{x+1}$ ;  $x \neq -1$ ,  $x \neq 1$ ,  $a \neq 0$     b)  $1$ ;  $x \neq y$ ,  $x \neq -y$   
 c)  $\frac{y-x}{y+x}$ ;  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ,  $y \neq -x$     d)  $x - y$ ;  $y \neq 0$ ,  $x \neq 0$ ;  $x \neq -y$