

6 Lineare Gleichungen und Ungleichungen

6.1 Gleichungen und Ungleichungen als Aussagen und Aussageformen

1. a) $L = \{8\}$ b) $L = \{0\}$ c) $L = \{11\}$ d) $L = \{13\}$
 e) $L = \{3\}$ f) $L = \{0\}$ g) $L = \{2\}$ h) $L = \{1\}$
2. a) $L = \{-1\}$ b) $L = \{-2\}$ c) $L = \{-5\}$ d) $L = \{-3\}$
 e) $L = \{-4\}$ f) $L = \{-1\}$ g) $L = \{-2\}$ h) $L = \{-6\}$
3. a) $L = \{0\}$ b) $L = \{-3\}$ c) $L = \{-9\}$ d) $L = \{-2\}$
 e) $L = \{-5\}$ f) $L = \{-1\}$ g) $L = \{-3\}$ h) $L = \{-4\}$
4. a) $L = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ b) $L = \{5, 6, 7, \dots\}$
 c) $L = \{0, 1, 2, 3\}$ d) $L = \{4, 5, 6, \dots\}$
 e) $L = \{0, 1, 2, 3\}$ f) $L = \{4, 5, 6, \dots\}$
 g) $L = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ h) $L = \{6, 7\}$
5. Bei $G = \mathbb{N}$ erhält man folgende Lösungsmengen:
 a) $L = \{0, 1, 2, 3\}$ b) $L = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$
 c) $L = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ d) $L = \{3, 4, 5, 6, \dots\}$
 e) $L = \{0, 1, 2\}$ f) $L = \{0, 1\}$
 g) $L = \{1, 2, 3, \dots\}$ bzw. $L = \mathbb{N}^*$ h) $L = \{4, 5\}$
- Bei $G = \mathbb{Z}$ erhält man folgende Lösungsmengen:
 a) $L = \{3, 2, 1, 0, -1, \dots\}$ b) $L = \{5, 6, 7, \dots\}$
 c) $L = \{4, 3, 2, 1, 0, -1, \dots\}$ d) $L = \{3, 4, 5, 6, \dots\}$
 e) $L = \{2, 1, 0, -1, \dots\}$ f) $L = \{1, 0, -1, -2, \dots\}$
 g) $L = \mathbb{N}^*$ h) $L = \{4, 5, 6, 7, \dots\}$
6. a) $L = \{5\}$, teilgültig b) $L = \emptyset$, unlösbar in \mathbb{N} , $-4 \notin \mathbb{N}$
 c) $L = G$, allgemeingültig d) $L = \{0\}$, teilgültig
 e) $L = G$, allgemeingültig f) $L = \emptyset$, unlösbar in \mathbb{N} , $-1 \notin \mathbb{N}$
 g) $L = \{0\}$, teilgültig h) $L = \emptyset$, unlösbar in \mathbb{N} , $\frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$
7. a) $L = \{-2\}$, teilgültig b) $L = \emptyset$, unlösbar in \mathbb{Z} , $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$
 c) $L = G$, allgemeingültig d) $L = \{-1\}$, teilgültig
 e) $L = \emptyset$, unlösbar in \mathbb{Z} , $\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z}$ f) $L = G$, allgemeingültig
 g) $L = \{-3\}$, teilgültig h) $L = \{0\}$, teilgültig
8. a) $L = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, teilgültig b) $L = \emptyset$, unlösbar in \mathbb{N}
 c) $L = G$, allgemeingültig d) $L = \{3, 4, 5, \dots\}$, teilgültig
 e) $L = \emptyset$, unlösbar in \mathbb{N} f) $L = G$, allgemeingültig
 g) $L = \{8, 9, 10, \dots\}$, teilgültig h) $L = \{0, 1\}$, teilgültig

6.2 Äquivalenzumformungen von Gleichungen und Ungleichungen

6.2.1 Gleichungen mit einer Lösungsvariablen

1. a) -1 b) $\emptyset \left(-\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \right)$ 2. a) $-5x = -5x$; $L = \mathbb{Z}$ b) -3
3. a) -3 b) -4 4. a) $\emptyset \left(\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \right)$ b) 1
5. a) -2 b) 0 6. a) -4 b) 0

18. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-7, -2, -1\}$; $L = \{1\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{1, \frac{7}{4}, 2\right\}$; $L = \{3\}$
19. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-2, -\frac{3}{2}, -1\right\}$; $L = \{5\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{7, \frac{15}{2}, 8\right\}$; $L = \{9\}$
20. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{4, 5, 7, 8\}$; $L = \{6\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{3, 4, 5, 7\}$; $L = \{1\}$
21. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 2\}$; HN $x(x-2)$; $x-2 = x-2$; $L = D$
 b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3, 0, 3\}$; HN $x(x+3)(x-3)$; $x = -3$; $-3 \notin D$; $L = \emptyset$
22. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 3\}$; HN $x(x-3)(x-3)$; $L = \{-6\}$
 b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, -3\}$; HN $x(x+3)(x+3)$; $x^2 + 4x + 9 = x^2 + 4x + 3$; $L = \emptyset$
23. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 2, 3\}$; HN $x(x-3)(x-2)$; $x^2 + 4 = x^2 - 9$; $L = \emptyset$
 b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 4\}$; HN $x(x-4)(x-4)$; $4x = 4x - 16$; $L = \emptyset$
24. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{4}{3}, \frac{3}{2}\right\}$; $L = \{2\}$; b) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{5}, -\frac{5}{3}\right\}$; $L = \{5\}$
25. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \{20\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \{-10\}$
 c) $L = \{18\}$ d) $L = \{-35\}$
 e) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \{24\}$ f) $L = \{-9\}$
26. a) $L = \{2\}$ b) $L = \{-3\}$
 c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \left\{\frac{1}{3}\right\}$ d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \left\{\frac{1}{4}\right\}$
 e) $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ f) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \left\{-\frac{1}{5}\right\}$
27. a) $L = \{7\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 16\}$; $L = \{4\}$
 c) $L = \{-1\}$ d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 14\}$; $L = \{-2\}$
28. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 5\}$; $L = \left\{\frac{2}{3}\right\}$
 c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $L = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-9\}$; $L = \left\{\frac{5}{2}\right\}$
29. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2, -5\}$; $L = \{4\}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2, -4\}$; $L = \{6\}$
 c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2, -5\}$; $L = \{-3\}$ d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-9, 11\}$; $L = \{-1\}$
30. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3, -4\}$; $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 8$; $L = \emptyset$
 b) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{5}{6}, \frac{1}{3}\right\}$; $6x^2 + 7x - 3 = 6x^2 + 7x - 10$; $L = \emptyset$
 c) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{4}, -\frac{7}{4}\right\}$; $L = \{-4\}$
 d) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}\right\}$; $12x^2 + 2x - 24 = 12x^2 + 2x - 4$; $L = \emptyset$

6.4.2 Bruchgleichungen mit Formvariablen

1. a) $a \neq 0$; $x = ab$ b) $a \neq 0$; $x = -a$
 c) $c \neq 0$; $x = (a + b)c$ d) $b \neq 0$; $x = (a - c)b$
2. a) $x \neq 0$; $b \neq 0$; $x = \frac{a}{b}$; $a \neq 0$ b) $x \neq 0$; $c \neq b$; $x = \frac{a}{c - b}$; $a \neq 0$
 c) $x \neq 0$; $x = \frac{a}{2}$; $a \neq 0$ d) $x \neq 0$; $a \neq c$; $x = \frac{b}{a - c}$; $b \neq 0$
3. a) $a \neq 0$; $x = a + b$ b) $a \neq 0$; $x = ab + c$

- c) $x \neq 0$; $c \neq 0$; $x = \frac{a-b}{c}$; $a \neq b$ d) $x \neq 0$; $b \neq 0$; $x = \frac{c-a}{b}$; $a \neq c$
4. a) $a \neq 0, b \neq 0$; $a \neq -b$; $x = \frac{ab}{a+b}$ b) $a \neq 0, b \neq 0$; $b \neq a$; $x = \frac{abc}{b-a}$
c) $x \neq 0$; $a \neq b$; $x = 1$
5. a) $b \neq 0, a \neq 0$; $a \neq -b$; $x = a - b$ b) $a \neq 0, b \neq 0$; $a \neq b$; $x = \frac{bc}{a-b}$
c) $x \neq 0, a \neq 0$; $a \neq c$; $x = \frac{ab}{a-c}$; $b \neq 0$
6. a) $x \neq a$; $x = \frac{4}{3}a$; $a \neq 0$ b) $x \neq -a$; $b \neq 0$; $x = \frac{a(1-b)}{b}$; $a \neq 0$
c) $x \neq -b$; $x = \frac{a-2b}{2}$; $a \neq 0$
7. a) $x \neq b, a \neq 0$; $x = a + b$ b) $x \neq -a, b \neq 0$; $a \neq 0$; $x = b - a$
c) $x \neq -a, x \neq 0$; $a - b \neq 0$; $x = \frac{ab}{a-b}$; $a \neq 0$; $b \neq 0$
8. a) $x \neq -a, x \neq 0$; $a \neq 0$; $x = 1$ b) $x \neq -b, x \neq 0$; $a - 2 \neq 0$; $x = \frac{b}{a-2}$; $b \neq 0$
c) $x \neq a$; $a \neq 0$; $a - 1 \neq 0$; $x = \frac{a}{a-1}$
9. a) $x \neq a, x \neq -a$; $a \neq -\frac{1}{2}$; $x = \frac{a}{2a+1}$
b) $a \neq -b, b \neq a$; $b \neq 0$; $x = \frac{a^2}{b}$ c) $x \neq b, x \neq -b$; $a \neq -b$; $x = 0$
10. a) $x \neq b, x \neq a$; $a \neq -b$; $x = \frac{a+b}{2}$; $a \neq b$ b) $a \neq -b, a \neq b$; $b \neq 0$; $x = b$
11. a) $x \neq -a, x \neq a$; $a \neq -b$; $x = \frac{ab}{a+b}$ b) $a \neq -b, a \neq b$; $x = a^2 - b^2$
12. a) $a \neq b, a \neq -b$; $a \neq 0$; $x = a + 2b$ b) $a \neq -b, a \neq b$; $b \neq 0$; $x = 3a + 4b$
13. a) $x \neq -a$; $x \neq -b$; $a + b \neq 0$; $a \neq 0$; $b \neq 0$; $x = \frac{ab}{a+b}$
b) $x \neq -\frac{b}{a}$; $x \neq \frac{b}{a}$; $a \neq 0, a - b \neq 0, b \neq 0$; HN $(ax + b)(ax - b)$; $x = \frac{b}{a-b}$
14. a) $x \neq -a, x \neq a$; $a \neq 0$; $a + b \neq 0$; HN $a(x + a)(x - a)$; $x = \frac{a^2}{a+b}$
b) $x \neq a, a \neq 0$; $a + b \neq 0, a - b \neq 0$; HN $a(x - a)(x - a)$; $x = \frac{a}{2}$
15. a) $a = \frac{A}{b}$; $b = \frac{A}{a}$ b) $g = \frac{2A}{h}$; $h = \frac{2A}{g}$; c) $a = \frac{V}{bc}$; $b = \frac{V}{ac}$; $c = \frac{V}{ab}$
d) $A = \frac{3V}{h}$; $h = \frac{3V}{A}$ e) $k = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t}$; $p = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{k \cdot t}$; $t = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{k \cdot p}$
f) $r = \frac{u}{2\pi}$ g) $a = \frac{u-2b}{2}$; $b = \frac{u-2a}{2}$
h) $h = \frac{2A}{(a+c)}$; $a = \frac{2A}{h} - c$; $c = \frac{2A}{h} - a$ i) $a = \frac{F-bc}{b+c}$; $b = \frac{F-ac}{a+c}$; $c = \frac{F-ab}{a+b}$

16. a) $x = 2(a - b)$; $x \neq 0, a \neq b, a \neq -b$
 b) $x = a^2 + 2ab + b^2$; $x \neq 0, a \neq -b, a \neq b$
 c) $x = 2c$; $x \neq 0, c \neq 0, ab \neq 0$
 d) $x = c^2$; $x \neq 0, c \neq 0, a \neq -b$
17. a) $x = 0$; $x \neq a, x \neq b$; $a - b \neq 0$
 b) $x = a + b$; $x \neq b, x \neq a$; $a - b \neq 0$
 c) $x = \frac{ab}{a-b}$; $x \neq b, x \neq 0$; $a - b \neq 0$; $a \neq 0$; $b \neq 0$
 d) $x = 0$; $x \neq a, x \neq -b$; $a + b \neq 0$; $a \neq 0$; $b \neq 0$

6.4.3 Bruchungleichungen

1. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$ (1) $x > -3 \wedge x > 2$; $L_1 = \{x | x > 2\}$
 (2) $x < -3 \wedge x < 2$; $L_2 = \{x | x < -3\}$
 $L = \{x | x < -3 \vee x > 2\}$
- b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$ (1) $x > 2 \wedge x < 5$; $L_1 = \{x | 2 < x < 5\}$
 (2) $x < 2 \wedge x > 5$; $L_2 = \emptyset$
 $L = \{x | 2 < x < 5\}$
- c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{5\}$ (1) $x > 5 \wedge x \leq 4$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < 5 \wedge x \geq 4$; $L_2 = \{x | 4 \leq x < 5\}$
 $L = \{x | 4 \leq x < 5\}$
2. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$ (1) $x > 4 \wedge x > -1$; $L_1 = \{x | x > 4\}$
 (2) $x < 4 \wedge x < -1$; $L_2 = \{x | x < -1\}$
 $L = \{x | x < -1 \vee x > 4\}$
- b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$ (1) $x > 3 \wedge x \leq 2$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < 3 \wedge x \geq 2$; $L_2 = \{x | 2 \leq x < 3\}$
 $L = \{x | 2 \leq x < 3\}$
- c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ (1) $x > -1 \wedge x > -5$; $L_1 = \{x | x > -1\}$
 (2) $x < -1 \wedge x < -5$; $L_2 = \{x | x < -5\}$
 $L = \{x | x < -5 \vee x > -1\}$
3. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ (1) $x > -1 \wedge x \leq 2$; $L_1 = \{x | -1 < x \leq 2\}$
 (2) $x < -1 \wedge x \geq 2$; $L_2 = \emptyset$
 $L = \{x | -1 < x \leq 2\}$
- b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ (1) $x > 1 \wedge x > 3$; $L_1 = \{x | x > 3\}$
 (2) $x < 1 \wedge x < 3$; $L_2 = \{x | x < 1\}$
 $L = \{x | x < 1 \vee x > 3\}$
- c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$ (1) $x > -4 \wedge x < 0$; $L_1 = \{x | -4 < x < 0\}$
 (2) $x < -4 \wedge x > 0$; $L_2 = \emptyset$
 $L = \{x | -4 < x < 0\}$

4. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$ (1) $x > -3 \wedge x < -7$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < -3 \wedge x > -7$; $L_2 = \{x \mid -7 < x < -3\}$
 $L = \{x \mid -7 < x < -3\}$
- b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{5\}$ (1) $x > 5 \wedge x > 7$; $L_1 = \{x \mid x > 7\}$
 (2) $x < 5 \wedge x < 7$; $L_2 = \{x \mid x < 5\}$
 $L = \{x \mid x < 5 \vee x > 7\}$
- c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$ (1) $x > 2 \wedge x \leq 4$; $L_1 = \{x \mid 2 < x \leq 4\}$
 (2) $x < 2 \wedge x \geq 4$; $L_2 = \emptyset$
 $L = \{x \mid 2 < x \leq 4\}$
5. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{\frac{2}{3}\}$ (1) $x > \frac{2}{3} \wedge x < -4$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < \frac{2}{3} \wedge x > -4$; $L_2 = \{x \mid -4 < x < \frac{2}{3}\}$
 $L = \{x \mid -4 < x < \frac{2}{3}\}$
- b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{3}{2}\}$ (1) $x > -\frac{3}{2} \wedge x \leq -3$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < -\frac{3}{2} \wedge x \geq -3$; $L_2 = \{x \mid -3 \leq x < -\frac{3}{2}\}$
 $L = \{x \mid -3 \leq x < -\frac{3}{2}\}$
- c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{\frac{3}{4}\}$ (1) $x > \frac{3}{4} \wedge x < -3$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < \frac{3}{4} \wedge x > -3$; $L_2 = \{x \mid -3 < x < \frac{3}{4}\}$
 $L = \{x \mid -3 < x < \frac{3}{4}\}$
6. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 3\}$ (1) $x > 3$; $\text{HN } x(x-3) > 0$
 $x > 3 \wedge x < -3$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < 0$; $\text{HN } x(x-3) > 0$
 $x < 0 \wedge x < -3$; $L_2 = \{x \mid x < -3\}$
 (3) $0 < x < 3$; $\text{HN } x(x-3) < 0$
 $0 < x < 3 \wedge x > -3$; $L_3 = \{x \mid 0 < x < 3\}$
 $L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{x \mid x < -3 \vee 0 < x < 3\}$
- b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{1, -1\}$ (1) $x > 1$; $\text{HN } (x-1)(x+1) > 0$
 $x > 1 \wedge x < -7$; $L_1 = \emptyset$
 (2) $x < -1$; $\text{HN } (x-1)(x+1) > 0$
 $x < -1 \wedge x < -7$; $L_2 = \{x \mid x < -7\}$
 (3) $-1 < x < 1$; $\text{HN } (x-1)(x+1) < 0$
 $-1 < x < 1 \wedge x > -7$; $L_3 = \{x \mid -1 < x < 1\}$
 $L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{x \mid x < -7 \vee -1 < x < 1\}$

c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{2, 5\}$

(1) $x > 5$; $\text{HN } (x-2)(x-5) > 0$
 $x > 5 \wedge x \leq -4$; $L_1 = \emptyset$

(2) $x < 2$; $\text{HN } (x-2)(x-5) > 0$
 $x < 2 \wedge x \leq -4$; $L_2 = \{x \mid x \leq -4\}$

(3) $2 < x < 5$; $\text{HN } (x-2)(x-5) < 0$
 $2 < x < 5 \wedge x \geq -4$; $L_3 = \{x \mid 2 < x < 5\}$

$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{x \mid x \leq -4 \vee 2 < x < 5\}$

7. a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, -2\}$

(1) $x > 0$; $\text{HN } x(x+2) > 0$
 $x > 0 \wedge x < -1$; $L_1 = \emptyset$

(2) $x < -2$; $\text{HN } x(x+2) > 0$
 $x < -2 \wedge x < -1$; $L_2 = \{x \mid x < -2\}$

(3) $-2 < x < 0$; $\text{HN } x(x+2) < 0$
 $-2 < x < 0 \wedge x > -1$; $L_3 = \{x \mid -1 < x < 0\}$

$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{x \mid x < -2 \vee -1 < x < 0\}$

b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0, 4\}$

(1) $x > 4$; $\text{HN } x(x-4) > 0$
 $x > 4 \wedge x \leq 2$; $L_1 = \emptyset$

(2) $x < 0$; $\text{HN } x(x-4) > 0$
 $x < 0 \wedge x \leq 2$; $L_2 = \{x \mid x < 0\}$

(3) $0 < x < 4$; $\text{HN } x(x-4) < 0$
 $0 < x < 4 \wedge x \geq 2$; $L_3 = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$

$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{x \mid x < 0 \vee 2 \leq x < 4\}$

c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2, 3\}$

(1) $x > 3$; $\text{HN } (x+2)(x-3) > 0$
 $x > 3 \wedge x > \frac{1}{7}$; $L_1 = \{x \mid x > 3\}$

(2) $x < -2$; $\text{HN } (x+2)(x-3) > 0$
 $x < -2 \wedge x > \frac{1}{7}$; $L_2 = \emptyset$

(3) $-2 < x < 3$; $\text{HN } (x+2)(x-3) < 0$
 $-2 < x < 3 \wedge x < \frac{1}{7}$; $L_3 = \{x \mid -2 < x < \frac{1}{7}\}$

$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 = \{x \mid -2 < x < \frac{1}{7} \vee x > 3\}$

6.5 Textaufgaben aus verschiedenen Gebieten

6.5.1 Zahlenrätsel

- | | |
|--|--|
| 1. $84 - x = 2x$; $x = 28$ | 2. $3x + 4x = 91$; $x = 13$ |
| 3. $7x - 32 = 5x$; $x = 16$ | 4. $x + (7 + 19) + (28 - 13) = 58$; $x = 17$ |
| 5. $(4x + 3)4 = 20x$; $x = 3$ | 6. $(3x - 4)2 = 5x$; $x = 8$ |
| 7. $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 62$; $x = 14$; 14, 15, 16 und 17 | |
| 8. $4x + 5 = 3(x + 6)$; $x = 13$; 13 und 19 | |
| 9. $3(x - 1)2 = 5(x + 2)$; $x = 16$ | 10. $.4(x + 3) = 2(x - 3)3$; $x = 15$ |
| 11. $6x < x + 20$ a) $L = \{0, 1, 2, 3\}$ | 12. $4x - 3 < 3x$ a) $L = \{0, 1, 2\}$ |
| $x < 4$ b) $L = \{3, 2, 1, 0, -1, \dots\}$ | $x < 3$ b) $L = \{2, 1, 0, -1, \dots\}$ |
| 13. $3x + 5 > 2x$ a) $L = \mathbb{N}$ | 14. $5x + 7 \leq x + 3$ a) $L = \emptyset$ |
| $x > -5$ b) $L = \{-4, -3, -2, \dots\}$ | $x \leq -1$ b) $L = \mathbb{Z}^*$ |
| 15. $4x + 1 \geq x - 5$ a) $L = \mathbb{N}$ | 16. $3(x - 2) < 2(x + 3)$ a) $L = \{0, 1, 2, 3, \dots, 11\}$ |
| $x \geq -2$ b) $L = \{-2, -1, 0, 1, \dots\}$ | $x < 12$ b) $L = \{11, 10, 9, \dots\}$ |

17. $4(x+7) > 5(x+6)$ a) $L = \emptyset$
 $x < -2$ b) $L = \{-3, -4, -5, \dots\}$
18. $5x < x + 20$
 $x < 5$ $L = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
19. $4x > x + 15$
 $x > 5$ $L = \{6, 7, 8, 9\}$
20. $3x < x + 40$
 $x < 20$ $L = \{10, 12, 14, 16, 18\}$
21. $\frac{x}{6} + 4 = \frac{x}{5}$; $x = 120$
22. $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 12$; $x = 72$
23. $\frac{x}{6} + 3 = \frac{x}{5} - 3$; $x = 180$
24. $3x - 10 = \frac{x}{2}$; $x = 4$
25. $100 - \frac{x}{9} = x$; $x = 90$
26. $\frac{x}{10} + 4 = \frac{x}{12} \cdot 2$; $x = 60$
27. $\frac{x}{3} - \frac{5}{6} \leq 2$
 $x \leq 8,5$ $L = \{x | x \leq 8,5\}$
28. $\frac{x}{4} + \frac{3}{5} \geq \frac{x}{3}$
 $x \leq 7,2$ $L = \{x | x \leq 7,2\}$
29. $\frac{7+x}{9+x} = \frac{5}{6}$; $x = 3$
30. Ursprünglicher Bruch: $\frac{x-2}{x}$; $\frac{x-2+1}{x+1} = \frac{4}{5}$; $x = 9$; $\frac{7}{9}$
31. $\frac{3+x}{7+x} = \frac{11-x}{14-x}$; $x = 5$
32. Ursprünglicher Bruch: $\frac{x}{x-1}$; sein Kehrwert: $\frac{x-1}{x}$;
 $\frac{x+2}{x-1+5} = \frac{x-1}{x}$; $x = 4$; $\frac{4}{3}$

6.5.2 Merkwürdiges und Scherzhaftes; Denkaufgaben

- x kg Gewicht für 1 Ziegelstein
 $4x = 4 + 2x$
 $x = 2$
 1 Ziegelstein wiegt 2 kg
- x kg für den Deckel; $x + 5x = 30$
 $x = 5$
 Deckel 5 kg
 Kessel 25 kg
- x EUR für die Socken; $x + (x + 76) = 88$
 $x = 6$
 Socken 6,00 EUR
 Schuhe 82,00 EUR
- in x Jahren ist V doppelt so alt
 $(1+x)2 = 30 + x$
 $x = 28$
 in 28 Jahren ist V doppelt so alt
- Vor x Jahren war V achtmal so alt
 $(42-x) = (14-x)8$
 $x = 10$
 Vor 10 Jahren war V achtmal so alt
- x Bänke
 $5x + 2 = 6x - 4$
 $x = 6$ 6 Bänke; 32 Schüler
 7. x Schüler
 $8x - 14 = 7x + 14$
 $x = 28$ 28 Schüler; 210,00 EUR
- x Kaninchen; $(28-x)$ Hühner
 $x \cdot 4 + (28-x)2 = 80$
 $x = 12$ 12 Kaninchen, 16 Hühner

9. x Zehn-EUR-Scheine; $(22 - x)$ Zwanzig-EUR-Scheine

$$x \cdot 10 + (22 - x)20 = 300$$

$$x = 14$$

14 Zehn-EUR-Scheine

8 Zwanzig-EUR-Scheine

10. a) Wir zerlegen die Zahl 36 in je drei Faktoren und bilden daraus die Summe:

$$1 \cdot 1 \cdot 36 = 36;$$

$$1 + 1 + 36 = 38$$

$$1 \cdot 6 \cdot 6 = 36;$$

$$1 + 6 + 6 = 13$$

$$1 \cdot 2 \cdot 18 = 36;$$

$$1 + 2 + 18 = 21$$

$$2 \cdot 2 \cdot 9 = 36;$$

$$2 + 2 + 9 = 13$$

$$1 \cdot 3 \cdot 12 = 26;$$

$$1 + 3 + 12 = 16$$

$$2 \cdot 3 \cdot 6 = 36;$$

$$2 + 3 + 6 = 11$$

$$1 \cdot 4 \cdot 9 = 36;$$

$$1 + 4 + 9 = 14$$

$$3 \cdot 3 \cdot 4 = 36;$$

$$3 + 3 + 4 = 10$$

b) Aus der Frage des Studenten nach einer dritten Bedingung schließen wir, dass die Hausnummer keine eindeutige Lösung zulässt. Dies trifft nur für die Zahl 13 zu, die Lösung von $1 + 6 + 6$ und $2 + 2 + 9$ ist. Der Hinweis „Mein Ältester spielt Klavier“ erlaubt den Schluss, dass ein ältestes Kind vorhanden ist. Damit kann nur $2 + 2 + 9 = 13$ und $2 \cdot 2 \cdot 9 = 36$ die richtige Lösung sein. Die Kinder sind 2 Jahre, 2 Jahre und 9 Jahre alt.

11. $x - \frac{x}{3} - \frac{x}{7} = \frac{x}{2} + 1$; $x = 42$

12. $\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{4} + 1$; $x = 24$

13. $x + \frac{x}{2} = 12 \cdot 2$; $x = 16$

14. $x + x + \frac{x}{9} = 25460$; $x = 12060$

15. Ursprünglich x Jungen, $\left(x + \frac{1}{10}x\right)$ Mädchen

$$x - 1 = \left(x + \frac{1}{10}x\right) - 3; \quad x = 20. \text{ Ursprünglich 20 Jungen und 22 Mädchen}$$

16. höchstens x EUR täglich

$$3x \leq 160 - 95,5$$

$$x \leq 21,5$$

6.5.3 Dreisatzaufgaben mit quotientengleichen und produktgleichen Zahlenpaaren

6.5.3.1 Quotientengleiche und produktgleiche Zahlenpaare

1. a) Faktor 1,2

| | | | | | | |
|-----|-------|------|------|------|------|-------|
| m | 80 | 1 | 2 | 5 | 7 | 12 |
| EUR | 96,00 | 1,20 | 2,40 | 6,00 | 8,40 | 14,40 |

b) Faktor 1,45

| | | | | | | |
|-----|-------|------|------|------|-------|-------|
| kg | 50 | 1 | 2 | 5 | 7 | 12 |
| EUR | 72,50 | 1,45 | 2,90 | 7,25 | 10,15 | 17,40 |

c) Faktor 13,50

| | | | | | | |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| t | 16 | 1 | 2 | 5 | 7 | 12 |
| EUR | 216,00 | 13,50 | 27,00 | 67,50 | 94,50 | 162,00 |

$$10. \frac{(12,5 \cdot 10 \cdot 2,8)}{100} = \frac{(14 \cdot 12 \cdot 2,5)}{x} \Leftrightarrow \frac{350}{100} = \frac{420}{x} \Leftrightarrow x = 120$$

11. Der D-Zug durchfährt die Strecke jetzt in 25 Minuten.
 in 25 Minuten 45 km $\frac{x}{60} = \frac{45}{25} \Leftrightarrow x = 108$
 in 60 Minuten x km

$$12. 60x = 90 \cdot 35 \Leftrightarrow x = 52,5$$

$$13. 25 \cdot 25 \cdot x = 20 \cdot 20 \cdot 500 \Leftrightarrow x = 320$$

$$14. 30 \cdot 30 \cdot x = 870 \cdot 540 \Leftrightarrow x = 522$$

$$15. 28x = 31 \cdot 7 \Leftrightarrow x = 7,75$$

16. 3 Raupen brauchen für den Rest 8 Tage
 4 Raupen brauchen für den Rest x Tage
 $4x = 3 \cdot 8 \Leftrightarrow x = 6$; insgesamt 10 Tage

6.5.4 Prozentrechnung

1. 195,00 EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{8} = \frac{195}{100} \Leftrightarrow x = 15,6$ 15,60 EUR Erhöhung
 x EUR $\hat{=}$ 8% 210,60 EUR neuer Preis
2. 24900,00 EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x \cdot 3}{50} = \frac{24900}{100} \Leftrightarrow x = 4150$
 x EUR $\hat{=}$ 16 2/3%
3. 18500,00 EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{4,6} = \frac{18500}{100} \Leftrightarrow x = 851$
 x EUR $\hat{=}$ 4,6%
4. 273125,00 EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{26220} = \frac{100}{273125} \Leftrightarrow x = 9,6$
 26220,00 EUR $\hat{=}$ x%
5. 162,5 kg $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{7,8} = \frac{100}{162,5} \Leftrightarrow x = 4,8$
 7,8 kg $\hat{=}$ x%
6. 1275,00 EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{96,90} = \frac{100}{1275} \Leftrightarrow x = 7,6$
 96,90 EUR $\hat{=}$ x%
7. x EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{100} = \frac{112,5}{18} \Leftrightarrow x = 625$
 112,50 EUR $\hat{=}$ 18%
8. x EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{100} = \frac{3762}{5,5} \Leftrightarrow x = 68400$
 3762 EUR $\hat{=}$ 5,5%
9. x EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{100} = \frac{21345}{6,25} \Leftrightarrow x = 341520$
 21345,00 EUR $\hat{=}$ 6,25%
 341520,00 EUR alter Umsatz, 362865,00 EUR neuer Umsatz
10. x EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{100} = \frac{196}{87,5} \Leftrightarrow x = 224$ 224,00 EUR alter Preis
 196,00 EUR $\hat{=}$ 87,5% 28,00 EUR Preissenkung
11. x EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{100} = \frac{94,5}{108} \Leftrightarrow x = 87,5$ 87,50 EUR alter Preis
 94,50 EUR $\hat{=}$ 108% 7,00 EUR Preiserhöhung
12. x EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{100} = \frac{20910}{85} \Leftrightarrow x = 24600$
 20910,00 EUR $\hat{=}$ 85%
 25600,00 EUR Anschaffungswert, 3690,00 EUR Abschreibung
13. x EUR $\hat{=}$ 100% $\frac{x}{100} = \frac{230500}{106} \Leftrightarrow x = 217500$
 230550,00 EUR $\hat{=}$ 106%
 217500,00 EUR alter Umsatz, 13050,00 EUR Erhöhung

14. $324,00 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $24,30 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{24,3} = \frac{100}{324} \Leftrightarrow x = 7,5$
15. $521\,250,00 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $125\,100,00 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{125\,100} = \frac{100}{521\,250} \Leftrightarrow x = 24$
16. $438\,750,00 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $122\,850,00 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{122\,850} = \frac{100}{438\,750} \Leftrightarrow x = 28$
17. $342\,500,00 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $61\,650,00 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{61\,650} = \frac{100}{342\,500} \Leftrightarrow x = 18$
18. a) $100,00 \text{ EUR}$ Einstandspreis ergeben bei 25% Zuschlag $125,00 \text{ EUR}$ Verkaufspreis
 $125,00 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $25,00 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{25} = \frac{100}{125} \Leftrightarrow x = 20$
- b) $100,00 \text{ EUR}$ Einstandspreis ergeben bei $22,5\%$ Zuschlag $122,50 \text{ EUR}$ Verkaufspreis.
 $122,50 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $22,50 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{22,5} = \frac{100}{122,5} \Leftrightarrow x = 18,4$
19. a) $100,00 \text{ EUR}$ Verkaufspreis ergeben bei 25% Handelsspanne $75,00 \text{ EUR}$ Einstandspreis.
 $75,00 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $25,00 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{25} = \frac{100}{75} \Leftrightarrow x = 33 \frac{1}{3}$
- b) $100,00 \text{ EUR}$ Verkaufspreis ergeben bei $22,5\%$ Handelsspanne $77,50 \text{ EUR}$ Einstandspreis.
 $77,50 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $22,50 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{22,5} = \frac{100}{77,5} \Leftrightarrow x = 29$
20. a) Kalk.-Zuschlag $28,5\%$
 $128,50 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $28,50 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{28,5} = \frac{100}{128,5} \Leftrightarrow x = 22,2$
- b) Kalk.-Zuschlag 35%
 $135,00 \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $35,00 \text{ EUR} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{35} = \frac{100}{135} \Leftrightarrow x = 25,9$
21. $42,60 \text{ EUR} \hat{=} 3\%$
 $x \text{ EUR} \hat{=} 97\%$ $\frac{x}{97} = \frac{42,6}{3} \Leftrightarrow x = 1\,377,4$
22. $31,25 \text{ EUR} \hat{=} 1,25\%$
 $x \text{ EUR} \hat{=} 1000\%$ $\frac{x}{1000} = \frac{31,25}{1,25} \Leftrightarrow x = 25\,000$
23. $x \text{ EUR} \hat{=} 100\%$
 $73\,000 \text{ EUR} \hat{=} 365\%$ $\frac{x}{100} = \frac{73\,000}{365} \Leftrightarrow x = 20\,000$
24. $225 \text{ Stück} \hat{=} 100\%$
 $25 \text{ Stück} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{25} = \frac{100}{225} \Leftrightarrow x = 11,1$
 $11,1\%$ Rabatt bei Draufgabe
 $200 \text{ Stück} \hat{=} 100\%$
 $25 \text{ Stück} \hat{=} x\%$ $\frac{x}{25} = \frac{100}{200} \Leftrightarrow x = 12,5$
 $12,5\%$ Rabatt bei Dreingabe

| | | | |
|----------------------------|--|------------------------|-------------------|
| 25. Raten 12 · 41,00 EUR = | 492,00 EUR | Preis bei Ratenzahlung | 540,00 EUR |
| + Anzahlung | <u>48,00 EUR</u> | Preis bei Barzahlung | <u>498,00 EUR</u> |
| | 540,00 EUR | Aufpreis | 42,00 EUR |
| 498,00 EUR $\hat{=}$ 100% | $\frac{x}{42} = \frac{100}{498} \Leftrightarrow x = 8,4$ | | |
| 42,00 EUR $\hat{=}$ x% | | | |

6.5.5 Verteilungsrechnung

| | |
|--|----------------------|
| 1. x EUR für A | A 115 000 |
| $x + 2x + (x + 30\,000) = 490\,000$ | B 230 000 |
| $x = 115\,000$ | C 145 000 |
| 2. x EUR für B | A 53 000 |
| $(2x + 5\,000) + x + (2x + 5\,000 - 12\,000) = 118\,000$ | B 24 000 |
| $x = 24\,000$ | C 41 000 |
| 3. x EUR für C | A 37 000 |
| $(2x - 3\,000) + (2x - 3\,000 + 4\,000) + x = 98\,000$ | B 41 000 |
| $x = 20\,000$ | C 20 000 |
| 4. x EUR für A | A 17 000 |
| $x + (x + 3\,000) + (x + 6\,000) = 60\,000$ | B 20 000 |
| $x = 17\,000$ | C 23 000 |
| 5. 2x EUR für A (sonst Brüche) | A 14 000 |
| $2x + (2x + x) = 35\,000$ | B 21 000 |
| $x = 7\,000$ | |
| 6. 7x EUR für A | A 24 500 |
| $7x + 5x + 4x = 56\,000$ | B 17 500 |
| $x = 3\,500$ | C 14 000 |
| 7. 16x EUR für A | A 20 800 |
| $16x + 11x + 13x = 52\,000$ | B 14 300 |
| $x = 1\,300$ | C 16 900 |
| 8. (3x + 28 000) EUR für A | A 37 000 |
| $(3x + 28\,000) + 5x + 4x = 64\,000$ | B 15 000 |
| $x = 3\,000$ | C 12 000 |
| 9. x EUR für B | A 38 000 |
| $(3x + 2\,000) + x + (2x + 1\,000) = 75\,000$ | B 12 000 |
| $x = 12\,000$ | C 25 000 |
| 10. x EUR für C | A 19 000 |
| $(x - 1\,000) + (2x - 1\,000 - 2\,000) + x + (2x - 2\,000) = 114\,000$ | B 37 000 |
| $x = 20\,000$ | C 20 000 |
| | D 38 000 |
| 11. x EUR Gesamtkapital. | A: 15 000 EUR |
| $x = \frac{x}{3} + \frac{2}{5}x + 12\,000 \cdot 1,15$ | B: 18 000 EUR |
| <u>$x = 45\,000$</u> | <u>C: 12 000 EUR</u> |
| | 45 000 EUR |

6. x EUR je kg von III
 $30 \cdot 15 + 20 \cdot 10 + 50x = 100 \cdot 12$
 $x = 11$ III 50 kg zu je 11,00 EUR
7. x EUR je kg von I
 $50x + 25 \cdot 2x = 75 \cdot 4$
 $x = 3$ I 3,00 EUR je kg
 II 6,00 EUR je kg
8. x EUR je kg von I
 $20x + 40(x - 3) = 60 \cdot 9$
 $x = 11$ I 11,00 EUR je kg
 II 8,00 EUR je kg
9. x kg von I
 $19x + (x + 30)14 = (2x + 30)16$
 $x = 60$ I 60 kg
 II 90 kg
10. x kg von II
 $(x - 30)16 + 12x = (2x - 30)13$
 $x = 45$ I 15 kg
 II 45 kg
11. x kg Mandeln, x kg Nüsse
 $12x + 10x + 40 \cdot 4 = (2x + 40) \cdot 9$
 $x = 50$ 50 kg Mandeln
 50 kg Nüsse
12. x % Alkoholgehalt der Mischung.
 $\frac{50 \cdot 60}{100} + \frac{60 \cdot 75}{100} + \frac{10 \cdot 0}{100} = \frac{120 \cdot x}{100}$
 $x = 62,5$
 50 l 60 %iger Alk. enthalten 30 l r. Alk.
 60 l 75 %iger Alk. enthalten 45 l r. Alk.
 10 l Wasser enthalten 0 l r. Alk.
 120 l 62,5 %iger Alk. enthalten 75 l r. Alk.
13. x Liter von S. I, $(75 - x)$ Liter von S. II
 $\frac{x \cdot 40}{100} + \frac{(75 - x) \cdot 70}{100} = \frac{75 \cdot 60}{100}$
 $x = 25$
 25 l 40 %iger Alk. enthalten 10 l r. Alk.
 50 l 70 %iger Alk. enthalten 35 l r. Alk.
 75 l 60 %iger Alk. enthalten 45 l r. Alk.
14. x Liter Wasser
 $\frac{30 \cdot 80}{1000} + \frac{20 \cdot 75}{100} = \frac{(50 + x)60}{100}$
 $x = 15$
 30 l 80 %ige Säure enthalten 24 l r. Säure
 20 l 75 %ige Säure enthalten 15 l r. Säure
 15 l Wasser enthalten 0 l r. Säure
 65 l 60 %ige Säure enthalten 39 l r. Säure
15. x % der Sorte II
 $\frac{20 \cdot 50}{100} + \frac{60 \cdot x}{100} = \frac{80 \cdot 65}{100}$
 $x = 70$
 20 l 50 %iger Sp. enthalten 10 l r. Sp.
 60 l 70 %iger Sp. enthalten 42 l r. Sp.
 80 l 65 %iger Sp. enthalten 52 l r. Sp.
16. x Liter Wasser
 $\frac{90 \cdot 40}{100} - \frac{x \cdot 0}{100} = \frac{(90 - x) \cdot 60}{100}$
 $x = 30$
 90 l 40 %iger Saft enthalten 36 l r. Saft
 - 30 l Wasser enthalten 0 l r. Saft
 60 l 60 %iger Saft enthalten 36 l r. Saft

17. x kg von Sorte I, (150 - x) kg von Sorte II

$$\frac{x \cdot 60}{100} + \frac{(150 - x) \cdot 70}{100} = \frac{150 \cdot 64}{100}$$

$$\underline{x = 90}$$

90 kg 60 %iges Messing enthalten 54 kg Kupfer
 60 kg 70 %iges Messing enthalten 42 kg Kupfer
 150 kg 64 %iges Messing enthalten 96 kg Kupfer

18. x kg der zweiten Sorte

$$\frac{28 \cdot 10}{100} + \frac{x \cdot 25}{100} = \frac{(28 + x) \cdot 15}{100}$$

$$\underline{x = 14}$$

28 kg 10 %ige S. enthalten 2,8 kg r. S.
 14 kg 25 %ige S. enthalten 3,5 kg r. S.
 42 kg 15 %ige S. enthalten 6,3 kg r. S.

19. x g Kupfer, (50 - x) g reines Silber

$$\frac{x \cdot 0}{1000} + \frac{(50 - x) \cdot 1000}{1000} = \frac{50 \cdot 700}{1000}$$

$$\underline{x = 15}$$

15 g Kupfer enthalten 0 g r. Silber
 35 g 1000 feines Silber enthalten 35 g r. Silber
 50 g 700 feines Silber enthalten 35 g r. Silber

20. x g von Sorte I, (60 - x) g von Sorte II

$$\frac{x \cdot 750}{1000} + \frac{(60 - x) \cdot 900}{1000} = \frac{60 \cdot 800}{1000}$$

$$\underline{x = 40}$$

40 g 750 feines Gold enthalten 30 g r. Gold
 20 g 900 feines Gold enthalten 18 g r. Gold
 60 g 800 feines Gold enthalten 48 g r. Gold

21. x Feingehalt der Legierung

$$\frac{20 \cdot 1000}{1000} + \frac{50 \cdot 650}{1000} = \frac{70 \cdot x}{1000}$$

$$x = 750$$

20 g 1000 feines Gold enthalten 20,0 g r. Gold
 50 g 650 feines Gold enthalten 32,5 g r. Gold
 70 g 750 feines Gold enthalten 52,5 g r. Gold

22. x Feingehalt der Sorte II

$$\frac{30 \cdot 585}{1000} + \frac{25 \cdot x}{1000} = \frac{55 \cdot 710}{1000}$$

$$\underline{x = 860}$$

30 g 585 feines Gold enthalten 17,55 g r. Gold
 25 g 860 feines Gold enthalten 21,5 g r. Gold
 55 g 710 feines Gold enthalten 39,05 g r. Gold

6.5.7 Zusammengesetzte Prozentrechnung

1. x EUR ursprünglicher Preis.

$$\frac{x \cdot 110 \cdot 94}{100 \cdot 100} = 517 \Leftrightarrow \underline{x = 500}$$

2. x EUR Einkaufspreis.

$$\frac{x \cdot 75 \cdot 97}{100 \cdot 100} = 873 \Leftrightarrow \underline{x = 1200}$$

3. x EUR ursprünglicher Umsatz.

$$\frac{x \cdot 325 \cdot 105}{100 \cdot 3 \cdot 100} = 273000 \Leftrightarrow \underline{x = 240000}$$

4. x EUR ursprünglicher Umsatz.

$$\frac{x \cdot 225 \cdot 280}{100 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 3} = 336000 \Leftrightarrow \underline{x = 320000}$$

5. x EUR Anschaffungswert.

$$\frac{x \cdot 250 \cdot 250}{100 \cdot 3 \cdot 100 \cdot 3} = 50000 \Leftrightarrow \underline{x = 72000}$$

6. x EUR Anschaffungswert.

$$\frac{x \cdot 175 \cdot 175 \cdot 175}{100 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 2} = 85750 \Leftrightarrow \underline{x = 128000}$$

7. x Einwohner vor 3 Jahren.

$$\frac{x \cdot 105 \cdot 105 \cdot 105}{100 \cdot 100 \cdot 100} = 92610 \Leftrightarrow \underline{x = 80000}$$

8. x EUR Umsatz vor 3 Jahren.

$$\frac{x \cdot 108 \cdot 95 \cdot 320}{100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 3} = 492480 \Leftrightarrow \underline{x = 450000}$$

6.5.8 Zinsrechnung

1. x EUR zweites Darlehen; 2x EUR erstes Darlehen.

$$\frac{2x \cdot 7}{100 \cdot 4} + \frac{x \cdot 8}{100 \cdot 4} = 1100$$

$$\underline{\underline{x = 20000}}$$

40000,00 EUR erstes Darlehen
20000,00 EUR zweites Darlehen

2. x EUR erstes Darlehen; (x + 2000) EUR zweites Darlehen.

$$\frac{x \cdot 6 \cdot 105}{100 \cdot 360} + \frac{(x + 2000) \cdot 7 \cdot 135}{100 \cdot 360} = 490$$

$$\underline{\underline{x = 10000}}$$

10000,00 EUR erstes Darlehen
12000,00 EUR zweites Darlehen

3. x EUR Darlehen;
- $\frac{x \cdot 15 \cdot 96}{100 \cdot 2 \cdot 360}$
- EUR Zinsen

$$x + \frac{x \cdot 15 \cdot 96}{100 \cdot 2 \cdot 360} = 4896$$

$$\underline{\underline{x = 4800}}$$

4800,00 EUR Darlehen
96,00 EUR Zinsen

4. x EUR Kredit;
- $\frac{x \cdot 20 \cdot 162}{100 \cdot 3 \cdot 360}$
- EUR Zinsen.

$$x - \frac{x \cdot 20 \cdot 162}{100 \cdot 3 \cdot 360} = 3395$$

$$\underline{\underline{x = 3500}}$$

3500,00 EUR Darlehen
105,00 EUR Zinsen

5. a) z = 2; k = 98; t = 20

$$p = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{k \cdot t} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 360}{98 \cdot 20} \approx 36,7$$

- b) z = 3; k = 97; t = 46

$$p = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{k \cdot t} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 360}{97 \cdot 46} \approx 24,2$$

- c) z = 3; k = 97; t = 80

$$p = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{k \cdot t} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 360}{97 \cdot 80} \approx 13,9$$

6. x% Verzinsung 2. Darlehen; (x + 1)% Verzinsung 1. Darlehen

$$\frac{3600 \cdot (x + 1) \cdot 7}{100 \cdot 12} = \frac{4200 \cdot x \cdot 7}{100 \cdot 12}$$

$$\underline{\underline{x = t}}$$

7% Verzinsung 1. Darlehen
6% Verzinsung 2. Darlehen

Beachte, dass die Zeitdauer des Ausleihens für das Ergebnis ohne Bedeutung ist!

7. x% Verzinsung 1. Darlehen;
- $\left(x - \frac{1}{2}\right)\%$
- Verzinsung 2. Darlehen

$$\frac{3200 \cdot x \cdot 7}{100 \cdot 12} = \frac{4800 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 5}{100 \cdot 12}$$

$$\underline{\underline{x = 7\frac{1}{2}}}$$

7,5% Verzinsung 1. Darlehen
7 % Verzinsung 2. Darlehen

8. x% Verzinsung 1. Darlehen; (x + 1)% Verzinsung 2. Darlehen

$$\frac{9000 \cdot x \cdot 8}{100 \cdot 12} = \frac{7000 \cdot (x + 1) \cdot 8}{100 \cdot 12} + 20$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

5% Verzinsung 1. Darlehen
6% Verzinsung 2. Darlehen

9. $x\%$ Verzinsung 1. Darlehen; $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ Verzinsung 2. Darlehen

$$\frac{9000 \cdot x \cdot 100}{100 \cdot 360} = \frac{7200 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot 110}{100 \cdot 360} + 7$$

$$\underline{\underline{x = 6}}$$

6 % Verzinsung 1. Darlehen
6,5% Verzinsung 2. Darlehen

10. $x\%$ Zinsen für 24000,00 EUR

$$\frac{24000 \cdot x}{100} = \frac{8000 \cdot 5,5}{100} + \frac{6000 \cdot 6}{100} + \frac{10000 \cdot 7}{100}$$

$$\underline{\underline{x = 6\frac{1}{4}}}$$

$6\frac{1}{4}\%$ Zinsen für 24000,00 EUR

11. x Tage für jedes Darlehen

$$\frac{5400 \cdot 6 \cdot x}{100 \cdot 360} = \frac{6200 \cdot 5 \cdot x}{100 \cdot 360} + 4$$

$$\underline{\underline{x = 160}}$$

In 160 Tagen bringt das erste Darlehen 4,00 EUR mehr Zinsen als das zweite Darlehen.

12. x Tage Laufzeit 1. Kredit; $(x - 90)$ Tage Laufzeit 2. Kredit.

$$\frac{4200 \cdot 6 \cdot x}{100 \cdot 360} + \frac{3000 \cdot 6 \cdot (x - 90)}{100 \cdot 360} = 7395 - 7200$$

$$\underline{\underline{x = 200}}$$

10.2. für 1. Kredit
10.5. für 2. Kredit

13. x Tage

$$10\,300 + \frac{10\,300 \cdot 7 \cdot x}{100 \cdot 360} = 10\,400 + \frac{10\,400 \cdot 5,5 \cdot x}{100 \cdot 360}$$

$$149x = 36\,000$$

$$\underline{\underline{x = 241,6}} \quad \text{aufgerundet 242 Tage}$$

14. x Tage

$$8\,100 + \frac{8\,100 \cdot 8 \cdot x}{100 \cdot 360} = \left(4\,100 + \frac{4\,100 \cdot 6 \cdot x}{100 \cdot 360}\right) \cdot 2$$

$$13x = 3\,000$$

$$\underline{\underline{x = 230,8}} \quad \text{aufgerundet 231 Tage}$$

15. a) A nahm einen Kredit von 2328,00 EUR für 50 Tage auf.

Er zahlte bei $p\%$ Verzinsung 29,10 EUR Zinsen.

$$z = 29,1; \quad k = 2328; \quad t = 50$$

$$p = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{k \cdot t} = \frac{29,1 \cdot 100 \cdot 360}{2328 \cdot 50} = 9; \quad 9\% \text{ Verzinsung}$$

b) Rechnungsbetrag \uparrow 2400,00 EUR \cong 100%
 - Skonto \uparrow 72,00 EUR \cong 3%
 Überweisung \uparrow 2328,00 EUR \cong 97%

$$z = 72; \quad k = 2328; \quad t = 50$$

$$p = \frac{z \cdot 100 \cdot 360}{k \cdot t} = \frac{72 \cdot 100 \cdot 360}{2328 \cdot 50} \approx 22,3; \quad 22,3\% \text{ Verzinsung}$$