7 Ganzrationale Funktionen 1. Grades

7.1 Geordnete Paare; Produktmenge

1. $A = \{g, h, m, w\}$, $B = \{a, e, k, p\}$; $|A| = 4$, $|B| = 4$

$$A \times B = \{(g; a), (g; e), (g; k), (g; p), (h; a), (h; e), (h; k), (h; p), (m; a), (m; e), (m; k), (m; p), (w; a), (w; e), (w; k), (w; p)\}$$

$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 4 \cdot 4 = 16$

2. a) $A \times B = \{(3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4)\}$

$B \times A = \{(1; 3), (1; 4), (1; 5), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (4; 3), (4; 4), (4; 5)\}$

$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 3 \cdot 4 = 12$

b) $A \times B = \{(-2; 0), (-2; 1), (-1; 0), (-1; 1), (0; 0), (0; 1), (1; 0), (1; 1), (2; 0), (2; 1)\}$

$B \times A = \{(0; -2), (0; -1), (0; 0), (0; 1), (0; 2), (1; -2), (1; -1), (1; 0), (1; 1), (1; 2)\}$

$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 5 \cdot 2 = 10$

c) Da $A = B$, ist $A \times B = B \times A = \{(0; 0), (0; 1), (0; 2), (1; 0), (1; 1), (1; 2), (2; 0), (2; 1), (2; 2)\}$

Da $A = B$, ist $|A \times B| = |A \times A| = |A|^2 = 3^2 = 9$

d) $A \times B = \{(-3; 4), (-3; 5), (-3; 6), (-2; 4), (-2; 5), (-2; 6), (-1; 4), (-1; 5), (-1; 6), (0; 4), (0; 5), (0; 6)\}$

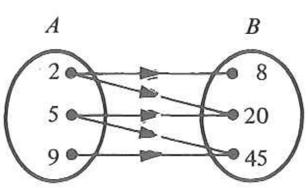
$B \times A = \{(4; -3), (4; -2), (4; -1), (4; 0), (5; -3), (5; -2), (5; -1), (5; 0), (6; -3), (6; -2), (6; -1), (6; 0)\}$

$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 4 \cdot 3 = 12$

7.2 Relationen

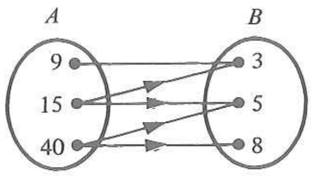
1. $R = \{(d;f), (k;f), (m;f), (m;h), (r;h), (r;v), (p;v)\}$
Die Umkehrrelation lesen wir „hat als Mitglied".

2. Der Graph veranschaulicht die Relation „ist Teiler von".
$R = \{(3;15), (3;21), (4;28), (7;21), (7;28)\}$
Die Umkehrrelation lesen wir „ist ein Vielfaches von".

3. 

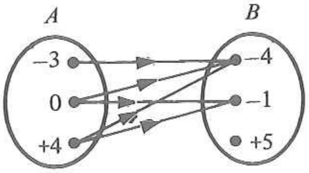
$R = \{(2;8), (2;20), (5;20), (5;45), (9;45)\}$
Die Umkehrrelation lautet „ist ein Vielfaches von".

4.



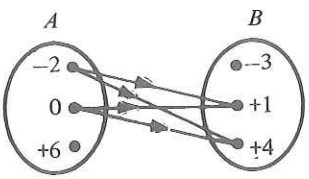
$R = \{(9;3), (15;3), (15;5), (40;5), (40;8)\}$
Die Umkehrrelation lautet „ist Teiler von".

5.



$R = \{(-3;-4), (0;-4), (0;-1), (+4;-4), (+4;-1)\}$
Die Umkehrrelation lautet „ist kleiner als".

6.

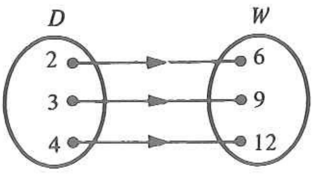


$R = \{(-2;+1), (-2;+4), (0;+1), (0;+4)\}$
Die Umkehrrelation lautet „ist größer als".

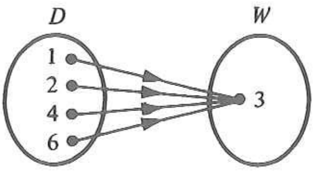
7.4 Funktionen als eindeutige Zuordnungen

1. a) Es liegt keine Funktion vor, weil das Element 3 zweimal an erster Stelle in den Zahlenpaaren steht (keine eindeutige Zuordnung).

b) Die Relation ist eine Funktion.
$D = \{2, 3, 4\}$
$W = \{6, 9, 12\}$

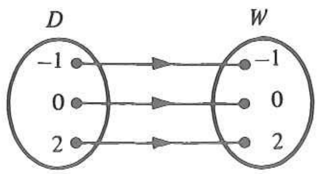


c) Die Relation ist eine Funktion.
$D = \{1, 2, 4, 6\}$
$W = \{3\}$



d) Es liegt keine Funktion vor, weil keine eindeutige Zuordnung gegeben ist.

e) Die Relation ist eine Funktion.
$D = \{-1, 0, 2\}$
$W = \{-1, 0, 2\}$



f) Es liegt keine Funktion vor, weil keine eindeutige Zuordnung gegeben ist.

7.5 Die linearen Funktionen f: $x \mapsto mx$ und f: $x \mapsto mx + b$

7.5.1 Darstellung von linearen Funktionen im Achsenkreuz

1. a) $x \mapsto 3x$ b) $x \mapsto x$ c) $x \mapsto \frac{1}{2}x$ d) $x \mapsto \frac{2}{3}x$

   e) $x \mapsto -2x$ f) $x \mapsto -x$ g) $x \mapsto -\frac{1}{3}x$ h) $x \mapsto -\frac{3}{4}x$

2. a) $y = 4x$ b) $y = \frac{1}{3}x$ c) $y = 1{,}5x$ d) $y = x$

   e) $y = -x$ f) $y = -3x$ g) $y = -\frac{1}{2}x$ h) $y = -2{,}5x$

3. Um den Verlauf einer Geraden festzulegen, genügt es, die Bildpunkte von zwei Zahlenpaaren zu bestimmen, die nicht zu eng aneinander liegen. Ein dritter Bildpunkt dient zur Kontrolle.

   Die folgenden Wertetafeln zeigen nur eine von mehreren Möglichkeiten.

a)

	x	−3	0	3
$x \mapsto x$	x	−3	0	3

b)

	x	−2	0	2
$x \mapsto 3x$	3x	−6	0	6

c)

	x	−2	0	2
$x \mapsto \frac{1}{2}x$	$\frac{1}{2}x$	−1	0	1

d)

	x	−2	0	2
$x \mapsto 1{,}5x$	1,5x	−3	0	3

Bei e) bis h) ändern sich die Vorzeichen der y-Werte.

i)

	x	−2	0	2
$x \mapsto 2{,}5x$	2,5x	−5	0	5

k)

	x	−2	0	2
$x \mapsto -2{,}5x$	−2,5x	5	0	−5

l)

	x	−3	0	3
$x \mapsto 1{,}4x$	1,4x	−4,2	0	4,2

m)

	x	−3	0	3
$x \mapsto -1{,}4x$	−1,4x	4,2	0	−4,2

Alle Geraden verlaufen durch den Ursprung, bei $m > 0$ durch den dritten und ersten Quadranten, bei $m < 0$ durch den zweiten und vierten Quadranten.

4. a)

	x	−3	3
$x \mapsto \frac{1}{3}x$	$\frac{1}{3}x$	−1	1

b)

	x	−3	3
$x \mapsto \frac{2}{3}x$	$\frac{2}{3}x$	−2	2

c)

	x	−2	2
$x \mapsto \frac{3}{2}x$	$\frac{3}{2}x$	−3	3

d)

	x	−4	4
$x \mapsto \frac{3}{4}x$	$\frac{3}{4}x$	−3	3

e)

	x	−3	3
$x \mapsto x$	x	−3	3

f)

	x	−2	2
$x \mapsto 3x$	3x	−6	6

g)

	x	−3	3
$x \mapsto 1{,}2x$	1,2x	−3,6	3,6

h)

	x	−2	2
$x \mapsto 1{,}8x$	1,8x	−3,6	3,6

Der von den Achsen eingeschlossene Winkel im I. Quadranten wird halbiert.

5. a)

	x	-4	4
$x \mapsto -\frac{1}{2}x$	$-\frac{1}{2}x$	2	-2

b)

	x	-3	3
$x \mapsto -\frac{1}{3}x$	$-\frac{1}{3}x$	1	-1

c)

	x	-3	3
$x \mapsto -\frac{2}{3}x$	$-\frac{2}{3}x$	2	-2

d)

	x	-2	2
$x \mapsto -\frac{3}{2}x$	$-\frac{3}{2}x$	3	-3

e)

	x	-3	3
$x \mapsto -x$	$-x$	3	-3

f)

	x	-1	1
$x \mapsto -3x$	$-3x$	3	-3

g)

	x	-3	3
$x \mapsto -1{,}6x$	$-1{,}6x$	$4{,}8$	$-4{,}8$

h)

	x	-2	2
$x \mapsto -2{,}4x$	$-2{,}4x$	$4{,}8$	$-4{,}8$

6. Jede Zahl x wird 0 zugeordnet. Die Gerade fällt mit der x-Achse zusammen. $y = 0$ ist die Gleichung der x-Achse.
$x = 0$ ist die Gleichung der y-Achse. Der Zahl 0 werden beliebige Zahlen y zugeordnet.

7. a) $y = \frac{1}{3}x$ b) $y = -2x$ c) $y = \frac{3}{2}x$ d) $y = -0{,}4x = -\frac{2}{5}x$

a)

x	-1	1
$3x$	-3	3

x	-3	3
$\frac{1}{3}x$	-1	1

b)

x	-4	4
$-\frac{1}{2}x$	2	-2

x	-2	2
$-2x$	4	-4

c)

x	-3	3
$\frac{2}{3}x$	-2	2

x	-2	2
$\frac{3}{2}x$	-3	3

d)

x	-2	2
$-2{,}5x$	5	-5

x	-5	5
$-\frac{2}{5}x$	2	-2

8. Bei der Aufstellung der Wertetabelle kann man die Punkte mit $x = 0$ und $y = 0$ bestimmen, falls diese nicht zu eng aneinander liegen. Zur Kontrolle legt man noch ein drittes Zahlenpaar fest.

a)

x	0	-2	2
$x + 2$	2	0	4

b)

x	0	$1{,}5$	3
$2x - 3$	-3	0	3

c)

x	0	-2	2
$-x - 2$	-2	0	-4

d)

x	0	1	2
$-2x + 2$	2	0	-2

e)

x	0	4	-2
$\frac{1}{2}x - 2$	-2	0	-3

f)

x	0	2	6
$-\frac{1}{2}x + 1$	1	0	-2

g)

x	0	2	-2
$-1{,}5x + 3$	3	0	6

x	0	2	-1
$2{,}5x - 1{,}5$	$-1{,}5$	$3{,}5$	-4

9. a)

x	0	2	4
$x - 2$	-2	0	2

d)

x	0	2
$-2x - 1$	-1	-5

g)

x	0	2
$-2{,}5x + 1{,}5$	$1{,}5$	$-3{,}5$

b)

x	0	3
$-x + 3$	3	0

e)

x	0	-4
$\frac{1}{2}x + 2$	2	0

h)

x	0	3
$1{,}5x - 2{,}5$	$-2{,}5$	2

c)

x	0	2
$2x + 1$	1	5

f)

x	0	-4
$-\frac{1}{2}x - 2$	-2	0

10. a)

x	0	4	-4
$\frac{3}{4}x + 1$	1	4	-2

b)

x	0	5	-5
$-\frac{2}{5}x - 2$	-2	-4	0

c)

x	0	3	-3
$\frac{5}{4}x - \frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	3	$-4\frac{1}{2}$

d)

x	0	4	-4
$-\frac{3}{5}x + \frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	-2	$2\frac{4}{5}$

11. a) Parallele zur x-Achse durch $(0|1{,}8)$
b) Parallele zur x-Achse durch $(0|-2\frac{3}{4})$
c) Parallele zur y-Achse durch $(-2{,}4|0)$
d) Parallele zur y-Achse durch $(3\frac{1}{5}|0)$

12. a) $y = -1{,}5x + 3$

x	0	2
$-1{,}5x + 3$	3	0

b) $y = 2x - 3$

x	0	$1{,}5$
$2x - 3$	-3	0

c) $y = -\frac{2}{3}x - 2$

x	0	-3
$-\frac{2}{3}x - 2$	-2	0

d) $y = \frac{2}{5}x + 2$

x	0	-5
$\frac{2}{5}x + 2$	2	0

13. a) $y = x - 2$ b) $y = 2x + 2$ c) $y = -\frac{1}{2}x + 1$ d) $y = -3x + 3$

a)

x	0	-2	2
$x + 2$	2	0	4

x	0	2	4
$x - 2$	-2	0	2

b)

x	0	2	−2
$\frac{1}{2}x - 1$	−1	0	−2

x	0	−1	−2
$2x + 2$	2	0	−2

c)

x	0	1	−1
$-2x + 2$	2	0	4

x	0	2	4
$-\frac{1}{2}x + 1$	1	0	−1

d)

x	0	3	−3
$-\frac{1}{3}x + 1$	1	0	2

x	0	1	2
$-3x + 3$	3	0	−3

14. a) $A(2{,}5|2)$: $T_1(2) = \underline{\underline{2}}$; $T_2(2{,}5) = 2 \cdot 2{,}5 - 3 = \underline{\underline{2}}$; $A \in g$
    $B(-1|-4{,}5)$: $T_1(-4{,}5) = \underline{\underline{-4{,}5}}$; $T_2(-1) = 2 \cdot (-1) - 3 = \underline{\underline{-5}}$; $B \notin g$
    b) $C(-1|3)$: $T_1(3) = \underline{\underline{3}}$; $T_2(-1) = (-1{,}5) \cdot (-1) + 2 = \underline{\underline{3{,}5}}$; $C \notin g$
    $D(3|-2{,}5)$: $T_1(-2{,}5) = \underline{\underline{-2{,}5}}$; $T_2(3) = (-1{,}5) \cdot 3 + 2 = \underline{\underline{-2{,}5}}$; $D \in g$
    c) $A(-3|2{,}5)$: $T_1(2{,}5) = \underline{\underline{2{,}5}}$; $T_2(-3) = \left(-\frac{1}{2}\right)(-3) + 1 = \underline{\underline{2{,}5}}$; $A \in g$
    $B(4|-1)$: $T_1(-1) = \underline{\underline{-1}}$; $T_2(4) = \left(-\frac{1}{2}\right)4 + 1 = \underline{\underline{-1}}$; $B \in g$
    d) $C(5|3)$: $T_1(3) = \underline{\underline{3}}$; $T_2(5) = \frac{3}{4} \cdot 5 - 1 = \underline{\underline{\frac{11}{4}}}$; $C \notin g$
    $D(-2|-2{,}5)$: $T_1(-2{,}5) = \underline{\underline{-2{,}5}}$; $T_2(-2) = \frac{3}{4} \cdot (-2) - 1 = \underline{\underline{-2{,}5}}$; $D \in g$

7.5.2 Berechnung der linearen Funktionsgleichung

1. a) $y = x + 1$ b) $y = -x + 2$ c) $y = \frac{1}{2}x - 1$
   d) $y = 2x + 2$ e) $y = -3x - 2$ f) $y = -\frac{1}{2}x + 1{,}5$
2. a) $y = 3$ b) $y = -1$ c) $x = 2$ d) $x = -1{,}5$
3. a) $y = \frac{1}{3}x + 1$ b) $y = -2x + 2$ c) $y = 1{,}5x - 1{,}5$
   d) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ e) $y = \frac{3}{4}x + 0{,}5$ f) $y = -2{,}5x - 1{,}5$
4. $y = \frac{1}{3}x + 3$
5. a) $y = -\frac{1}{2}x + 2{,}5$ b) $y = x + 1$ c) $y = 2x$ d) $y = 2$
6. a) $y = -\frac{1}{3}x - 2$ b) $y = \frac{2}{3}x + 1$ c) $y = \frac{1}{3}x$ d) $x = -3$
7. AB: $y = -\frac{1}{4}x + 2{,}5$ BC: $y = -x + 7$ AC: $y = \frac{1}{2}x + 4$

8. AB: $y = \frac{1}{6}x - 1$ BC: $y = -\frac{5}{3}x + 4{,}5$

CD: $y = \frac{1}{6}x + 1{,}75$ AC: $y = 2x + 4{,}5$

AB ∥ CD. Das Viereck ist ein Trapez.

9. $x = 3, \quad y = 2{,}5$

$y = mx + 0{,}5 \Leftrightarrow m = \frac{y - 0{,}5}{x} = \frac{2{,}5 - 0{,}5}{3} = \frac{2}{3}$

$y = \frac{2}{3}x + 0{,}5$

Punktprobe: $2{,}5 = \frac{2}{3} \cdot 3 + 0{,}5$

Lösung auch mit Zwei-Punkte-Form möglich. $A(3|2{,}5)$, $B(0|0{,}5)$

10. $y = \frac{1}{2}x + 1{,}5$

C: $x = 2$; $y = \frac{1}{2} \cdot 2 + 1{,}5 = 2{,}5$; $C(2|2{,}5)$

D: $y = 0{,}5$; $x = 2y - 3 = 1 - 3 = -2$; $D(-2|0{,}5)$

11. $y = -\frac{2}{3}x + 2$

B: $x = -1{,}5$; $y = (-\frac{2}{3}) \cdot (-1{,}5) + 2 = 3$; $B(-1{,}5|3)$

C: $y = 1$; $x = \frac{-3y + 6}{2} = \frac{-3 + 6}{2} = 1{,}5$; $C(1{,}5|1)$

Punktproben: $y = -\frac{2}{3}x + 2$

$A(4{,}5|-1)$: $-1 = (-\frac{2}{3}) \cdot 4{,}5 + 2$ $B(-1{,}5|3)$: $3 = (-\frac{2}{3}) \cdot (-1{,}5) + 2$

$C(1{,}5|1)$: $1 = (-\frac{2}{3}) \cdot 1{,}5 + 2$

7.5.3 Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden

1. a) $S(3|2)$ b) $S(3|3{,}5)$ c) $S(-1|1{,}5)$
d) $S(-2|-1{,}5)$ e) $S(1{,}5|2)$ f) $S(2|-1)$

2. a) $S_x(-4|0)$, $S_y(0|3)$ b) $S_x(3{,}5|0)$, $S_y(0|1{,}5)$ c) $S_x(-1{,}5|0)$, $S_y(0|-2{,}5)$

3. $A(-1{,}5|-1)$, $B(4{,}5|1)$, $C(1{,}5|5)$

4. g_1: $y = -\frac{1}{6}x - 1$; g_2: $y = -2x + 4{,}5$; g_1: $y = \frac{5}{3}x + 4{,}5$
$A(-3|-0{,}5)$, $B(3|-1{,}5)$, $C(0|4{,}5)$

5. AC: $y = \frac{1}{2}x + 0{,}25$ BD: $y = -x + 2{,}5$ $S(1{,}5|1)$

6. a) $A(1|0{,}5)$ b) $y = -\frac{3}{2}x + 5$ c) $C(2|2)$ d) $D(3\frac{1}{3}|0)$

7. a) $m_{AB} = -\frac{1}{4}$ $m_{AD} = 1$ b) $y = -\frac{1}{4}x + 3{,}5$
c) $y = x - 4$ d) $C(6|2)$ Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm.

8. a) Die drei Geraden haben den gemeinsamen Schnittpunkt S(2|3).
   b) $g_1 \cap g_2 = \{S_1\}$ $\quad S_1(-1|1{,}5)$

   $g_1 \cap g_3 = \{S_2\}$ $\quad S_2\left(-\frac{12}{11}\middle|\frac{15}{11}\right)$

   $g_2 \cap g_3 = \{S_3\}$ $\quad S_3(-0{,}9|1{,}3)$

7.5.4 Textaufgaben

1. y = 2,4x

		b)			c)	
m	x	1,75	2,5	4,25	1,25	3,5
EUR	y	4,20	6,00	10,20	3,00	8,40

2. a) 0,15 EUR Preissenkung auf 1,00 EUR alten Preis. y = 0,15x

		b)				c)		
EUR alter Preis	x	14,00	36,00	68,00	82,00	18,00	44,00	76,00
EUR Preissenkung	y	2,10	5,40	10,20	12,30	2,70	6,60	11,40

   d) 0,85 EUR neuer Preis bei 1,00 EUR alten Preis. y = 0,85x

		e)						
EUR alter Preis	x	14,00	36,00	68,00	82,00	18,00	44,00	76,00
EUR neuer Preis	y	11,90	30,60	57,80	69,70	15,30	37,40	64,60
auf volle EUR gerundet		12,00	31,00	58,00	70,00	15,00	37,00	65,00

3. a) 1800,00 EUR Abschreibung in 1 Jahr. y = 1800x
   b)

Jahre	x	1	3	5
EUR Abschreibung	y	1800,00	5400,00	9000,00

   Bis zum Ende des 3. Jahres werden insgesamt 5400,00 EUR abgeschrieben. Der Buchwert beträgt dann 5400,00 EUR.

4. a) 0,50 EUR Zinsen in 1 Monat. y = 0,5x

		b)			c)		
Monate	x	4	7	9,5	5	8	10,5
EUR Zinsen	y	2,00	3,50	4,75	2,5	4,00	5,25

   d) 0,75 EUR Zinsen in 1 Monat. y = 0,75x

		e)		f)	
Monate	x	3	7	5	8
EUR Zinsen	y	2,25	5,25	3,75	6,00

5. a) 20,00 EUR Jahreszinsen bei 1%. y = 20x

		b)				c)	
% Zinsfuß	x	2,75	3,25	4,5	5,25	3,75	5,75
EUR Jahreszinsen	y	55,00	65,00	90,00	105,00	75,00	115,00

6. a) 80,00 EUR Zinsen in 1 Monat. y = 80x

			b)		c)		
Monate	x	4	6,5	10,5	2,5	5,5	8,75
EUR Zinsen	y	320,00	520,00	840,00	200,00	440,00	700,00

7. c) 80 km in 1 Stunde. y = 80x

		b)		c)	
Stunden	x	3,5	1,25	3,75	2,25
km	y	280	100	300	180

8. a) 1 kWh kostet 0,12 EUR; die Grundgebühr beträgt 28,00 EUR.
y = 0,12x + 28

		b)		c)	
kWh Verbrauch	x	250	450	300	500
EUR Kosten	y	58,00	82,00	64,00	88,00

9. a) y = 40x + 20000

		b)		c)	
Stück	x	1000	1800	1400	2000
EUR Gesamtkosten	y	60000	92000	76000	100000

10. a) y = 0,8x + 4

		b)		c)	
km	x	6	12	8	16
EUR y = 0,8x + 4	y	8,80	13,60	10,40	16,80

11. a) y = 25x + 150

		b)			c)		
Monate	x	4	7	10	3	6	11
EUR Guthaben	y	250,00	325,00	400,00	225,00	300,00	425,00

12. a) 15% Abschreibung in einem Jahr sind 1800,00 EUR
y = 12000 − 1800x

		b)		c)	
Jahre	x	2	5	3	6
Buchwert	y	8400,00	3000,00	6600,00	1200,00

d) 16 2/3% Abschreibung in einem Jahr sind 2500,00 EUR.
$y = 15000 - 2500x$

		e)		f)	
Jahre	x	2	6	3	5
Buchwert	y	10000,00	0	7500,00	2500,00

13. a) x kg Mandeln, y kg Rosinen.
$10x + 30 \cdot 9 + 3y = (30 + x + y)7$

$$\underline{\underline{y = \frac{3}{4}x + 15}}$$

Soll $L \subseteq \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ sein, so müssen für x Zahlen gewählt werden, die ein Vielfaches von 4 sind. Die Lösungsmenge ist unendlich.

	EUR je kg	kg	EUR	kg	EUR	kg	EUR
Mandeln (x kg)	10,00	20	200,00	32	320,00	48	480,00
Nüsse	9,00	30	270,00	30	270,00	30	270,00
Rosinen (y kg)	3,00	30	90,00	39	117,00	51	153,00
Mischung	7,00	80	560,00	101	707,00	129	903,00

b) x kg Mandeln, y kg Nüsse.
$10x + 9y + 50 \cdot 3 = (50 + x + y)7$

$$\underline{\underline{y = 100 - \frac{3}{2}x}}$$

Soll $L \subseteq \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ sein, so müssen für x Zahlen gewählt werden, die ein Vielfaches von 2 sind. Da y nicht negativ sein kann, darf x nicht größer als $66\left(66\frac{2}{3}\right)$ sein.

	EUR je kg	kg	EUR	kg	EUR	kg	EUR
Mandeln (x kg)	10,00	30	300,00	42	420,00	50	500,00
Nüsse (y kg)	9,00	55	495,00	37	333,00	25	225,00
Rosinen	3,00	50	150,00	50	150,00	50	150,00
Mischung	7,00	135	945,00	129	903,00	125	875,00

c) x kg Mandeln, y kg Nüsse, (150 − x − y) kg Rosinen.
$10x + 9y + (150 - x - y)3 = 150 \cdot 7$

$$\underline{\underline{y = 100 \cdot \frac{7}{6}x}}$$

Soll $L \subseteq \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ sein, so müssen für x Zahlen gewählt werden, die ein Vielfaches von 6 sind. Da y nicht negativ sein kann, darf x nicht größer als $84\left(85\frac{5}{7}\right)$ sein.

	EUR je kg	kg	EUR	kg	EUR	kg	EUR
Mandeln (x kg)	10,00	36	360,00	42	420,00	48	480,00
Nüsse (y kg)	9,00	58	522,00	51	459,00	44	396,00
Rosinen	3,00	56	168,00	57	171,00	58	174,00
Mischung	7,00	150	1 050,00	150	1 050,00	150	1 050,00

14. a) x kg von II, y kg von III.
$60 \cdot 16 + 17x + 22y = (60 + x + y)18$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{4}x + 30}}$$

Bei $L \subseteq \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ muss x ein Vielfaches von 4 sein. Die Lösungsmenge ist unendlich.

	EUR je kg	kg	EUR	kg	EUR	kg	EUR
I	16,00	60	960,00	60	960,00	60	960,00
II (x kg)	17,00	40	680,00	60	1 020,00	72	1 224,00
III (y kg)	22,00	40	880,00	45	990,00	48	1 056,00
M	18,00	140	2 520,00	165	2 970,00	180	3 240,00

b) x kg von I, y kg von III.
$16 + 17 \cdot 80 + 22y = (80 + x + y)18$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{2}x + 20}}$$

Bei $L \subseteq \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ muss x ein Vielfaches von 2 sein. Die Lösungsmenge ist unendlich.

	EUR je kg	kg	EUR	kg	EUR	kg	EUR
I (x kg)	16,00	40	640,00	60	960,00	80	1 280,00
II	17,00	80	1 360,00	80	1 360,00	80	1 360,00
III (y kg)	22,00	40	880,00	50	1 100,00	60	1 320,00
M	18,00	160	2 880,00	190	3 420,00	220	3 960,00

c) x kg von I, y kg von II.
$16x + 17y + 50 \cdot 22 = (50 + x + y)18$

$$\underline{\underline{y = 200 - 2x}}$$

Da y nicht negativ sein kann, darf x nicht größer als 100 sein.

	EUR je kg	kg	EUR	kg	EUR	kg	EUR
I (x kg)	16,00	50	800,00	70	1 120,00	75	1 200,00
II (y kg)	17,00	100	1 700,00	60	1 020,00	50	850,00
III	22,00	50	1 100,00	50	1 100,00	50	1 100,00
M	18,00	200	3 600,00	180	3 240,00	175	3 150,00

d) x kg von I, y kg von II, (200 − x − y) kg von III.
$16x + 17y + (200 - x - y)22 = 18 \cdot 200$

$$\underline{\underline{y = 160 - \frac{6}{5}x}}$$

Bei $L \subseteq \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ muss x ein Vielfaches von 5 sein. Da y nicht negativ sein kann, darf x nicht größer als $130\left(133\frac{1}{3}\right)$ sein.

	EUR je kg	kg	EUR	kg	EUR	kg	EUR
I (x kg)	16,00	60	960,00	70	1 120,00	80	1 280,00
II (y kg)	17,00	88	1 496,00	76	1 292,00	64	1 088,00
III	22,00	52	1 144,00	54	1 188,00	56	1 232,00
M	18,00	200	3 600,00	200	3 600,00	200	3 600,00