

## 9 Potenzen

### 9.1 Begriff der Potenz

1. a)  $4 \cdot 6$  b)  $6^4$  c)  $3z$  d)  $z^3$  e)  $(a+b)^2$  f)  $2(a+b)$  g)  $2xy$  h)  $(xy)^2$
2. a)  $4 \cdot 4 \cdot 4$  b)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  c)  $x \cdot x \cdot x$  d)  $x + x + x$   
e)  $(x+y)(x+y)$  f)  $(x+y) + (x+y)$
3. a) 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024  
b) 100; 1000; 10 000; ...; 1 000 000 000
4. a)  $3^2$  b)  $2^3$  c)  $5^3$  d)  $2^5$  e)  $4^2$  oder  $2^4$   
f)  $8^2$  oder  $4^3$  oder  $2^6$  g)  $10^3$  h)  $10^5$
5. a)  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{9}$ ;  $\frac{9}{16}$ ;  $\frac{8}{125}$ ;  $\frac{27}{1000}$ ;  $\frac{16}{81}$ ;  $\frac{256}{625}$   
b) 0,01; 0,09; 0,001; 0,008; 0,0081; 0,0625; 0,00032  
c)  $0^n = 0$ ;  $1^n = 1$   
d) gerade Hochzahl: +1; ungerade Hochzahl: -1;  
-8; +16; -32; +64
6. a) 8 und 9; 25 und 32; 16 und 16; 256 und 64; 243 und 125  
b) 12; 81; 81; -81; -81; -64; 64  
c) -8; -9; -8; 9; 8; -9; -18; 24  
Ausnahme:  $4^2 = 16$ ;  $2^4 = 16$
7. a) 27; 50; 20; 49; 100; 29  
b) 13; 1; 1; 7; -5; 5  
c) 35; 125; 19; 1; -19; -1
8. a) 50 000 b) 25 000 c) 3 200 000 d) 7 400 000 000  
e) 1 250 000 000
9. a)  $10^4$  b)  $4 \cdot 10^4$  c)  $7 \cdot 10^5$  d)  $8 \cdot 10^6$  e)  $2 \cdot 10^9$
10.  $9^9 = 387\,420\,489$
11. 1,96; 6,76; 10,24; 16,81; 28,09; 42,25; 60,84; 68,89; 98,01
12. 1,3924; 6,0025; 13,2496; 16,4025; 33,1776; 60,3729; 69,7225; 84,8241
13. 0,026569; 0,079524; 0,110889; 0,245025; 0,444889; 0,511225; 0,874225
14. 136,89; 538,24; 1267,36; 1722,25; 2894,44; 4108,81; 6320,25; 7430,44
15. 342,25; 3,4225; 0,034225; 0,00034225; 462,25; 4,6225; 0,046225
16. 1,52088; 1,77156; 2,68562; 3,65226; 6,43486; 7,88060; 8,74182; 9,52813
17. 11,3906; 21,0246; 40,0017; 78,4028; 134,218; 256,048; 651,714; 967,362
18. 0,00500021; 0,0557430; 0,136591; 0,410172; 1860,87; 16387,1; 381078
19. 1953,13; 1,95313; 0,00195313; 107172; 107,172; 0,107172; 0,857375

## 9.2 Rechenregeln für Potenzen mit natürlichen Hochzahlen

### 9.2.1 Addition und Subtraktion

1. a)  $8a^4$     b)  $5x^5$     c)  $11b^3$     d)  $y^4$
2. a)  $\frac{5}{4}p^3$     b)  $\frac{4}{5}q^6$     c) 0    d)  $\frac{1}{6}z^3$
3. a)  $4a^n$     b)  $-b^m$     c)  $2x^p$     d) 0
4. a)  $a^5 + a^3$     b)  $2x^4 - 3y^4$     c)  $a^n - b^m$     d)  $ax^n + by^m$
5. a)  $x^3(a + b)$     b)  $y^4(a - b)$     c)  $a^n(x + 1)$     d)  $b^m(y - 1)$
6. a)  $7(a + b)^2$     b)  $(a - b)^2$     c)  $(x + y)^n$     d)  $2(x - y)^m$

### 9.2.2 Multiplikation und Division von Potenzen mit gleicher Basis

1. a)  $2^6 = 64$     b)  $10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$     c)  $a^8$     d)  $b^6$     e)  $x^7$
2. a)  $a^{n+3}$     b)  $b^{m+4}$     c)  $x^{n+1}$     d)  $y^{2m}$     e)  $z^{3n}$
3. a)  $a^n$     b)  $b^m$     c)  $x^{p-1}$     d)  $y^2$     e)  $z$
4. a)  $a^{2n+3}$     b)  $b^{2x}$     c)  $x^{3n}$     d)  $y^{m+3}$     e)  $z$
5. a)  $a^5 + a^6$     b)  $b^4 - b^3$     c)  $8x^6 + 12x^7$
6. a)  $a^{2n+1} + a^{2n}$     b)  $b^{x+1} - b^x$     c)  $x^{n+1} - x^n$
7. a)  $a^6 + 2a^7 + a^8$     b)  $a^8 - 2a^4b^3 + b^6$   
c)  $x^{10} - 2x^8 + x^6$     d)  $x^{12} + 2x^6y^5 + y^{10}$
8. a)  $9a^6 + 12a^3b + 4b^2$     b)  $16b^6 - 24b^5 + 9b^4$   
c)  $9x^6 - 30x^5 + 25x^4$     d)  $25x^{10} + 40x^5y^4 + 16y^8$
9. a)  $a^8 - b^6$     b)  $x^{10} - x^8$     c)  $9a^6 - 25b^{10}$     d)  $16x^8 - 9x^6$
10. a)  $a^5 \cdot a^3$     b)  $b^n \cdot b^2$     c)  $x^m \cdot x$     d)  $y^m \cdot y^n \cdot y^3$     e)  $z^{3n} \cdot z^4$
11. a)  $2^3 = 8$     b)  $3^2 = 9$     c)  $10^3 = 1\ 000$     d)  $a^5$     e)  $x^4$     f)  $y$
12. a)  $a^{n-2}$     b)  $b^{m-1}$     c)  $c^p$     d)  $x^{2m}$     e)  $y^n$     f)  $z^{3p-3}$
13. a)  $a^2$     b)  $b^{n-1}$     c)  $x^3$     d)  $y$     e)  $z^{3x-4}$
14. a)  $a^3$     b)  $b^{n-2}$     c)  $c^p$     d)  $x^{m+1}$     e)  $z$
15. a)  $a^5 + a^3 - a$     b)  $3x^4 + 4x^3 - 2x$   
c)  $3b^n - 2b^{n-1} + b^{n-2}$     d)  $4y^3 + 3y^2 + 2y$
16. a)  $a^3(a^2 + 1)$     b)  $b(1 + b^3)$     c)  $3x^2(x - 2)$     d)  $3y^4(2 + 3y)$
17. a)  $(a^3 + b^2)(a^3 - b^2)$     b)  $(2a^4 + 3b^3)(2a^4 - 3b^3)$   
c)  $(4x^2 + 1)(4x^2 - 1) = (4x^2 + 1)(2x + 1)(2x - 1)$     d)  $(a^m + b^n)(a^m - b^n)$
18. a)  $(a^3 + b^3)^2$     b)  $(a^4 - b^2)^2$     c)  $(3x^2 - 1)^2$
19. a)  $6abxy$     b)  $2mn^2p^3q^4$     c)  $4a^2b^2xy$
20. a)  $\frac{a^7}{a^5}$     b)  $\frac{a^m}{a^2}$     c)  $\frac{b^{2m}}{b}$     d)  $\frac{x^m}{x^{2n}}$     e)  $\frac{y^n \cdot y^2}{y^m}$

**9.2.3 Multiplikation und Division von Potenzen mit gleichem Exponenten**

1. a)  $12^2 = 144$     b)  $10^3 = 1000$     c)  $2^4 = 16$     d)  $1^5 = 1$     e)  $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$
2. a)  $3^4 = 81$     b)  $6^3 = 216$     c)  $1,2^2 = 1,44$     d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
3. a)  $20^n$     b)  $18^{n+1}$     c)  $10^{m-2}$     d)  $21^{2n+1}$
4. a)  $(ab)^6$     b)  $(a^2 - b^2)^6$     c)  $(xy)^n$     d)  $(x^2 - y^2)^n$
5. a)  $3^n$     b)  $0,6^p$     c)  $-(ab)^3$     d)  $(xy)^5$
6. a)  $a^3b^3$     b)  $16a^4$     c)  $-32a^5$     d)  $81x^4$     e)  $\frac{8}{27}y^3$
7. a)  $3^3 = 27$     b)  $2^5 = 32$     c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$     d)  $2^6 = 64$     e)  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$
8. a)  $4^3 = 64$     b)  $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$     c)  $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$     d)  $4^4 = 256$     e)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$
9. a)  $\left(\frac{x}{y}\right)^5$     b)  $\left(\frac{y}{z}\right)^n$     c)  $\left(\frac{a}{b}\right)^3$     d)  $\frac{a^4}{b^4} = \left(\frac{a}{b}\right)^4$     e)  $\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}$
10. a)  $2^4 = 16$     b)  $3^3 = 27$     c)  $2^5 = 32$     d)  $3^3 = 27$     e)  $4^n$
11. a)  $\left(\frac{3}{a}\right)^3$     b)  $\left(\frac{2}{b}\right)^5$     c)  $\left(\frac{5a}{b}\right)^2$     d)  $\left(\frac{2x}{3y}\right)^3$     e)  $\left(\frac{3x}{10y}\right)^4$
12. a)  $(a - b)^3$ ;  $a \neq -b$     b)  $(x + y)^n$ ;  $x \neq y$   
 c)  $(2p - q)^4$ ;  $p \neq -\frac{1}{2}q$     d)  $(3a + 4b)^{2n}$ ;  $a \neq \frac{4}{3}b$

**9.2.4 Potenzieren von Potenzen**

1. a)  $2^8 = 256$     b)  $3^6 = 729$     c)  $10^9 = 1\,000\,000\,000$   
 d)  $0,1^6 = 0,000\,001$     e)  $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$
2. a)  $a^{15}$     b)  $x^{16}$     c)  $a^{3n}$     d)  $x^{5m}$     e)  $y^{2pq}$
3.  $3^6 \neq 3^8$
4. a)  $a^{3n+3}$     b)  $b^{2n-2}$     c)  $x^{mn+3m}$     d)  $y^{2mn+n}$     e)  $z^{3n-6}$
5. a)  $a^{12}b^8$     b)  $x^{10}y^5$     c)  $a^{4n}b^{2n}$     d)  $x^{mn}y^n$     e)  $a^{2q}b^{pq}$
6. a)  $16a^6$     b)  $125a^6b^9$     c)  $81x^{16}y^{12}$     d)  $128x^6y^{12}$     e)  $96a^{10}b^{15}$
7. a)  $\frac{27a^6b^3}{64x^3y^6}$     b)  $\frac{25a^8b^6}{36x^4y^2}$     c)  $\frac{32a^{15}b^{10}}{256a^8b^4} = \frac{a^7b^6}{8}$     d)  $\frac{64x^6y^9}{36x^6y^8} = \frac{16y}{9}$   
 e)  $\frac{16a^{12}b^{16}}{64a^6b^9} = \frac{a^6b^7}{4}$
8. a)  $(2^2)^3 = 2^6$     b)  $(3^2)^4 = 3^8$     c)  $(2^4)^3 = 2^{12}$     d)  $(3^4)^4 = 3^{16}$   
 e)  $(10^4)^3 = 10^{12}$     f)  $(2^7)^2 = 2^{14}$
9. a)  $64^n$     b)  $3^n \cdot 3$     c)  $4^m \cdot 4^2 = 16 \cdot 4^m$     d)  $9^m \cdot 3^3 = 27 \cdot 9^m$     e)  $25^{n-5}$

### 9.3 Potenzen mit dem Exponenten 0 und mit negativen ganzen Exponenten

1. a) bis f) 1
2. a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$       b)  $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$       c)  $\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100} = 0,01$   
 d)  $\left(\frac{1}{10}\right)^5 = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$       e)  $\left(\frac{1}{-3}\right)^2 = \frac{1}{9}$       f)  $\left(\frac{1}{-3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$   
 g)  $2^4 = 16$       h) 5      i)  $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$       k)  $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$   
 l)  $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$       m)  $\frac{3}{5}$
3. a)  $\frac{1}{a^3}$       b)  $\frac{1}{b^4}$       c)  $x^2$       d)  $y$       e)  $\left(\frac{b}{a}\right)^4$       f)  $\left(\frac{y}{x}\right)^p$   
 g)  $\frac{1}{a+b}$       h)  $\frac{1}{(a-b)^2}$       i)  $\frac{x+y}{2}$       k)  $\frac{(x-y)^n}{3^n}$
4. a)  $\frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{9}$       b)  $\frac{5^2}{4^3} = \frac{25}{64}$       c)  $\frac{7^0}{6^2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$       d)  $\frac{b^5}{a^4}$   
 e)  $\frac{y^3}{x^0} = \frac{y^3}{1} = y^3$       f)  $\frac{y^0}{x^n} = \frac{1}{x^n}$
5. a)  $3^{-2}$       b)  $5^{-2}$       c)  $2^{-3}$       d)  $3^{-4}$       e)  $10^{-2}$       f)  $10^{-4}$       g)  $5^{-4}$
6. a)  $10^{-2}$       b)  $10^{-5}$       c)  $5 \cdot 10^{-3}$       d)  $6 \cdot 10^{-5}$       e)  $7 \cdot 10^{-6}$
7. a)  $a^2$       b)  $b^{-2}$       c)  $p$       d)  $q^{-7}$       e)  $x^{n-2}$   
 f)  $y^{3m-3}$       g)  $z^{-1}$       h)  $a^0 = 1$
8. a)  $a^8$       b)  $b^{-7}$       c)  $p^2$       d)  $q^{-6}$       e)  $r^{-2}$   
 f)  $x^{m+1}$       g)  $y^{2-n}$       h)  $z^3$       i)  $x^{2+n}$       k)  $y^{m-1}$
9. a)  $\frac{1}{36}$       b)  $\frac{1}{20}$       c) 1      d) 64      e)  $(xy)^{-4}$   
 f)  $(ab)^{-1}$       g)  $(xyz)^{-n}$       h) 1
10. a)  $\frac{1}{32}$       b) 27      c) 1      d)  $\frac{1}{2}$       e)  $\left(\frac{b}{a}\right)^4$   
 f) 1      g)  $\frac{1}{a-b}$       h)  $(x+y)^n$
11. a)  $a^{-8}$       b)  $b^{-8}$       c)  $p^8$       d)  $q^0 = 1$       e)  $r^4$   
 f)  $a^{12}b^{-8}$       g)  $x^{12}y^{-6}$       h)  $ab^{-3}$       i)  $y^{mn}$
12. a)  $\frac{ab^2}{xy^2}$       b)  $\frac{ay}{bx}$       c)  $ab^2x^3y^4$
13. a)  $3a^4$  und  $a^{12}$       b)  $x^3 + x^2$ ;  $x^5$  und  $x^6$       c)  $\frac{2}{a^3}$  und  $\frac{1}{8a^3}$       d)  $3a^6$  und  $27a^6$   
 e)  $-27x^6$  und  $9x^6$