

Vertiefung zu Wurzeln und Potenzen

Beispiele

$$1. \quad \sqrt{\sqrt[3]{x^2}} = \sqrt{x^{\frac{2}{3}}} = x^{\frac{2}{3 \cdot 2}} = x^{\frac{1}{3}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{x}}}$$

$$2. \quad \sqrt[3]{x^3 \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[3]{x^3 \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{6+3}{2}}} = x^{\frac{9}{2 \cdot 3}} = x^{\frac{3}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{x^3}}}$$

$$3. \quad \sqrt[5]{28} = 28^{\frac{1}{5}} = \underline{\underline{1,9473}}$$

$$4. \quad \sqrt[3]{5,2^{2,5}} = 5,2^{\frac{2,5}{3}} = \underline{\underline{3,9507}}$$

$$5. \quad 2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{a} - \sqrt{3} - 5 \cdot \sqrt[3]{a} = \underline{\underline{\sqrt{3} + \sqrt{a} - 5 \cdot \sqrt[3]{a}}}$$

$$6. \quad \sqrt[2]{a^6} = a^{\frac{6}{2}} = \underline{\underline{a^3}}$$

$$7. \quad \sqrt[4]{25} = \sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{2}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

$$8. \quad \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[2]{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{a^5}}}$$

$$9. \quad \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{3}{3}} = \underline{\underline{x}}$$

$$10. \quad \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{2 \cdot 3}} = 2^{\frac{1}{6}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{2}}}$$

$$11. \quad \sqrt[4]{36} = \sqrt[4]{6^2} = 6^{\frac{2}{4}} = 6^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{6}}}$$

$$12. \quad \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{4^2} = 4^{\frac{2}{4}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = \underline{\underline{2}} \quad \text{oder} \quad \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{\frac{4}{4}} = 2^1 = \underline{\underline{2}}$$

$$13. \quad B = \frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{76,5^2 - 67,5^2}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 4} \cdot \sqrt{3 \cdot 9}}{\sqrt{(76,5 - 67,5) \cdot (76,5 + 67,5)}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{9 \cdot 144}} = \frac{6 \cdot 3}{3 \cdot 12} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Übungen

Vereinfachen Sie.

1. $\sqrt[3m]{(a+b)^{2m}} \cdot \sqrt[3]{(a+b)} = ?$

2. $\sqrt[5]{2\sqrt{x^5}} + \sqrt[4]{3\sqrt{x^6}} = ?$

3. $\frac{\sqrt{a^4 - a^2b^2}}{\sqrt[4]{a^4 - b^4}} \cdot \frac{\sqrt[4]{a^4 + 2a^2b^2 + b^4}}{a} = ?$

4. $\sqrt[9]{\frac{(x+y)^6}{z^5}} \cdot \sqrt[9]{\frac{(x+y)^3}{z^4}} = ?$

5. $\sqrt[3]{\sqrt{x^2}} = ?$

6. $\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^2}} = ?$

7. $(\sqrt[3]{x})^2 \cdot (\sqrt[6]{x})^3 = ?$

8. $\sqrt{\left(\frac{n^4 \cdot x^3}{nx}\right)^2} = ?$

Mit Taschenrechner:

9. $\sqrt[5]{500} = ?$

10. $\sqrt[2.5]{3^{\frac{2}{3}}} = ?$

11. $\sqrt[5]{7} = ?$

12. $\sqrt[3.256789]{\sqrt[2.56783219]{1}} = ?$

13. Schreiben Sie die Potenzen als Wurzelterm. In der Lösung sollen keine negativen Exponenten vorkommen.

a) $u^{\frac{3}{4}}$ b) $5x^{-0,4}$ c) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}$ d) $\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{5}{6}}$ e) $\frac{1}{a^{\frac{2}{3}}}$

14. Schreiben Sie als Potenz.

a) $\sqrt[3]{a^4}$ b) $\sqrt[6]{\frac{u}{v}}$ c) $\sqrt[3]{a+b}$ d) $\sqrt[3]{x^3 + y^3}$ e) $\sqrt[a]{x^{a-1}}$

15. Vereinfachen Sie.

a) $\sqrt[4]{a^2}$ b) $(\sqrt[12]{x})^4$ c) $\sqrt[4]{25x^2y^6}$ d) $(\sqrt[2n]{a})^{3n}$ e) $\sqrt[5n]{\frac{a^{10}b^5}{c^{20}}}$
 f) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ g) $\sqrt[5]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{3}+1}$ h) $\sqrt[5]{a^2} : \sqrt[5]{a}$ i) $\sqrt[n]{a^{n-2}} \cdot \sqrt[n]{a^{n+2}}$ j) $\sqrt[10]{15a^5b^7} : \sqrt[10]{3ab}$

16. Schreiben Sie mit einem einzigen Wurzelzeichen. Der Wurzelexponent soll so klein wie möglich sein.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3}$ b) $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[6]{a^{-1}}$ c) $\sqrt[3]{t^2} \cdot \sqrt[4]{t^3} \cdot \sqrt[6]{t^5}$ d) $\sqrt[6]{m^2 - n^2} : \sqrt[3]{m-n}$
 e) $\sqrt[8]{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[12]{\frac{y}{x}}$ f) $\sqrt[10]{\sqrt[10]{10}}$ g) $\sqrt{\sqrt[3]{a}}$ h) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{m^5n^{10}}}$

17. Schreiben Sie mit einem einzigen Wurzelzeichen.

a) $\sqrt{2\sqrt[3]{4}}$ b) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ c) $\sqrt[4]{b^3\sqrt[3]{b}}$ d) $\sqrt[3]{x^2y\sqrt{xy^{-1}}}$ e) $\sqrt[3]{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

18. Berechnen und vereinfachen Sie soweit als möglich:

$$E = \frac{(\sqrt[4]{u})^3 \cdot s^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{s^{-1}}}{\left(\frac{1}{\sqrt[12]{u}}\right)^5 \cdot s^{-\frac{5}{6}} \cdot (\sqrt[3]{u})^2}$$

19. Vereinfachen Sie den Ausdruck E und bestimmen Sie nachher seinen Wert für $a = 2/7$ und $b = 31,5$:

$$E = \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

20. Berechnen und vereinfachen Sie soweit als möglich:

$$E = \frac{\sqrt[12]{v^5} \cdot t^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt{t^{-1}}}{v^{\frac{3}{4}} \cdot t^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{v^2}}$$

21. Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck soweit als möglich:

$$5a \cdot \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} - 2 \cdot \sqrt{a^3 \cdot \sqrt[4]{a^3}} + a \cdot \sqrt[4]{a^5 \cdot \frac{1}{\sqrt{a^3}}} = ?$$

22. Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck soweit als möglich:

$$a^4 \cdot \left(1 - \frac{2}{a} - \frac{2}{a^2}\right)^2 - a^4 \cdot \left(1 - \frac{2}{a^2}\right)^2 = ?$$

23. Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck soweit als möglich:

$$A = \left(1 + \frac{2}{a}\right)^2 \cdot \left\{ \frac{1}{a} - \left(\frac{a}{2} - 1\right)^{-1} \right\}^{-2} = ?$$

Übungen Potenzieren und Radizieren

1. $(3ax^3)^7 = ?$

2. $-a^4 \cdot (-a^6) = ?$

3. $(2a^2b)^3 \cdot (3ab^2)^3 = ?$

4. $100 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^{-2} = ?$

5. $-\left[3 \cdot \left(-\frac{3}{10}\right)^{-2}\right]^3 = ?$

6. $\sqrt[3]{27^4} = ?$

7. $\sqrt[x]{a^x} = ?$

8. $(\sqrt[3]{x})^2 \cdot (\sqrt[6]{x})^3 = ?$

9. $\frac{\sqrt{98}}{49 \cdot \sqrt{2}} = ?$

10. $\sqrt{\left(\frac{n^4 x^3}{nx}\right)^2} = ?$

11. $(\sqrt[4]{49a})^2 \div 14 = ?$

12. $\left[(n^2 \cdot x^3)^2\right]^{-2} = ?$