

Lineare Optimierung

Aufgabe 1

Berufsmaturitätsprüfung KV Basel 1996

Definitionen

x = Masse Reis in Gramm

y = Masse Rindfleisch in Gramm

$$D = \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}_+$$

Ungleichungen (Bedingungen)

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + y \leq 400 \quad \rightarrow \quad y \leq -x + 400$$

$$x \leq y \quad \rightarrow \quad y \geq x$$

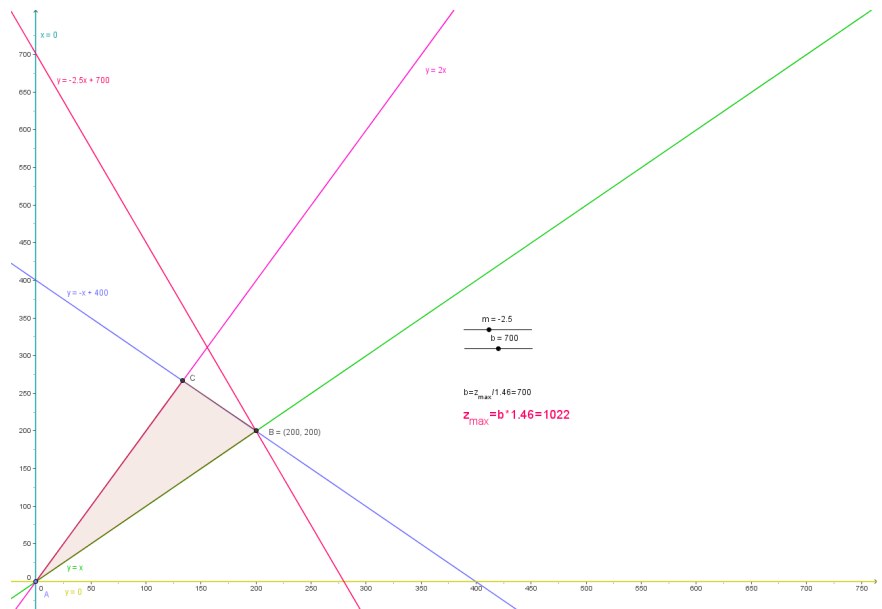
$$y \leq 2x$$

Zielfunktion

$$z_{\max} = 3.65x + 1.46y \quad \rightarrow \quad y = -\frac{5}{2}x + \frac{z_{\max}}{1.46}$$

Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion

siehe \rightarrow <http://www.fraengg.ch/klassen/m2a/geogebra/index.html>



Koordinaten von B berechnen:

$$-x + 400 = x \quad \rightarrow \quad 2x = 400 \quad \rightarrow \quad x = \underline{200} \quad \rightarrow \quad y = \underline{200}$$

$$\text{somit: } B(\underline{200} | \underline{200})$$

$$z_{\max} = 3.65 \cdot 200 + 1.46 \cdot 200 = \underline{1'022}$$

Eine Schüssel Eintopf beinhaltet 200 g Reis (200 g Rindfleisch) und 1'022 Kalorien.

Aufgabe 2

Berufsmaturitätsprüfung KV Basel 1998

Definitionen $x =$ Anzahl Kühe $y =$ Anzahl Jungvieh

$$D = \mathbf{N}_0 \times \mathbf{N}_0$$

Ungleichungen (Bedingungen)

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x \leq 70$$

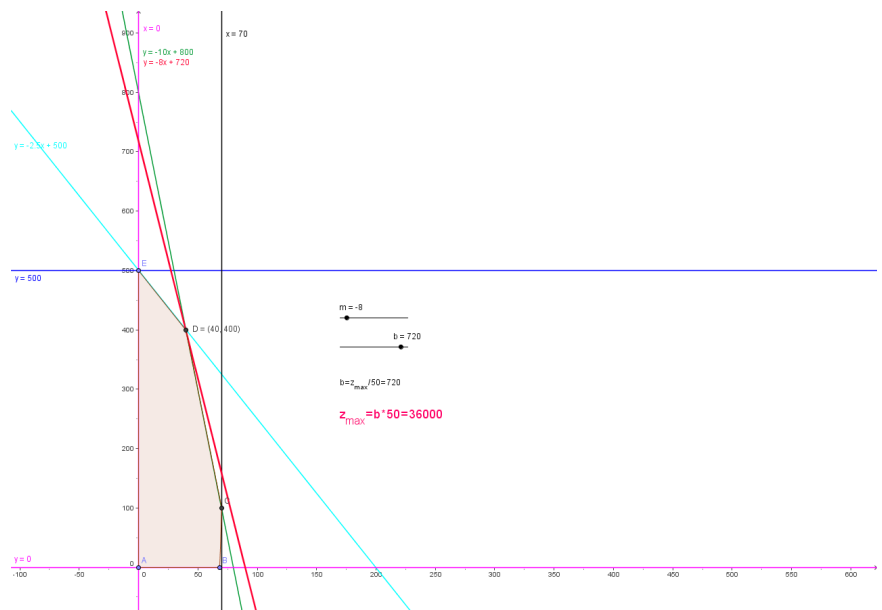
$$y \leq 500$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{10}y \leq 50 \quad \rightarrow \quad y \leq -\frac{5}{2}x + 500$$

$$100x + 10y \leq 8'000 \quad \rightarrow \quad y \leq -10x + 800$$

Zielfunktion

$$z_{\max} = 400x + 50y \quad \rightarrow \quad y = -8x + \frac{z_{\max}}{50}$$

*Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion*siehe \rightarrow <http://www.fraengg.ch/klassen/m2a/geogebra/index.html>

Koordinaten von D berechnen:

$$-\frac{5}{2}x + 500 = -10x + 800 \quad \rightarrow \quad \frac{15}{2}x = 300 \quad \rightarrow \quad x = \underline{40} \quad \rightarrow \quad y = \underline{400}$$

$$\text{somit: } \underline{D(40|400)}$$

$$z_{\max} = 400 \cdot 40 + 50 \cdot 400 = \underline{36'000}$$

Mit 40 Kühen und mit 400 Stück Jungvieh wird ein maximaler Gewinn von 36'000 Fr. erwirtschaftet.

Aufgabe 3

Berufsmaturitätsprüfung KV Zürich 1999

Definitionen $x =$ Anzahl Karten Kategorie A $y =$ Anzahl Karten Kategorie B $D = \mathbf{N}_0 \times \mathbf{N}_0$ *Ungleichungen (Bedingungen)*

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \leq 110 \quad \rightarrow \quad y \leq -x + 110$

$2'750x + 1'650y \geq 132'000 \quad \rightarrow \quad y \geq -\frac{5}{3}x + 80$

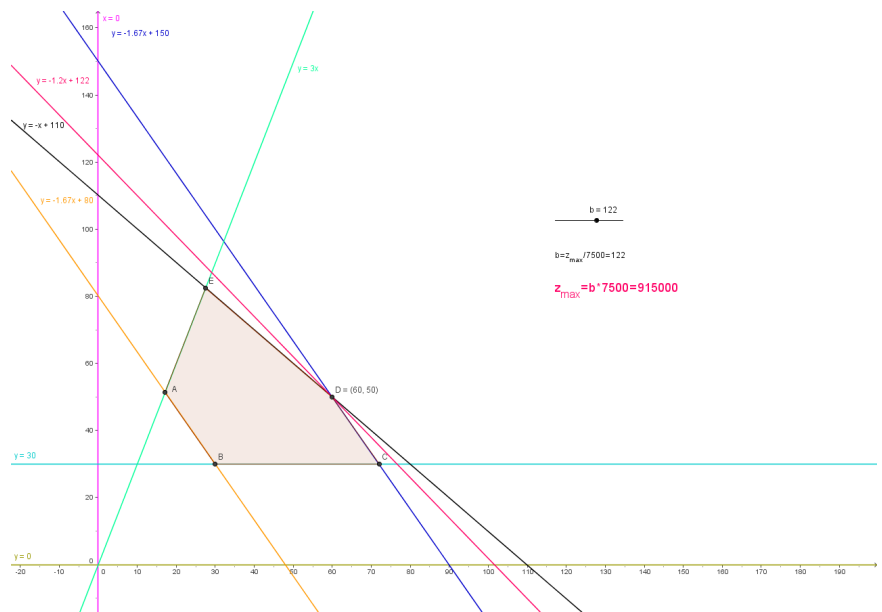
$2'750x + 1'650y \leq 247'500 \quad \rightarrow \quad y \leq -\frac{5}{3}x + 150$

$y \geq 30$

$y \leq 3x$

Zielfunktion

$z_{\max} = 9'000x + 7'500y \quad \rightarrow \quad y = -\frac{6}{5}x + \frac{z_{\max}}{7'500}$

*Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion*siehe \rightarrow <http://www.fraengg.ch/klassen/m2a/geogebra/index.html>

Koordinaten von D berechnen:

$$-\frac{5}{3}x + 150 = -x + 110 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3}x = 40 \quad \rightarrow \quad x = \underline{60} \quad \rightarrow \quad y = \underline{50}$$

somit: $D(60|50)$

$$z_{\max} = 9'000 \cdot 60 + 7'500 \cdot 50 = \underline{915'000}$$

Mit 60 Tickets der Kat. A und 50 Tickets der Kat. B wäre der maximale Gewinn bei FRF 915'000 gewesen.

Aufgabe 4

Lehrbuch Hächler, Aufgabe 5 von Kapitel 17.2.3 auf Seite 528

Definitionen $x =$ Anzahl einfarbige Vasen $y =$ Anzahl mehrfarbige Vasen $D = \mathbf{N}_0 \times \mathbf{N}_0$ *Ungleichungen (Bedingungen)*

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x \geq 10$

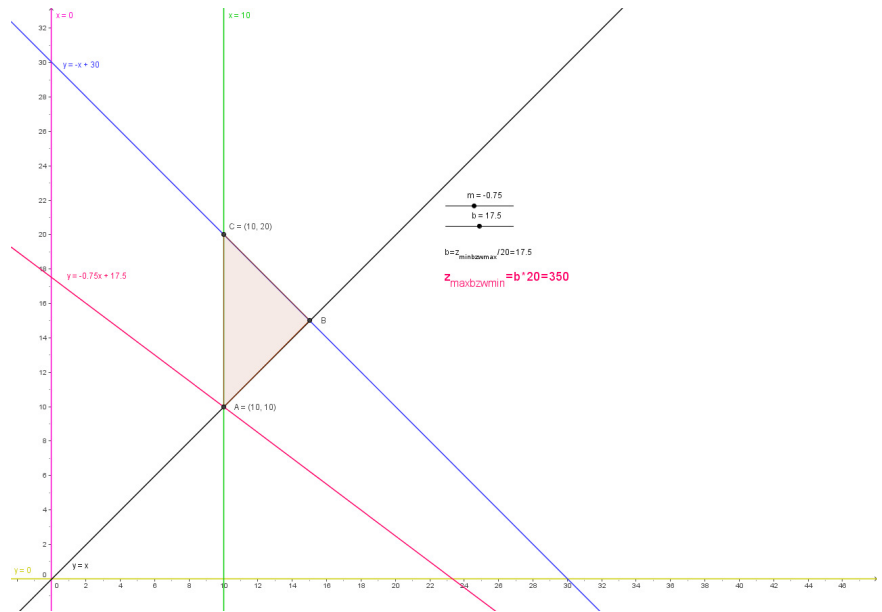
$x \leq y \rightarrow y \geq x$

$x + y \leq 30 \rightarrow y \leq -x + 30$

Zielfunktionen (Maximale bzw. minimale Kosten)

$z_{\max} = 15x + 20y \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{z_{\max}}{20}$

$z_{\min} = 15x + 20y \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{z_{\min}}{20}$

*Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion*siehe \rightarrow <http://www.fraengg.ch/klassen/m2a/geogebra/index.html>

Koordinaten von C (Max.) berechnen:

$y = -x + 30 \rightarrow x = \underline{10} \rightarrow y = \underline{20}$

somit: $C(10|20)$

$z_{\max} = 15 \cdot 10 + 20 \cdot 20 = \underline{550}$

Koordinaten von A (Min.) berechnen:

$y = x \rightarrow x = \underline{10} \rightarrow y = \underline{10}$

somit: $A(10|10)$

$z_{\min} = 15 \cdot 10 + 20 \cdot 10 = \underline{350}$

Die minimalen Kosten von CHF 350 entstehen, wenn 10 ein- und 10 mehrfarbige Vasen gekauft werden.

Die maximalen Kosten von CHF 550 entstehen, wenn 10 ein- und 20 mehrfarbige Vasen gekauft werden.