

21 Prozentrechnungen

21.1 Einführung

Bei einem relativen Vergleich (z.B. von 24 Schüler sind 6 männlich) sind oft Brüche zu vergleichen. Diese Vergleiche und ihre Anwendung sind besonders einfach, wenn man alle Brüche mit dem Nenner 100 (bzw. 1'000) schreiben kann, oder wenn man sie als Dezimalzahlen schreibt.

Man hat dazu die Bezeichnungen *Prozent* und *Promille* eingeführt.

Prozentsatz (Promillensatz):

$$p\% = \frac{p}{100}$$

$$p\text{‰} = \frac{p}{1'000}$$

21.2 Prozentformel

Beim Prozentrechnen spielen Prozentwert, Prozentfuss und Grundwert eine Rolle.

Prozentwert → w
 Prozentfuss in Prozenten → p
 Grundwert → G

Proportion:

Grundwert	:	Prozentwert	=	100	:	Prozentfuss
G	:	w	=	100	:	p

Die Auflösung nach G, w bzw. p ergibt folgende Formeln:

$$G = \frac{w \cdot 100}{p}$$

$$w = \frac{p \cdot G}{100}$$

$$p = \frac{w \cdot 100}{G}$$

Beispiel:

Ein Radiehändler bietet einen Kassettenrecorder zu einem Einführungspreis von Fr. 125.-- an und behauptet, dass er 35% Rabatt gewähre. Wieviel würde der Recorder normal kosten?

Lösung:

Geg: Prozentwert $w = 125.--$ [Fr.], Prozentfuss $p = 100 - 35 = 65$ [%]

Ges: Grundwert $G = ?$

Somit:
$$G = \frac{w \cdot 100}{p} = \frac{125 \cdot 100}{65} = \underline{\underline{19231}} \text{ [Fr.]}$$

21.3 Zinsrechnungen

Bei der Zinsrechnung spielen Kapital, Zinsfuss und Zinsbetrag eine Rolle.

Kapital	→	K
Zinsfuss in Prozenten	→	p
Zinsbetrag	→	z
Zinsbetrag für t Tage	→	z(t)

Proportion:

Kapital	:	Zinsbetrag	=	100	:	Zinsfuss
K	:	z	=	100	:	p

Die Auflösung nach K, p bzw. z ergibt folgende Formeln:

$K = \frac{z \cdot 100}{p}$	$p = \frac{z \cdot 100}{K}$	$z = \frac{K \cdot p}{100}$	$z(t) = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	--

Beispiel:

Welche Summe muss man heute zu 6% an Zins legen, um in einem Jahr an Kapital und Zins Fr. 1'000.-- zu besitzen?

Lösung:

Geg: $K + z = 1'000$ [Fr.], $p = 6$ [%]
Ges: $K = ?$

Somit: $K + z = 1'000 \rightarrow$ mit $z = \frac{K \cdot p}{100}$

$$K + \frac{K \cdot p}{100} = 1'000 \rightarrow K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = 1'000 \rightarrow K = \frac{1'000}{1 + \frac{p}{100}} \rightarrow K = \frac{1'000 \cdot 100}{100 + p} = \frac{100'000}{100 + p}$$

$$K = \frac{100'000}{106} = \underline{\underline{943,40}} \text{ [Fr.]}$$

21.4 Übungen

1. Das Sackgeld wird um 30% erhöht. Um wieviele % nimmt die Kaufkraft zu?
2. Alle Preise werden um 30% gesenkt. Um wieviele % nimmt die Kaufkraft zu?
3. Ein Antiquariat gab beim Verkauf einen Rabatt von 10% auf den Ladenpreis eines Buches und erzielte dabei noch einen Gewinn von 8%. Wieviele % Gewinn wollte das Geschäft ursprünglich erzielen?
4. Bei einer Abstimmung mit einer Stimmbeteiligung von 54% wurde ein Gesetz mit einer Mehrheit von 60% angenommen. Wie viele Prozent der Stimmberechtigten haben das Gesetz angenommen?
5. Von 750 Schülern einer Schule sind 56% Knaben. 50% aller Knaben kommen mit dem Mofa zur Schule, und 70% der Mädchen benützen kein Mofa. Wie viele Schüler benützen kein Mofa?
6. Ein Mann schimpft am Stammtisch: "In den letzten 5 Jahren ist der Mietzins um 35% gestiegen. Wir haben aber nur fünfmal je 6,5% mehr Lohn erhalten." Hat der Mann wirklich Grund zum Schimpfen?
7. Bei einem Konkurs verliert ein Gläubiger $p\%$ seiner Forderung und erhält noch a Fr. Wie gross war sein Guthaben?
8. Edith hat 35% mehr Taschengeld als Brigitt, Cécile hat 15% weniger Taschengeld als Edith. Alle zusammen haben 150 Fr. Wieviel hat jede?
9. Wieviel Wasser muss man zu 1,2 Liter einer 10%igen Kochsalzlösung giessen, um eine 5%ige Lösung zu erhalten?
10. Ein Haus hat drei 4-Zimmer-Wohnungen und zwei 5-Zimmer-Wohnungen. Eine 4-Zimmer-Wohnung kostete bisher 14'000 Fr. im Jahr. Nun werden die Mietzinse der 4-Zimmer-Wohnungen um 12,5% erhöht und jene der 5-Zimmer-Wohnungen um 10%. Die gesamten Mietzinseinnahmen erhöhen sich um Fr. 8'750. Wieviel kostet nun eine 5-Zimmer-Wohnung?
11. Beim Ankauf einer Serie von 10'000 Stück eines Werkzeuges werden 63'000 Franken, d.h. 35% des Rechnungsbetrages als Anzahlung entrichtet. Der Rechnungsbetrag ergibt sich aus dem Katalogpreis durch Abzug des Mitnahmerabattes von 8% des Katalogpreises und des Mengenrabattes von 0,15 Franken pro Werkzeug. Wie gross ist der Katalogpreis für 10'000 Stück auf Franken genau gerundet?
12. Ein Polymechniker hat sein Geld zu folgenden Konditionen angelegt: 2'500 Fr. zu 6%, 6'800 Fr. zu 5,5% und 7'400 Fr. zu 5,75%. Wie viele Tage geht es, bis diese drei Kapitalien zusammen 500 Fr. Zins gebracht haben?
13. Ein Händler erwarb eine Ware zu Fr. 2'460 und verkaufte sie mit 16,66 % Gewinn. Bei einem erneuten Verkauf musste man Fr. 2'726,50 bezahlen. Wieviel Prozent wurde beim letzten Verkauf gewonnen oder verloren?
14. In einem Dreieck ist jede Seite um 10% grösser als die vorhergehende. Der Umfang des Dreiecks ist 16,55 m. Wie lang sind die Seiten?

15. Ein Kapital von Fr. 22'200 lag während 100 Tagen an Zins. Von welchem Kapital hätte man bei gleichem Zinsfuss gleichviel Zins in 75 Tagen erhalten?
16. Die Hälfte eines Kapitals wird auf einem Depositenkonto zu 3,5% verzinst, $\frac{5}{7}$ der anderen Hälfte liegen auf einem Sparkonto mit 4% Zins, der Rest ist als Wertschrift mit 5,5% Zins angelegt. Würde man die Hälfte des Kapitals als Wertschrift anlegen und die andere Hälfte aufs Sparkonto geben, so wäre der jährliche Zinsertrag des Kapitals um Fr. 217,25 grösser. Wie gross ist das Kapital?
17. Der ursprüngliche Preis eines Gerätes sank zunächst um 4%. Später wurde der neue Preis um 10% erhöht. Auch jetzt ist dieser neue Preis wieder um 10% gesenkt worden, so dass das Gerät nun für Fr. 9'504 verkauft wird. Ursprünglicher Preis?
18. Fr. 24'000 sind in zwei Posten angelegt, der eine zu 4,5%, der andere zu 4%. Würden die Zinsfüsse der beiden Posten miteinander vertauscht, so würde der gesamte Jahreszins um Fr. 60 kleiner. Wieviel betragen die beiden Posten?
19. Für die Heizung und die Warmwasseraufbereitung eines Einfamilienhauses verbrauchte man in einem Jahr 5'200 Liter Heizöl. 100 Liter Heizöl kosten Fr. 62.--. Nun wurde im nächsten Jahr das Warmwasser durch einen Elektroboiler aufbereitet. Dadurch verminderte sich der Ölverbrauch um 1'400 Liter. Die gesamten Heiz- und Warmwasserkosten dagegen stiegen gegenüber dem Vorjahr um 4%. Wie viele kWh elektrische Energie wurden im zweiten Jahr verbraucht, wenn 1 kWh Fr. 0,07 kostete, das Öl aber um 5% teurer war als im Vorjahr? Ergebnis auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.
20. Zwei Langläufer A und B machen ein Rennen über 4 Runden à 7,2 km. A läuft mit einer konstanten Geschwindigkeit von 12 km/h. B hat schlecht gewacht und läuft in der 1. Runde 10% langsamer als A. Er entschliesst sich, umzuwachsen, wozu er 2 Min. 40 Sek. braucht. Dafür läuft er die restlichen 3 Runden 20% schneller als in der ersten Runde. Wieviele Sekunden nach dem Sieger trifft der Verlierer ein?
21. Ein Liegenschaftshändler kauft am 1. Januar ein Haus mit einem Mietertrag von 5,5% für Fr. 500'000. Er verkauft es wieder nach einigen Monaten für Fr. 510'000. Gleichzeitig erwirbt er eine andere Liegenschaft für Fr. 1'000'000 mit einer Rendite von $p\%$. Am Ende des Jahres überlegt er: Hätte er denselben Handel einen Monat später gemacht und dabei das erste Haus, einer später eingetroffenen Offerte entsprechend, für Fr. 515'000 verkauft, dann hätte er Fr. 1'000 mehr gewonnen. Wie gross ist der Zinsfuss p ?
22. Ein Bäcker bestellt bei einem Müller 2 Tonnen Mehl, lieferbar in einem Monat. Der Müller offeriert dem Bäcker einen Rabatt von 3%, wenn dieser zum voraus bezahlt. Der Bäcker willigt ein und bezahlt sofort. Während der Lieferfrist fällt der Mehlpreis um 5%. Wieviel Mehl muss der Müller nun liefern, so dass der Bäcker mit dem bereits bezahlten Betrag ebenfalls 3% Rabatt auf dem neuen Listenpreis erhält?