

### 3 Zerlegen in Faktoren (Ausklammern)

#### 3.1 Einführung

$3a + 3b$	=	$3 \cdot (a + b)$
↓		↓
Summe		Produkt

**Merke:**

Haben alle Summanden einer algebraischen Summe einen gemeinsamen Faktor, so kann man diesen gemeinsamen Faktor ausklammern. Die Summe wird dadurch in ein Produkt umgewandelt.

#### 3.2 Aussondern eines gemeinsamen Faktors aus allen Gliedern zugleich

$15ab - 21bc + 9b$	=	$3b(5a - 7c + 3)$
Polynom mit 3 Gliedern		Faktoren

**Beispiele:**

1.  $15a + 10a^2b - 5a = 10a + 10a^2b = 10a(1 + ab)$
2.  $3ab - 9ac + 6ax = 3a(b - 3c + 2x)$
3.  $\frac{8a}{5b} - \frac{2ax}{b} + \frac{6a}{b^2} = \frac{2a}{b} \left( \frac{4}{5} - \frac{x}{1} + \frac{3}{b} \right)$
4.  $x(a - b) - y(a - b) = (a - b)(x - y)$
5.  $2a(2x - y) - (2x - y) = (2x - y)(2a - 1)$
6.  $m + n + x(m + n) = (m + n)(x + 1)$
7.  $-a + 2x(a - b) + b = -a + b + 2x(a - b) = (a - b)(2x - 1)$





**3.4 Übungen**

1.  $25 \cdot 11 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25$

2.  $bx - b$

3.  $ax - 4az + 5ay$

4.  $(a+b) \cdot n + (a+b) \cdot m$

5.  $(b-c) \cdot z + b - c$

6.  $am + bm - cm + xm$

7.  $(4a - 2b) \cdot (x + y) - (3a + 4b) \cdot (x + y)$

8.  $2ax + 2ay + 3bx + 3by$

9.  $(c + 3d) \cdot 4a - c - 3d$

10.  $axnd - axnc + abnd - abnc$

11.  $6x^3y^2 - 8x^2y^3$

12.  $60a^3b^3c^2 + 70a^2b^2c^2 - 30ab^3c^3$





### 3.7 Rückbildung in zwei ungleiche Binome

#### Beispiele:

$$1. \quad \begin{array}{cccccc} 1x^2 & - & 7x & + & 12 & = (x-3)(x-4) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ \text{Quadrat} & & (-3) + (-4) & & (-3) \cdot (-4) & \\ \text{mit Koeff. 1} & & \text{Summe} = -7 & & \text{Produkt} = -12 & \end{array}$$

2.  $x^2 - 6x + 5 = ?$

3.  $h^4 - 7h^2i - 18i^2 = ?$

4.  $h^4 + 7h^2i - 18i^2 = ?$

5.  $y^2 - 17y + 60 = ?$







## 3.10 Übersicht über die verschiedenen Vorgehensweisen

1. Ausklammern eines gemeinsamen Faktors aus allen Gliedern.	$\underbrace{15ab - 6ac + 3ad}_{\text{Summe}} = 3a \underbrace{(5b - 2c + d)}_{\text{Produkt}}$
2. Ausklammern eines gemeinsamen Faktors aus <b>Gruppen von zwei oder mehreren Gliedern</b> (mehrfachiges Ausklammern).	$\underbrace{21ax - 6x}_{3x(7a-2)} - \underbrace{35a + 10}_{-5(7a-2)} = 3x \underbrace{(7a - 2)} - 5 \underbrace{(7a - 2)} = \underbrace{(7a - 2)}(3x - 5)$
3. Differenz zweier Quadrate (Binom). Typ: $a^2 - b^2$	$\underbrace{a^2}_{\text{Quadrat}} - \underbrace{b^2}_{\text{Quadrat}} = (a - b)(a + b)$
4. Rückbildung zum Quadrat eines Binoms. Typen: $a^2 + 2ab + b^2$ bzw. $a^2 - 2ab + b^2$	$\underbrace{4x^2}_{\text{Quadrat (Basis 2x)}} - \underbrace{28x}_{\text{doppeltes Produkt der beiden Basen } 2(2x \cdot 7)} + \underbrace{49}_{\text{Quadrat (Basis 7)}} = (2x - 7)^2$
5. Rückbildung in zwei ungleiche Binome, wenn der Faktor vor dem Quadrat 1 ist.	$\underbrace{1x^2}_{\text{Quadrat mit Faktor 1}} + \underbrace{7x}_{\text{Summe (3)+(4)}} + \underbrace{12}_{\text{Produkt (3)(4)}} = (x + 3)(x + 4)$
6. Rückbildung in zwei ungleiche Binome, wenn der Faktor vor dem Quadrat $\neq 1$ ist.	$\underbrace{10x^2}_{\text{Quadrat mit Faktor } \neq 1}} + \underbrace{19x}_{\text{Summe } 5x \cdot 3 + 2x \cdot 2}} + \underbrace{6}_{\text{Produkt } 3 \cdot 2}} = (2x + 3)(5x + 2)$
7. Rückbildung von Summen und Differenzen <b>gleichhoher ungerader</b> Potenzen.	$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $(a^5 - b^5) = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ $(a^7 - b^7) = (a - b)(a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$ <p>usw.</p> $(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $(a^5 + b^5) = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ $(a^7 + b^7) = (a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$ <p>usw.</p>

**3.11 Übungen****Potenzieren von Summen**

1.  $(y + 1)^2$

2.  $(4 - v)^2$

3.  $(2x + 3y)^2$

4.  $(t + 1)(t - 1)$

5.  $(9 + 3a)(9 - 3a)$

6.  $(z^2 - 2)^2$

7.  $(6m - 6n)^2$

8.  $(x + 2)(x - 2)$

9.  $(a + b - c)^2$

10.  $(2u^2 - 3v^2)^2$

11.  $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

12.  $(5 + m)^2 - (3 - m)^2$

**Zerlegen in Faktoren**

13.  $6ax + 6ay$
14.  $(4a - 2b) \cdot (x + y) - (3a + 4b) \cdot (x + y)$
15.  $x + y + ax + ay$
16.  $3a \cdot (x - 2) - x + 2$
17.  $16my - 24ny + 18y$
18.  $3a^2 + 2ab + 6a + 4b$
19.  $ab + 5b - ac - 5c$
20.  $20ab + 4b - 5a - 1$
21.  $45mn - 30m^2 + 6an - 4am$
22.  $4a \cdot (x + y) + x + y$
23.  $x^2 - 1$
24.  $9x^3 - 36x$
25.  $16a^2 + 24ab + 9b^2$
26.  $2x^2 - 4x + 2$
27.  $a^2 - a - 30$
28.  $2ax + ay + az - 2bx - by - bz$
29.  $15a^2b^2 + 25ab^3$
30.  $45a^2y^2 - 63a^2y^3 + 36a^3y^2$
31.  $4x^3 - 10x^2y - 24xy^2$

**Kürzen**

32.  $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{2x + 2}$
33.  $\frac{5am + 7an - 10bm - 14bn}{3a - 6b}$
34.  $\frac{a^2 - b^2 + 4a + 4b}{a^2 + 2ab + b^2}$

**Zerlegen in Faktoren**

35.  $25ab + 125ac - 75ax$

36.  $7ax - 14a - 21$

37.  $x^2 + ax + ab + bx$

38.  $b(4n + 3m) + 4n + 3m$

39.  $z(b - c) - c + b$

40.  $2ax - 2ay + bx - by - cx + cy$

41.  $(c + 3d)4a - c - 3d$

42.  $(a - c)(15xy + 12bx) - (5bx + 10xy)(a - c)$

43.  $b^4 - 16b^2$

44.  $9b^3 - b$

45.  $x^4 - 16$

46.  $b^2 - 4b + 4$

47.  $\frac{a^2 + ax}{a^2 - ax}$

48.  $\frac{81a^2 - 49b^2}{63a - 49b}$

49.  $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4}$

50.  $\frac{a^4 - 1}{a^2 - 1}$

51.  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$

52.  $\frac{(x + 3)(x - 5)}{2x^2 - 18}$