

## 6 Potenzieren

### 6.1 Einführung

Wenn bei einer Multiplikation lauter gleiche Faktoren auftreten, so wird dafür meistens die Potenzschreibweise gewählt.

$$a \cdot a \cdot a \dots a = a^n$$

a: Basis oder Grundzahl, n: Exponent oder Hochzahl

#### Definition

$$a^0 = 1$$

#### Das Vorzeichen beim Potenzieren

Bei positiver Basis ist der Wert der Potenz immer positiv.

$$(+a)^n = +a^n$$

z.B.  $(+2)^3 = +2^3 = 8$

Bei negativer Basis ist der Wert der Potenz auch negativ, wenn der Exponent ungerade, positiv, wenn der Exponent gerade ist.

$$(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$$

z.B.  $(-2)^3 = -2^3 = -8$

$$(-a)^{2n} = +a^{2n}$$

z.B.  $(-2)^4 = +2^4 = 16$

### 6.2 Addition und Subtraktion

Bei der Addition und bei der Subtraktion können nur Potenzen mit gleicher Basis und gleichem Exponenten zusammengefasst werden. Dabei werden die Koeffizienten addiert bzw. subtrahiert.

#### Beispiele:

$$7a^2 + 5b^3 - 4a^2 - 9b^3 = 3a^2 - 4b^3$$

$$2x^2 + 3y^2 + 2x - 2y^2 + 3x = 2x^2 + y^2 + 5x$$

### 6.3 Multiplikation und Division

1.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\text{z.B. } a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$$

2.

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\text{z.B. } a^5 \cdot b^5 = (ab)^5$$

3.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

$$\text{z.B. } \frac{a^6}{a^4} = a^{6-4} = a^2$$

4.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (b \neq 0)$$

$$\text{z.B. } \frac{a^7}{b^7} = \left(\frac{a}{b}\right)^7$$

5.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$\text{z.B. } a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

#### Beispiele:

$$1. \quad (a+b)^2 \cdot (a+b)^3 = (a+b)^{2+3} = (a+b)^5$$

$$2. \quad 10^6 \cdot 10 \cdot 10^3 = 10^{6+1+3} = 10^{10}$$

$$3. \quad 4 \cdot x^2 \cdot a^3 \cdot 5a^4 x^3 = 20a^{3+4} x^{2+3} = 20a^7 x^5$$

$$4. \quad (3ab)^2 = 3^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = 9a^2 b^2$$

$$5. \quad \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a^3}{2^3} = \frac{a^3}{8}$$

$$6. \quad a^8 \div a^2 = \frac{a^8}{a^2} = a^{8-2} = a^6$$

$$7. \quad a^5 \div a^5 = \frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0 = 1$$

$$8. \quad a^2 \div a^5 = a^{2-5} = a^{-3} = \frac{1}{a^3} \quad \text{anschaulich:} \quad a^2 \div a^5 = \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^3}$$

$$9. \quad \frac{a^{-3} \cdot b^2}{a^{-5} \cdot b^{-1}} = a^{-3-(-5)} \cdot b^{2-(-1)} = a^{-3+5} \cdot b^{2+1} = a^2 b^3$$

$$10. \quad 10^3 : 10^8 = 10^{3-8} = 10^{-5} = \frac{1}{10^5}$$

**6.4 Übungen**

1.  $(-a)^4$

2.  $\left(-\frac{4a}{5b}\right)^4$

3.  $(-3)^2 + (-4)^3$

4.  $\left(-\frac{1}{2ab}\right)^5$

5.  $(-9)^2 + (-4)^4 - (-2)^3$

6.  $(-2ax)^3$

7.  $b^{5-x} \cdot b^{x+n}$

8.  $\frac{a^{n+1} \cdot c^x}{a^n \cdot c^{x-1}}$

9.  $\frac{a^{-2} \cdot x^4 \cdot y^{-6}}{b^3 \cdot c^{-4} \cdot d^{-5}} : \frac{a^{-3} \cdot b^{-3} \cdot x^3}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot d^{-6}}$

10.  $\frac{24a^{c+x} + 28a^x b^x - 36a^c b^r - 42b^{x+r}}{6a^c + 7b^x}$

11.  $a^{x+y} \cdot a^{x-y}$

12.  $(n+a)^{2x+3y} \cdot (n+a)^{4x-2y}$

13.  $(a+b)^a \cdot (a+b)^b$

14.  $2n^{3x-2a} \cdot n^{x+a} + 3a^{2x-3y} \cdot 5a^{3x+y}$

15.  $8a^{6-5y} \cdot 3a^{2+6y} - 5a^{4+y} \cdot 6a^{2+3y} - (24a^{8+y} - 10a^{6+4y})$

16.  $\frac{4a}{5b} : \frac{8a^2}{9b^2}$

17.  $\frac{4a^2 b^4}{5cx^2} : \frac{c^4 x^4}{a^3 b^2}$

18.  $\left(\frac{x}{n}\right)^{-a} \cdot \left(\frac{3a}{4b}\right)^{-a}$

## 6.5 Potenzieren von Potenzen

Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

### Beispiele:

$$1. \quad (a^2)^3 = (a \cdot a) \cdot (a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a^{2 \cdot 3} = a^6$$

$$2. \quad (3^2)^2 = 3^4 = 81$$

$$3. \quad \left(\frac{a^3}{2}\right)^2 = \frac{a^6}{2^2} = \frac{a^6}{4}$$

$$4. \quad (-c^3)^2 = c^6$$

$$5. \quad (10^{-2})^{-3} = 10^6$$

$$6. \quad -(a^2)^3 = -a^6$$

$$7. \quad (2a^3b^3)^3 = 8a^9b^9$$

$$8. \quad (e^4)^3 + (3e^6)^7 = e^{12} + 3^7 e^{42} = e^{12} + 2187e^{42}$$

$$9. \quad -a^{2^3} = -a^8$$

$$10. \quad [(2+3a)^2]^4 = (2+3a)^8$$

**6.6 Übungen**

1.  $(b^3)^4$

2.  $(n^x)^2$

3.  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{-3} \cdot \left(2\frac{1}{2}\right)^{-3}$

4.  $(-x^{-2})^3$

5.  $\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

6.  $\left[-\left(-\frac{x^2}{2}\right)^3\right]^{-1}$

7.  $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-3}$

8.  $(a^{n-1})^3$

9.  $\left(\frac{a^2}{x^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2x^2}{5a^3}\right)^{-1} \cdot 2ax^{-4}$

10.  $(3ax^3)^7$

11.  $(b^x)^{-n}$

12.  $\left(\frac{a^0 \cdot b^2}{c^0}\right)^{2x}$

13.  $\left[(x^2)^3\right]^5$

$$14. \left(\frac{2a^4}{3b^5}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^2}{a^2}\right)^2 : \left(\frac{2a}{3b}\right)^3$$

$$15. \frac{[(5a)^x]^{3b}}{(5a)^{2bx} \cdot (4c)^{bx}}$$

$$16. 7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 27 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 36 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$17. n^{6x+a} \cdot n^{2x-2a}$$

$$18. (a+b)^{2a-3} \cdot (a+b)^{4a+6}$$

$$19. b^{a-n} \cdot b^{a+n}$$

$$20. 2 \cdot (n+x)^{4-3a} \cdot 3 \cdot (n+x)^{3+a} - 4 \cdot (n+x)^7 \cdot 3 \cdot (n+x)^{-2a}$$

$$21. \frac{n^4}{x^3} \div \frac{n^5 b^2}{cx^5}$$

$$22. \frac{3a^3 b^2}{4n^{-2} d^6} \cdot \frac{3a^{-4} b^3}{d^3 n^2}$$

$$23. \frac{4a^2 b^{-6}}{d^2 c^{-4}} \div \frac{12a^3 b^{-8}}{d^3 c^3}$$

$$24. (a^3)^2$$

$$25. (a^{-2} + b^{-3})^{-2}$$

$$26. [(n^2 x^3)^2]^{-2}$$