

1. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$r^{\frac{3}{4}} \cdot s^{\frac{-1}{3}} \cdot s^{\frac{-1}{2}} \cdot r^{\frac{5}{12}} \cdot s^{\frac{5}{6}} \cdot r^{\frac{-2}{3}} = ?$$

Lösung:

$$r^{\frac{3}{4}} \cdot s^{\frac{-1}{3}} \cdot s^{\frac{-1}{2}} \cdot r^{\frac{5}{12}} \cdot s^{\frac{5}{6}} \cdot r^{\frac{-2}{3}} = r^{\frac{9+5-8}{12}} \cdot s^{\frac{-2-3+5}{6}} = r^{\frac{6}{12}} \cdot s^0 = r^{\frac{1}{2}} \cdot 1 = \underline{\underline{\sqrt{r}}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{-1} \cdot \sqrt[6]{a^5}}{\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{-1}} = ?$$

Lösung:

$$\frac{\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{-1} \cdot \sqrt[6]{a^5}}{\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{-1}} = \frac{a^{-\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{2}{3}}} = a^{-\frac{9+5+4}{6}} = a^0 = \underline{\underline{1}}$$

3. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\sqrt[5]{\sqrt[2]{w^5}} + \sqrt[4]{\sqrt[3]{w^6}} = ?$$

Lösung:

$$\sqrt[5]{\sqrt[2]{w^5}} + \sqrt[4]{\sqrt[3]{w^6}} = \sqrt[5]{w^{\frac{5}{2}}} + \sqrt[4]{w^{\frac{6}{3}}} = w^{\frac{5}{2 \cdot 5}} + w^{\frac{6}{3 \cdot 4}} = w^{\frac{1}{2}} + w^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot w^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{2\sqrt{w}}}$$

4. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{8a^{2x+6}}{24a^{2x-6}} = ?$$

Lösung:

$$\frac{8a^{2x+6}}{24a^{2x-6}} = \frac{a^{2x+6-(2x-6)}}{3} = \frac{a^{2x+6-2x+6}}{3} = \frac{a^{12}}{3} = \underline{\underline{\frac{a^{12}}{3}}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$t + 2s - \{ - [- (-2t - s) - 5] - s \} - t = ?$$

Lösung:

$$\begin{aligned} t + 2s - \{ - [- (-2t - s) - 5] - s \} - t &= t + 2s - \{ - [+2t + s - 5] - s \} - t = t + 2s - \{ -2t - s + 5 - s \} - t = \\ t + 2s + 2t + s - 5 + s - t &= \underline{\underline{2t + 4s - 5}} \end{aligned}$$

6. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{12un \cdot (u + b)}{5bx} : \frac{4cn}{20b} : \frac{3ux + 3bx}{5x} : 15u = ?$$

Lösung:

$$\frac{12un \cdot (u + b)}{5bx} : \frac{4cn}{20b} : \frac{3ux + 3bx}{5x} : 15u = \frac{12un(u + b) \cdot 20b \cdot 5x}{5bx \cdot 4cn \cdot 3x(u + b) \cdot 15u} = \underline{\underline{\frac{4}{3cx}}}$$

7. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{\frac{2b}{b-3} - \frac{b}{b+4}}{b+11} : \frac{b^2 + b - 12}{b+11} = ?$$

Lösung:

$$\frac{\frac{2b}{b-3} - \frac{b}{b+4}}{b+11} : \frac{b^2 + b - 12}{b+11} = \frac{\frac{2b(b+4) - b(b-3)}{(b-3)(b+4)}}{b+11} = \frac{2b(b+4) - b(b-3)}{(b-3)(b+4)(b+11)} = \frac{2b^2 + 8b - b^2 + 3b}{(b-3)(b+4)(b+11)} = \frac{b^2 + 11b}{(b-3)(b+4)(b+11)} = \frac{b(b+11)}{(b-3)(b+4)(b+11)} = \underline{\underline{\frac{b}{(b-3)(b+4)}}}$$

8. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{\sqrt{a^3}} = ?$$

Lösung:

$$\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{\sqrt{a^3}} = \frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{3}{2}}} = a^{\frac{4}{6} + \frac{5}{6} - \frac{9}{6}} = a^0 = \underline{\underline{1}}$$

9. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{d^2 c^{-4}}{4a^2 b^{-6}} \div \frac{d^3 c^3}{12a^3 b^{-8}} = ?$$

Lösung:

$$\frac{d^2 c^{-4}}{4a^2 b^{-6}} \div \frac{d^3 c^3}{12a^3 b^{-8}} = \frac{d^2 c^{-4}}{4a^2 b^{-6}} \cdot \frac{12a^3 b^{-8}}{d^3 c^3} = \frac{12a^{3-2} \cdot b^{-8-(-6)} \cdot c^{-4-3} \cdot d^{2-3}}{4} = \frac{3a^1 \cdot b^{-2} \cdot c^{-7} \cdot d^{-1}}{b^2 \cdot c^7 \cdot d}$$

10. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}+1} = ?$$

Lösung:

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}+1} = (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{3}} \cdot (\sqrt{3}+1)^{\frac{1}{3}} = [(\sqrt{3}-1) \cdot (\sqrt{3}+1)]^{\frac{1}{3}} = (3-1)^{\frac{1}{3}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{2}}}$$

11. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\left(\frac{a^2}{x^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2x^2}{5a^3}\right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} = ?$$

Lösung:

$$\left(\frac{a^2}{x^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2x^2}{5a^3}\right)^{-1} \cdot 2ax^{-4} = \frac{a^{-4} \cdot 2^{-1} \cdot x^{-2} \cdot 2 \cdot a \cdot x^{-4}}{x^{-6} \cdot 5^{-1} \cdot a^{-3}} = a^{-4+3+1} \cdot x^{-2+6-4} \cdot 2^{-1+1} \cdot 5^{0+1} = \underline{\underline{5}}$$

12. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{x}{y}}{\frac{a}{b} + \frac{x}{y}} = ?$$

Lösung:

$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{x}{y}}{\frac{a}{b} + \frac{x}{y}} = \frac{\frac{ay - bx}{by}}{\frac{ay + bx}{by}} = \frac{(ay - bx) \cdot by}{by \cdot (ay + bx)} = \underline{\underline{\frac{ay - bx}{ay + bx}}}$$

13. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\left[\left(\frac{2x}{4} \div \frac{1}{3} \right) \div \frac{x}{5} \right] \div 4a = ?$$

Lösung:

$$\left[\left(\frac{2x}{4} \div \frac{1}{3} \right) \div \frac{x}{5} \right] \div 4a = \frac{2x}{4} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{x} \cdot \frac{1}{4a} = \frac{15}{\underline{\underline{8a}}}$$

14. Lösen Sie nach x auf:

$$\frac{40}{3x+4} = \frac{14}{38-2x}$$

Lösung:

$$\frac{40}{3x+4} = \frac{14}{2 \cdot (19-x)}$$

$$\frac{40}{3x+4} = \frac{7}{19-x}$$

$$40 \cdot (19-x) = 7 \cdot (3x+4)$$

$$760 - 40x = 21x + 28$$

$$61x = 732$$

$$x = \underline{\underline{12}}$$

15. Lösen Sie nach x auf:

$$\frac{2a}{x+1} + b = \frac{2b}{x+1} + a$$

Lösung:

$$\frac{2a}{x+1} + b = \frac{2b}{x+1} + a$$

$$\frac{2a-2b}{x+1} = a-b$$

$$2 \cdot (a-b) = (a-b) \cdot (x+1)$$

$$2 = x+1$$

$$x = \underline{\underline{1}}$$

16. Lösen Sie nach x auf:

$$\frac{6}{x+2} + \frac{1}{2x-6} - \frac{5}{6x-18} = \frac{4}{x+2}$$

Lösung:

$$\frac{6}{x+2} + \frac{1}{2 \cdot (x-3)} - \frac{5}{6 \cdot (x-3)} = \frac{4}{x+2}$$

$$36 \cdot (x-3) + 3 \cdot (x+2) - 5(x+2) = 24 \cdot (x-3)$$

$$36x - 108 + 3x + 6 - 5x - 10 = 24x - 72$$

$$34x - 112 = 24x - 72$$

$$10x = 40$$

$$x = \underline{\underline{4}}$$

17. Lösen Sie nach x auf:

$$\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$$

Lösung:

$$\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$$

$$(3x-5)(x-2) - (2x-5)(x-1) = (x-1)(x-2)$$

$$3x^2 - 6x - 5x + 10 - (2x^2 - 2x - 5x + 5) = x^2 - 2x - x + 2$$

$$3x^2 - 6x - 5x + 10 - 2x^2 + 2x + 5x - 5 = x^2 - 2x - x + 2$$

$$-4x + 5 = -3x + 2$$

$$x = \underline{\underline{3}}$$

18. Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen:

$$50a - \{5a - 9a + 7 - 3 \cdot [18a - (9a + 3) - (32a - 15)]\} = ?$$

Lösung:

$$50a - \{5a - 9a + 7 - 3 \cdot [18a - (9a + 3) - (32a - 15)]\}$$

$$50a - \{5a - 9a + 7 - 3 \cdot [18a - 9a - 3 - 32a + 15]\}$$

$$50a - \{5a - 9a + 7 - 3 \cdot [-23a + 12]\}$$

$$50a - \{5a - 9a + 7 + 69a - 36\}$$

$$50a - \{65a - 29\} = 50a - 65a + 29 = \underline{\underline{-15a + 29}}$$

19. Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen:

$$\frac{3a}{2} - \left\{ - \left[\frac{2a}{4} + \left(\frac{c}{4} - \frac{3a}{3} \right) - \left(\frac{c}{2} + \frac{b}{3} \right) + \frac{c}{12} \right] + 2b \right\} = ?$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{3a}{2} - \left\{ - \left[\frac{2a}{4} + \left(\frac{c}{4} - \frac{3a}{3} \right) - \left(\frac{c}{2} + \frac{b}{3} \right) + \frac{c}{12} \right] + 2b \right\} &= \\ \frac{18a}{12} - \left\{ - \left[\frac{6a}{12} + \left(\frac{3c}{12} - \frac{12a}{12} \right) - \left(\frac{6c}{12} + \frac{4b}{12} \right) + \frac{c}{12} \right] + \frac{24b}{12} \right\} &= \\ \frac{18a - \left\{ - \left[6a + 3c - 12a - 6c - 4b + c \right] + 24b \right\}}{12} &= \\ \frac{18a - \left\{ - \left[-6a - 2c - 4b \right] + 24b \right\}}{12} &= \\ \frac{18a - \left\{ 6a + 2c + 4b + 24b \right\}}{12} = \frac{18a - 6a - 2c - 4b - 24b}{12} = \frac{12a - 28b - 2c}{12} = \frac{6a - 14b - c}{6} \end{aligned}$$

20. Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie zusammen:

$$1 - (-a) \cdot \left\{ 1 - (-a) \cdot \left[1 - (-a) \right] \cdot \left(1 - a^2 \right) - (-a) \right\} = ?$$

Lösung:

$$\begin{aligned} 1 - (-a) \cdot \left\{ 1 - (-a) \cdot \left[1 - (-a) \right] \cdot \left(1 - a^2 \right) - (-a) \right\} &= \\ 1 - (-a) \cdot \left\{ 1 - (-a) \cdot \left[1 + a \right] \cdot \left(1 - a^2 \right) + a \right\} &= \\ 1 - (-a) \cdot \left\{ 1 - (-a) \cdot \left(1 - a^2 + a - a^3 \right) + a \right\} &= \\ 1 - (-a) \cdot \left\{ 1 - \left(-a + a^3 - a^2 + a^4 \right) + a \right\} &= \\ 1 - (-a) \cdot \left\{ 1 + a - a^3 + a^2 - a^4 + a \right\} &= \\ 1 - \left\{ -a - a^2 + a^4 - a^3 + a^5 - a^2 \right\} &= \\ 1 + a + a^2 - a^4 + a^3 - a^5 + a^2 = \underline{\underline{1 - a^5 - a^4 + a^3 + 2a^2 + a}} \end{aligned}$$

21. Lösen Sie die folgende Gleichung:

$$10^{1000} \cdot 0,001 \cdot \frac{1}{10} \cdot 10^{-56} = 10^?$$

Lösung:

$$10^{1000} \cdot 0,001 \cdot \frac{1}{10} \cdot 10^{-56} = 10^{1000} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-56} = 10^{1000-3-1-56} = \underline{\underline{10^{940}}}$$

22. Berechnen Sie:

$$21x^2y + 35xy - 7y : (7xy) = ?$$

Lösung:

$$21x^2y + 35xy - 7y : (7xy) = 21x^2y + 35xy - \frac{7y}{7xy} = 21x^2y + 35xy - \frac{1}{x}$$

23. Berechnen Sie:

$$(21m^3 - 32m^2n - 3mn^2 + 10n^3) : (3m - 2n) = ?$$

Lösung:

$$(21m^3 - 32m^2n - 3mn^2 + 10n^3) : (3m - 2n) = ?$$

$$\begin{array}{r} (21m^3 - 32m^2n - 3mn^2 + 10n^3) : (3m - 2n) = \underline{\underline{7m^2 - 6mn - 5n^2}} \\ -(21m^3 - 14m^2n) \\ \hline -18m^2n - 3mn^2 + 10n^3 \\ -(-18m^2n + 12mn^2) \\ \hline -15mn^2 + 10n^3 \\ -(-15mn^2 + 10n^3) \\ \hline 0 \end{array}$$

24. Berechnen Sie:

$$(2z^3 - 18z^2 + 33z - 35) : (z - 7) = ?$$

Lösung:

$$\begin{array}{r} (2z^3 - 18z^2 + 33z - 35) : (z - 7) = \underline{\underline{2z^2 - 4z + 5}} \\ -(2z^3 - 14z^2) \\ \hline -4z^2 + 33z - 35 \\ -(-4z^2 + 28z) \\ \hline 5z - 35 \\ -(5z - 35) \\ \hline 0 \end{array}$$