

# Lineare Funktionen und Gleichungssysteme, GSBM 2014

Prüfungsdauer

■ 80 Minuten

Hilfsmittel

■ **Nicht programmierbarer** Taschenrechner, **ohne CAS!**

Bedingungen

- Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
- Das Resultat ist so weit wie möglich zu vereinfachen.
- Erstellen Sie Skizzen und **kontrollieren Sie Ihre Resultate!**
- Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Zusatzblätter am Ende des Dokuments. Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Seite 11».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname

.....

## Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	D
Punkte	3	3	2	1.5	2	4	3	0.5

Gesamtpunkte
19

Note

**Aufgabe 1**

**3 Punkte**

Berechnen Sie die Gleichungen der Geraden auf Seite 3. Alle Zahlen, ausser den ganzzahligen, müssen als **gekürzte unechte Brüche** (Beispiel:  $y = 7/4 x + 13/2$ ) angegeben werden. Markieren Sie die verwendeten Punkte auf dem entsprechenden Graphen.

a.	0.25
	0.25
	0.25
b.	0.75
	0.75
	0.75
Total 3	

**Lösung:**

sinnvolle Punkte verwendet: (0.25)

$$y_1 = m_1x + b_1 : \quad m_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9}{2} \quad \text{und} \quad b_1 = y_1 - m_1x$$

$$P_1(-3|6) \text{ eingesetzt:} \quad b_1 = 6 - \left(\frac{9}{2}\right) \cdot (-3) = \frac{39}{2} \quad \text{somit:} \quad y_1 = \frac{9}{2} x + \frac{39}{2}$$

gekürzte unechte Brüche: (0.25)

sinnvolle Punkte verwendet: (0.25)

$$y_2 = m_2x + b_2 : \quad m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{7}{4} \quad \text{und} \quad b_2 = y_2 - m_2x$$

$$P_2(3|7) \text{ eingesetzt:} \quad b_2 = 7 - \left(-\frac{7}{4}\right) \cdot (3) = \frac{49}{4} \quad \text{somit:} \quad y_2 = -\frac{7}{4} x + \frac{49}{4}$$

gekürzte unechte Brüche: (0.25)

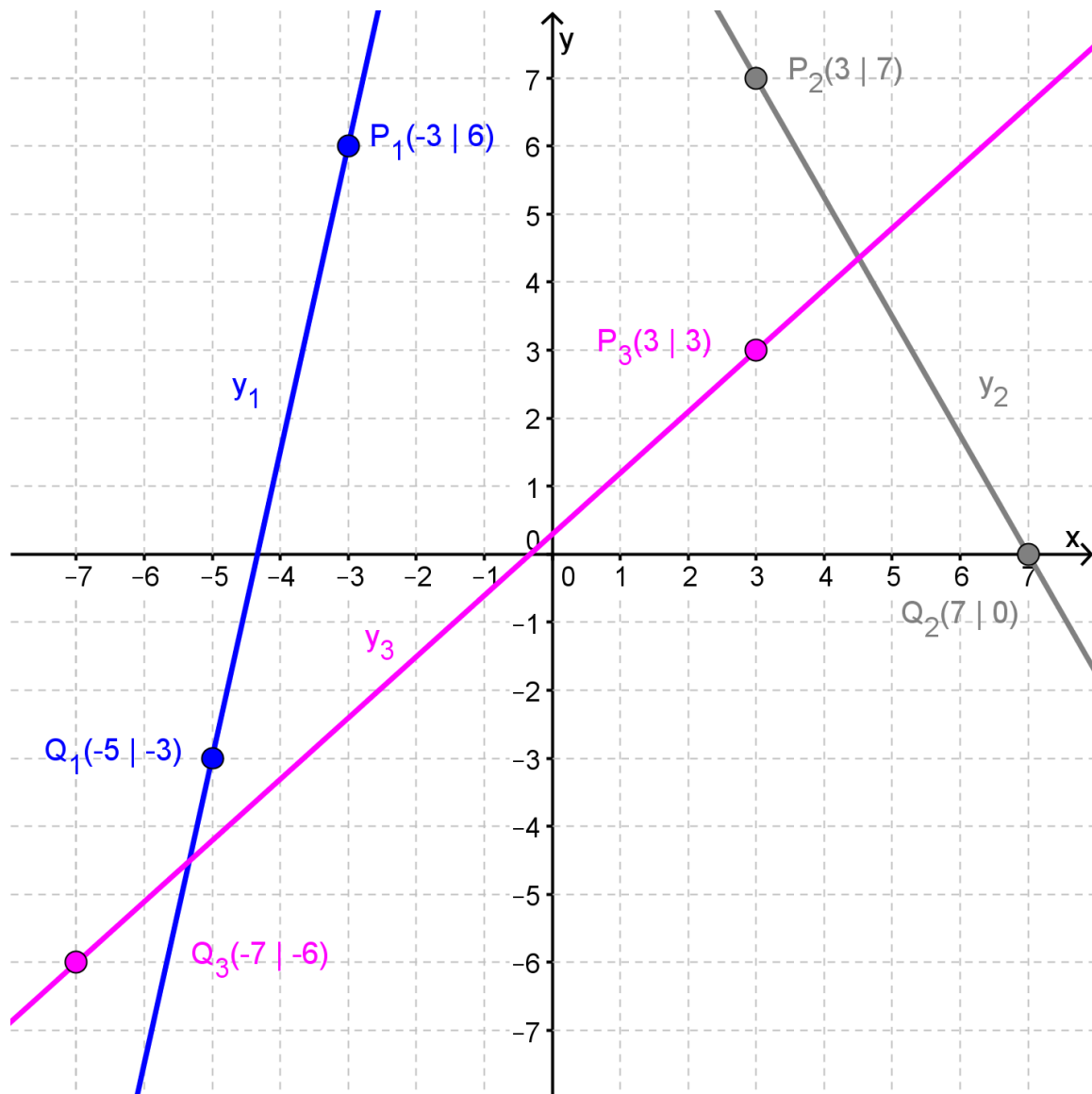
sinnvolle Punkte verwendet: (0.25)

$$y_3 = m_3x + b_3 : \quad m_3 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9}{10} \quad \text{und} \quad b_3 = y_3 - m_3x$$

$$P_3(3|3) \text{ eingesetzt:} \quad b_3 = 3 - \left(\frac{9}{10}\right) \cdot 3 = \frac{3}{10} \quad \text{somit:} \quad y_3 = \frac{9}{10} x + \frac{3}{10}$$

gekürzte unechte Brüche: (0.25)

Graphen für die Aufgabe 1:



*Bewertung pro Funktionsgleichung:*

- a. sinnvolle Punkte für die Berechnung verwendet (0.25)  
 b. für jede korrekte Funktionsgleichung **(gekürzte unechte Brüche)** (0.75)

$$y_1 = \frac{9}{2}x + \frac{39}{2}$$

$$y_2 = -\frac{7}{4}x + \frac{49}{4}$$

$$y_3 = \frac{9}{10}x + \frac{3}{10}$$

**Aufgabe 2****3 Punkte**

Zeichnen Sie die folgenden Geraden ins nebenstehende Koordinatensystem ein.  
Wählen Sie zum Einzeichnen **ganzzahlige Koordinaten**.  
Die gewählten Punkte müssen klar erkennbar sein! Beschriften Sie die Geraden!

a.  $y_1 = 4.5x - 17.5$

b.  $y_2 = -\frac{3}{8}x + \frac{31}{8}$

c.  $y_3 = -3x - 12$

a.	1
b.	1
c.	1
Total 3	

**Lösung:**

a.  $y_1 = 4.5x - 17.5$ :

$x = 3 \rightarrow y = 4.5 \cdot 3 - 17.5 = -4 \rightarrow \underline{P_1(3|-4)} \quad (0.5)$

zweiter Punkt über Steigung (0.5)

b.  $y_2 = -\frac{3}{8}x + \frac{31}{8}$ :

$x = 5 \rightarrow y = -\frac{3}{8} \cdot 5 + \frac{31}{8} = 2 \rightarrow \underline{P_2(5|2)} \quad (0.5)$

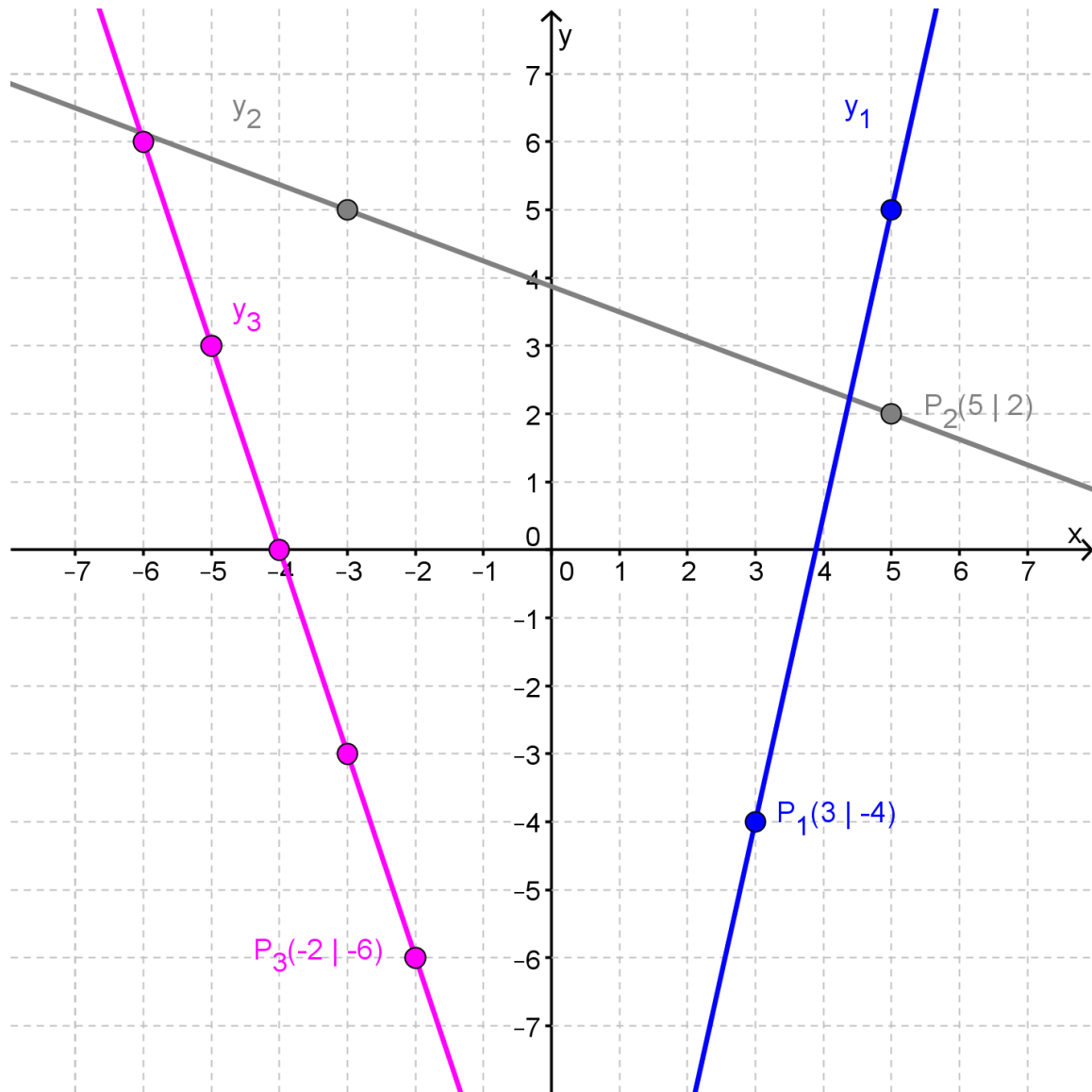
zweiter Punkt über Steigung (0.5)

c.  $y_3 = -3x - 12$ :

$x = -2 \rightarrow y = -3 \cdot (-2) - 12 = -6 \rightarrow \underline{P_3(-2|-6)} \quad (0.5)$

zweiter Punkt über Steigung (0.5)

Koordinatensystem für die Aufgabe 2:

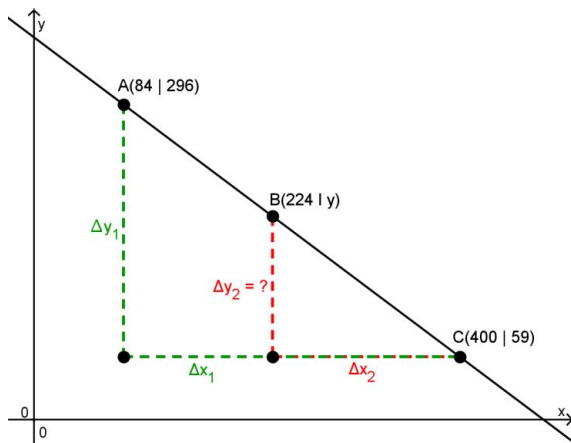


## Aufgabe 3

2 Punkte

Die Punkte A(84|296), B(224|y) und C(400|59) liegen auf einer Geraden.  
Berechnen Sie die fehlende y-Koordinate. Tipp: Skizze!

Überlegungsskizze:



0.5
0.5
0.5
0.5

Total 2

Lösung 1:

$$m_1 = m_2$$

$$\frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} \quad (0.5)$$

$$\frac{296 - 59}{84 - 400} = \frac{y - 59}{224 - 400} \quad (0.5)$$

$$\frac{237}{-316} = \frac{y - 59}{-176}$$

$$y - 59 = \frac{237 \cdot (-176)}{-316} = 132 \quad (0.5)$$

$$y = 132 + 59 = \underline{\underline{191}} \rightarrow \underline{\underline{B(224|191)}} \quad (0.5)$$

oder

Lösung 2:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{296 - 59}{84 - 400} = -\frac{3}{4} \quad (0.5)$$

$$b = y - mx = 296 - \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot 84 = \underline{\underline{359}} \quad | A(84|296) \text{ und } m \text{ in } y = mx + b \quad (0.5)$$

$$\text{somit: } y = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x + 359}} \quad (0.5)$$

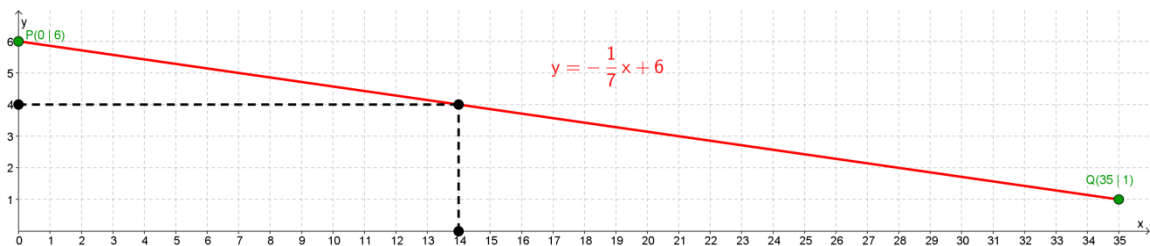
$$B \text{ eingesetzt: } y = -\frac{3}{4} \cdot 224 + 359 = \underline{\underline{191}} \rightarrow \underline{\underline{B(224|191)}} \quad (0.5)$$

**Aufgabe 4****1.5 Punkte**

Frau Campos legt bei einem Dictée die Notenskala wie folgt fest:  
 0 Fehler  $\mapsto$  Note 6 und 35 Fehler  $\mapsto$  Note 1

- a. Geben Sie die Gleichung der linearen Funktion  $y = f(x)$  an.  
 Dabei bedeutet  $y$  die Note und  $x$  die Anzahl Fehler.
- b. Welche Fehlerzahl entspricht der Note 4?

a.	0.5
	0.5
b.	0.5
Total 1.5	

**Überlegungsskizze:****Lösung:**

$$a. m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{5}{35} = -\frac{1}{7} \quad (0.5)$$

$$b = \underline{6}$$

$$y = -\frac{1}{7}x + 6 \quad (0.5)$$

oder

$$(1) \quad 0 \text{ Fehler} \rightarrow \text{Note } 6: \quad 6 = m \cdot 0 + b \rightarrow b = 6$$

$$(2) \quad 35 \text{ Fehler} \rightarrow \text{Note } 1: \quad 1 = m \cdot 35 + b \rightarrow m = -\frac{1}{7}$$

$$b. \text{ Ansatz: } y = f(x) = 4$$

$$y = -\frac{1}{7}x + 6 = 4$$

$$2 = \frac{1}{7}x \rightarrow x = \underline{14} \quad (0.5)$$

14 Fehler ergeben die Note 4.

**Aufgabe 5**

**2 Punkte**

Bestimmen Sie den Definitionsbereich D und die Lösungsmenge L des Systems.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\left| \begin{array}{l} (x-1) \cdot (2y+5) = (y+1) \cdot (2x-1) \\ (2x+7) \cdot (y-2) = (2y-3) \cdot (x+2) \end{array} \right| \quad (x; y) = ?$$

**Lösung:**

D =  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  (0.25)

~~2xy~~ + 5x - 2y - 5 = ~~2xy~~ - y + 2x - 1      |ordnen, vereinfachen      (1)

3x - y = 4      |·(-3)      (1a)      (0.25)

~~2xy~~ - 4x + 7y - 14 = ~~2xy~~ + 4y - 3x - 6      |ordnen, vereinfachen      (2)

x - 3y = -8      (2a)      (0.25)

aus (1a): -9x + 3y = -12      (1b)

(2a):  $\frac{x - 3y = -8}{\phantom{x - 3y = -8}}$       (2a)

(1b)+(2a): -8x = -20      (0.25)

$x = \frac{5}{2}$       (3)      (0.25)

(3) in (1a):  $3 \cdot \frac{5}{2} - 4 = y$

$y = \frac{15}{2} - 4 = \frac{7}{2}$       (4)      (0.25)

Kontrolle:  $\underbrace{\left(\frac{5}{2}-1\right) \cdot \left(2 \cdot \frac{7}{2}+5\right)}_{18} = \underbrace{\left(\frac{7}{2}+1\right) \cdot \left(2 \cdot \frac{5}{2}-1\right)}_{18}$       (wahr)

Kontrolle:  $\underbrace{\left(2 \cdot \frac{5}{2}+7\right) \cdot \left(\frac{7}{2}-2\right)}_{18} = \underbrace{\left(2 \cdot \frac{7}{2}-3\right) \cdot \left(\frac{5}{2}+2\right)}_{18}$       (wahr)

somit:  $L = \left\{ \left( \frac{5}{2}; \frac{7}{2} \right) \right\}$       (0.5)

0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.5
Total 2



**Aufgabe 6**

**4 Punkte**

Legen Sie **genau** fest was Sie mit  $x$  bzw. mit  $y$  bezeichnen und stellen Sie die zur Lösung notwendigen Gleichungen auf. Das Gleichungssystem ist **nicht** aufzulösen!

**Aufgabenstellung:** Jemand hat für seinen Urlaub von bestimmter Dauer eine bestimmte Summe Geldes gespart. Gibt er täglich CHF 36 aus, so kommt er mit dem Geld neun Tage länger aus als vorgesehen; gibt er aber täglich CHF 51 Franken aus, so muss er seinen Urlaub um einen Tag abkürzen.

Wie lange sollte seine Urlaubsreise dauern, und wie viel Geld hatte er gespart?

Notizen, Überlegungen:

	Variante 1	Variante 2
Dauer des Urlaubs in Tagen [Tagen]	$x + 9$	$x - 1$
Ausgaben pro Tag $\left[ \frac{\text{CHF}}{\text{Tag}} \right]$	36	51
Totalkosten in Franken [CHF]	$y = (x + 9) \cdot 36$	$y = (x - 1) \cdot 51$

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5

Total 4

Festlegung der gesuchten Variablen (genaue Bedeutung inkl. Einheiten):

2 Pkt.

$x$  = Dauer der Urlaubsreise in Tagen  
 $y$  = Gespartes Geld in CHF

Gleichungen:

2 Pkt.

(1)  $y = (x + 9) \cdot 36$

(2)  $y = (x - 1) \cdot 51$

**Aufgabe 7**

**3 Punkte**

Bestimmen Sie den Definitionsbereich D und die Lösungsmenge L des Systems.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{cases} \frac{3}{5x} - \frac{4}{3y} = \frac{8}{15} \\ \frac{2}{3x} - \frac{5}{2y} = \frac{1}{12} \end{cases} \quad (x; y) = ?$$

**Lösung:**

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (0.5)$$

$$(1) \quad \frac{3}{5x} - \frac{4}{3y} = \frac{8}{15} \quad \left| \cdot \left( \frac{2}{3} \right) \right.$$

$$(2) \quad \frac{2}{3x} - \frac{5}{2y} = \frac{1}{12} \quad \left| \cdot \left( -\frac{3}{5} \right) \right.$$

$$(1a) \quad \frac{6}{15x} - \frac{8}{9y} = \frac{16}{45} \quad (0.25)$$

$$(2a) \quad -\frac{6}{15x} + \frac{3}{2y} = -\frac{1}{20} \quad (0.25)$$

$$(1a)+(2a) \quad -\frac{8}{9y} + \frac{3}{2y} = \frac{16}{45} - \frac{1}{20} \quad (0.5)$$

$$-\frac{16}{18y} + \frac{27}{18y} = \frac{11}{36}$$

$$\frac{11}{18y} = \frac{11}{36}$$

$$(3) \quad y = 2 \quad (0.5)$$

$$(3) \text{ in } (2) \quad \frac{2}{3x} - \frac{5}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{2}{3x} = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \quad (0.5)$$

somit:  $L = \left\{ \left( \frac{1}{2}; 2 \right) \right\} \quad (0.5)$

0.5
0.25
0.25
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
Total 3

