

# Gleichungssysteme und Ungleichungen 2012, TBM

- Prüfungsdauer                    ■ 70 Minuten
- Hilfsmittel                        ■ Taschenrechner ohne CAS!
- Bedingungen                    ■ **Wahlaufgaben 4 bzw. 5:** Sie können wählen, welche Aufgabe Sie lösen. Es wird nur eine Wahlaufgabe bewertet!
- Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
- Das Resultat ist soweit als möglich zu vereinfachen.
- **Kontrollieren Sie Ihre Resultate!**
- Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte eigene Zusatzblätter. Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Zusatzblatt».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname .....

### Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4 (W)	5 (W)	6	7	Darstellung
Punkte	4	3	4	4	4	4	3	1

Gesamtpunkte
23

Note

**Aufgabe 1**

**4 Punkte**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Systems mit dem Gauss-Verfahren.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 4x + 5y + z = 3 \\ -2x + y - 3z = 5 \end{cases}$$

$(x; y; z) = ?$

	x	y	z	
E	1	-1	1	0
	4	5	1	3
-4E	-4	4	-4	0
	-2	1	-3	5
2E	2	-2	2	0
E	0	9	-3	3
	0	-1	-1	5
$\frac{1}{3} \cdot E$	0	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
	0		$-\frac{4}{3}$	$\frac{16}{3}$

$D = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  (1/4)

$x - 1(-1) + (-4) = 0$

$x = 4 - 1 = \underline{3}$  (1/2)

$9y - 3 \cdot (-4) = 3$

$9y = -9$

$y = \underline{-1}$  (1/2)

$z = \underline{-4}$  (1/4)

$L = \{ (3; -1; -4) \}$  (1)

0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.5
0.5
0.5
Dok. 0.5

Total 4

**Aufgabe 2**

**3 Punkte**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Systems.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 3v + 1 = 4u + 5w \\ u - 7w = 14 - 2v \\ 9w + 1 = 5v - 6u \end{cases}$$

$(u; v; w) = ?$

0.25
0.5
0.25
0.5
0.25
0.25
0.5
0.25

Total 3

$D = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  (1/4)

(1)  $4u - 3v + 5w = 1$  | · 2

(2)  $u + 2v - 7w = 14$  | · 3 | · 5

(3)  $6u - 5v + 9w = -1$  | · 2

(1a)  $8u - 6v + 10w = 2$

(2a)  $3u + 6v - 21w = 42$

---

(1a)+(2a):  $11u - 11w = 44$  (1/11) | : 11

$u - w = 4$  (1/4) (3)

(2b)  $5u + 10v - 35w = 70$

(3a)  $12u - 10v + 18w = -2$

---

(2b)+(3a):  $17u - 17w = 68$  (1/17) | : 17

$u - w = 4$  (1/4) (4)

da (3) = (4)  $\Rightarrow$  allgemeingültig!

sei  $w = \lambda$  (1/4)  $\Rightarrow$   $u = \frac{4 + \lambda}{1}$  (1/4)

(5) und (6) in (2):  $v = \frac{14 + 7\lambda - (4 + \lambda)}{2} = \frac{10 + 6\lambda}{2} = 3\lambda + 5$  (1/4)

$L = \left\{ (4 + \lambda; 3\lambda + 5; \lambda) \right\}$  (1/4)

**Aufgabe 3**

**4 Punkte**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Systems mit einer geeigneten Substitution.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{5q}{4p+q} = 1 - \frac{3}{2p-4q} \\ \frac{7q}{4p+q} = \frac{1}{3} - \frac{5}{2p-4q} \end{array} \right| \quad (p; q) = ?$$

$D = \left\{ p \in \mathbb{R} \wedge q \in \mathbb{R} \mid p \neq 2q \wedge p \neq -\frac{q}{4} \right\}$	(0.5)
Substitution: $u = \frac{q}{4p+q}$ und $v = 2p-4q$	(0.5)
somit: $5u = 1 - \frac{3}{v}$ (1a) $\quad   \cdot 7$	
$7u = \frac{1}{3} - \frac{5}{v}$ (2a) $\quad   \cdot 5$	
aus (1a): $35u = 7 - \frac{21}{v}$ (1b)	
aus (2a): $35u = \frac{5}{3} - \frac{25}{v}$ (2b)	
(1b) = (2a): $7 - \frac{21}{v} = \frac{5}{3} - \frac{25}{v}$ $\quad   \cdot TU$	(0.5)
$\frac{4}{v} = -\frac{16}{3}$ $\quad   \cdot TU$	
$4v = -3$ $\quad   \cdot TU$	
$v = -\frac{3}{4}$ (3)	(0.5)
(3) in (1a): $5u = 1 - \frac{3 \cdot 4}{-3} = 5 \rightarrow u = 1$	(0.5)
Rücksubst.: $1 = \frac{q}{4p+q}$ (4)	
$-\frac{3}{4} = 2(p-2q)$ (5)	
aus (4): $4p+q = q$ (4a)	
$p = 0$ (4b)	(0.5)
(4b) in (5): $-\frac{3}{4} = 2(-2q) = -4q$ (5a)	
$q = \frac{3}{16}$	(0.5)
$L = \left\{ (p; q) \left( 0; \frac{3}{16} \right) \right\}$	(0.5)

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
Total 4

**Aufgabe 4, Wahlaufgabe 1**

**4 Punkte**

Legen Sie **genau** fest was Sie mit  $x$  bzw. mit  $y$  bezeichnen und stellen Sie die zur Lösung notwendigen Gleichungen auf. Das Gleichungssystem ist **nicht** aufzulösen!

**Aufgabenstellung:** Die Firma «Freakevent» organisiert für die Bank «Fair» einen Kundenanlass im Theater Luzern. Von der Kategorie A werden 215 Plätze mehr als von der Kategorie B gekauft. Ein Platz der Kategorie B kostet CHF 11.– weniger als ein Platz der Kategorie A. Die Gesamtkosten für die Kategorie A betragen CHF 11'025. Für die Kategorie B betragen die Gesamtkosten CHF 2'400. –.

Wie viele Plätze von der Kategorie B stellt die Bank «Fair» ihren Kunden zur Verfügung?

0.5
0.5
0.5
0.5
1
1

Total 4

**Notizen, Überlegungen :**

	Kategorie A	Kategorie B
Anzahl	$x + 215$	$x$
Kosten pro Platz	$y + 11$	$y$
Gesamtkosten	11'025	2'400

**Festlegung der gesuchten Variablen (genaue Bedeutung inkl. Einheiten) :** **2 Pkt.**

$x$  = Anzahl Plätze der Kategorie B

$y$  = Kosten pro Platz für die Kategorie B

**Gleichungen :** **2 Pkt.**

(1)  $xy = 2'400$

(2)  $(x + 215)(y + 11) = 11'025$

**Aufgabe 5, Wahlaufgabe 2**

**4 Punkte**

Legen Sie **genau** fest was Sie mit x bzw. mit y bezeichnen und stellen Sie die zur Lösung notwendigen Gleichungen auf. Das Gleichungssystem ist **nicht** aufzulösen!

**Aufgabenstellung:** Setzt man im Musiksaal 6 Sängerinnen auf jede Bank, so haben 5 Sängerinnen keinen Platz. Setzt man dagegen 7 Sängerinnen auf jede Bank, so kommen auf die letzte Bank nur 3 Sängerinnen.

Aus wie vielen Sängerinnen besteht der Chor?

0.5
0.5
0.5
0.5
1
1

Total 4

**Notizen, Überlegungen :**

1. Aussage

2. Aussage

**Festlegung der gesuchten Variablen (genaue Bedeutung inkl. Einheiten):** **2 Pkt.**

S = Anzahl Sängerinnen  
n = Anzahl Sitzbänke

**Gleichungen:** **2 Pkt.**

(1)  $S = 6 \cdot n + 5$   
(2)  $S = 7 \cdot n - 4$  oder  $S = (n - 1) \cdot 7 + 3$

**Aufgabe 6**

**4 Punkte**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung.  $G = \mathbb{R}$

$$\frac{x-1}{x+3} \leq \frac{x+1}{x-3}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\} \quad (1\frac{1}{2})$$

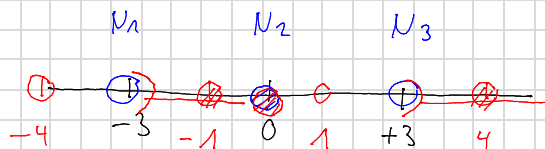
$$\frac{x-1}{x+3} \cdot \frac{x-3}{x-3} - \frac{x+1}{x-3} \cdot \frac{x+3}{x+3} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - 4x + 3 - (x^2 + 4x + 3)}{(x+3)(x-3)} \leq 0 \quad (1\frac{1}{2})$$

$$\frac{\cancel{x^2} - 4x + 3 - \cancel{x^2} - 4x - 3}{(x+3)(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{-8x}{(x+3)(x-3)} \leq 0 \quad /: (-8) \quad (1\frac{1}{2})$$

$$\frac{x}{(x+3)(x-3)} \geq 0 \quad (1\frac{1}{2})$$



$$T(-4): \frac{-4}{(-1)(-7)} \geq 0 \quad (f) \quad (1\frac{1}{4})$$

$$T(-1): \frac{-1}{(2)(-4)} \geq 0 \quad (w) \quad (1\frac{1}{4}) \quad L = \{x \mid -3 < x \leq 0 \vee x > 3\} \quad (1\frac{1}{2})$$

$$T(1): \frac{1}{4 \cdot (-2)} \geq 0 \quad (f) \quad (1\frac{1}{4})$$

$$T(4): \frac{4}{7 \cdot 1} \geq 0 \quad (w) \quad (1\frac{1}{4})$$

0.5
0.5
0.5
0.5
0.25
0.25
0.25
0.25
0.5
0.5

Total 4

## Aufgabe 7

3 Punkte

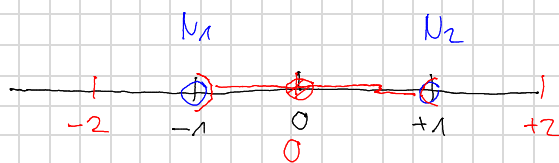
Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung.  $G = \mathbb{R}$ 

$$\frac{3x-1}{2x+2} + \frac{x-1}{3x+3} - \frac{7x-3}{4x+4} < 0$$

$$\frac{3x-1}{2(x+1)} \cdot \frac{6}{6} + \frac{x-1}{3(x+1)} \cdot \frac{4}{4} - \frac{7x-3}{4(x+1)} \cdot \frac{3}{3} < 0 \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \quad (1/2)$$

$$\frac{18x-6 + 4x-4 - 21x+9}{12(x+1)} < 0 \quad (1/2) \quad | \cdot 12$$

$$\frac{x-1}{x+1} < 0 \quad (1/2)$$



$$T(-2): \frac{-3}{-1} < 0 \quad (f) \quad (1/4)$$

$$T(0): \frac{-1}{1} < 0 \quad (w) \quad (1/4)$$

$$T(2): \frac{1}{3} < 0 \quad (f) \quad (1/4)$$

$$\text{result: } L = \{x \mid -1 < x < 1\} \quad (3/4)$$

0.5

0.5

0.5

0.25

0.25

0.25

0.75

Total 3