

Klammern, Multiplikation und Division 2014, TBM

Prüfungsdauer

■ 60 Minuten

Hilfsmittel

■ **Nicht programmierbarer** Taschenrechner, **ohne CAS!**

Bedingungen

- Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
- Das Resultat ist soweit wie möglich zu vereinfachen.
- Kontrollieren Sie Ihre Resultate!
- Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte das Zusatzblatt am Ende des Dokuments. Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Seite 8».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname

Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Gesamtpunkte
Punkte	2	1	2	2	1.5	1.5	2	12

Note

Aufgabe 1

2 Punkte

Ergänzen Sie die leeren Stellen unter Benutzung der binomischen Strukturen!

a. $(\boxed{7ab} - \boxed{4})^2 = \boxed{49a^2b^2} - \boxed{56ab} + \boxed{16}$

b. $(\boxed{10x} - \boxed{9y})^2 = \boxed{100x^2} - \boxed{180xy} + \boxed{81y^2}$

c. $(\boxed{7a} + \boxed{3}) \cdot (\boxed{3} - \boxed{7a}) = \boxed{9} - \boxed{49a^2}$

d. $(\boxed{4\Delta} - \boxed{O^2})^2 = \boxed{16\Delta^2} - \boxed{8\Delta O^2} + \boxed{O^4}$

a.	0.5
b.	0.5
c.	0.5
d.	0.5
Total 2	

Aufgabe 2

1 Punkt

Strukturelles Denken. Zerlegen Sie in möglichst viele Faktoren.

a. $\Delta(\square - \bigcirc) - (\square - \bigcirc) = ?$

$\Delta(\square - \bigcirc) - (\square - \bigcirc) = \underline{\underline{(\square - \bigcirc)(\Delta - 1)}}$

b. $(\bigcirc - \Delta)(\square - 1) - \bigcirc + \Delta = ?$

$\underbrace{(\bigcirc - \Delta)(\square - 1) - (\bigcirc - \Delta)}_{(0.25)} = (\bigcirc - \Delta)(\square - 1 - 1) = \underline{\underline{(\bigcirc - \Delta)(\square - 2)}}$
(0.25)

c. $-\Delta \cdot \square + \Delta^3 \cdot \square - \Delta^2 \cdot \square = ?$

$\Delta^3 \cdot \square - \Delta^2 \cdot \square - \Delta \cdot \square = \underline{\underline{(\Delta \cdot \square)(\Delta^2 - \Delta - 1)}}$

a.	0.25
b.	0.25
	0.25
c.	0.25
Total 1	

Aufgabe 3

2 Punkte

a. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$3a - 2 \cdot \{a^2 - 3 \cdot [a - 2 \cdot (1 - a)(2 + a) - 2] - 2a\} - 12 = ?$$

Lösung:

$$3a - 2 \cdot \{a^2 - 3 \cdot [a - (2 - 2a)(2 + a) - 2] - 2a\} - 12 = ?$$

$$3a - 2 \cdot \{a^2 - 3 \cdot [a - (4 - 2a - 2a^2) - 2] - 2a\} - 12 =$$

(0.25)

$$3a - 2 \cdot \{a^2 - 3 \cdot [a - 4 + 2a + 2a^2 - 2] - 2a\} - 12 =$$

$$3a - 2 \cdot \{a^2 - 3a + 12 - 6a - 6a^2 + 6 - 2a\} - 12 =$$

(0.25)

$$3a - 2 \cdot \{-5a^2 - 11a + 18\} - 12 =$$

$$3a + 10a^2 + 22a - 36 - 12 = \underline{\underline{10a^2 + 25a - 48}}$$

(0.5)

b. Verwandeln Sie in ein Produkt:

$$9(a+b)^2 - 12(a+b) - 5 = ?$$

Lösung:

$$9(a+b)^2 - 12(a+b) - 5 = ?$$

$$\overbrace{9(\quad)^2 - 12(\quad) - 5}^{(0.25)} = \overbrace{[3(\quad) - 5][3(\quad) + 1]}^{(0.5)} = [3(a+b) - 5][3(a+b) + 1] = \underline{\underline{\overbrace{(3a + 3b - 5)(3a + 3b + 1)}^{(0.25)}}}}$$

$$\begin{matrix} \binom{(-)9(\quad)}{3(\quad)3(\quad)} & \begin{matrix} -(-1)(5) \\ (5)(-1) \\ (1)(-5) \\ (-5)(1) \end{matrix} \end{matrix}$$

a.	0.25
	0.25
	0.5
b.	0.25
	0.5
	0.25
	<input type="text"/>
Total 2	

Aufgabe 4

2 Punkte

Schreiben Sie als **einen gekürzten** Bruch:

$$\frac{1}{h-1} - \frac{4}{4h+4} + \frac{h-2}{h^2-h-2} - \frac{3h+6}{3h^2+3h+3} = ?$$

0.5
0.5
0.5
0.5

Lösung:

$$\frac{1}{h-1} - \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}(h+1)} + \frac{\cancel{h-2}}{(h+1)\cancel{(h-2)}} - \frac{\cancel{3}(h+2)}{\cancel{3}(h^2+h+1)} =$$

|faktorisieren und kürzen (0.5)

$$\frac{1}{h-1} - \frac{\cancel{1}}{\cancel{h+1}} + \frac{\cancel{1}}{h+1} - \frac{h+2}{h^2+h+1} =$$

|zusammenfassen (0.5)

$$\frac{1}{h-1} \cdot \frac{h^2+h+1}{h^2+h+1} - \frac{h+2}{h^2+h+1} \cdot \frac{h-1}{h-1} =$$

|gleichnamig machen (0.5)

$$\frac{h^2+h+1 - (h^2+h-2)}{HN} =$$

|Zähler ausrechnen

$$\frac{h^2+h+1-h^2-h+2}{HN} = \frac{3}{\underbrace{(h-1)(h^2+h+1)}_{h^3 - h^2 + h^2 - h - 1}} = \frac{3}{h^3-1}$$

|zusammenfassen (0.5)

Total 2

Aufgabe 5

1.5 Punkte

Bringen Sie den Term auf die einfachste Form:

$$\frac{1}{b(abc+a+c)} - \frac{a+\frac{1}{b}}{a+\frac{c}{bc+1}} = ?$$

0.25

0.25

0.5

0.5

--

Total 1.5

Lösung:

$$\frac{1}{b(abc+a+c)} - \frac{\frac{ab+1}{b}}{\frac{abc+a+c}{bc+1}} = \quad (0.25)$$

$$\frac{1}{b(abc+a+c)} - \frac{ab+1}{b} \cdot \frac{bc+1}{abc+a+c} = \quad (0.25)$$

$$\frac{1 - (ab^2c + ab + bc + 1)}{b(abc+a+c)} = \quad (0.5)$$

$$\frac{\cancel{1} - ab^2c - ab - bc \cancel{1}}{b(abc+a+c)} =$$

$$\frac{-b(\cancel{abc+a+c})}{b(\cancel{abc+a+c})} = \underline{\underline{-1}} \quad (0.5)$$

Aufgabe 6

1.5 Punkte

Vereinfachen Sie den Mehrfachbruch:

$$\frac{1}{z + \frac{1}{z + \frac{1}{z + \frac{1}{z}}}} = ?$$

0.5
0.5
0.5
Total 1.5

Lösung:

$$\frac{1}{z + \frac{1}{z + \frac{1}{z + \frac{1}{z}}}} = \frac{1}{z + \frac{1}{z + \frac{z}{z^2 + 1}}} = \quad (0.5)$$

$$\frac{1}{z + \frac{1}{z + \frac{z}{z^2 + 1}}} = \frac{1}{z + \frac{z^2 + 1}{z^3 + z + z}} = \frac{1}{z + \frac{z^2 + 1}{z^3 + 2z}} = \quad (0.5)$$

$$\frac{1}{z + \frac{z^2 + 1}{z^3 + 2z}} = \frac{z^3 + 2z}{z^4 + 2z^2 + z^2 + 1} = \frac{z(z^2 + 2)}{\underline{\underline{z^4 + 3z^2 + 1}}} = \frac{z^3 + 2z}{\underline{\underline{z^4 + 3z^2 + 1}}} \quad (0.5)$$

Aufgabe 7

2 Punkte

Welche Zahl muss man für **k** einsetzen, damit die folgende Division ohne Rest aufgeht?

$$(x^5 - 7x^4 - 10x^3 - kx^2 - 24x - 35) : (x^3 - 5x + 7) = ? \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Lösung:

$$(x^5 - 7x^4 - 10x^3 - kx^2 - 24x - 35) : (x^3 - 5x + 7) = \underline{\underline{x^2 - 7x - 5}}$$

$$\begin{array}{r} +x^5 \quad \quad + \quad \quad -5x^3 + 7x^2 \\ \hline -7x^4 - 5x^3 - 7x^2 - kx^2 - 24x - 35 \end{array} \quad (0.25) \quad (0.25) \quad (0.25)$$

$$\begin{array}{r} + \quad \quad - \quad \quad + \\ -7x^4 \quad +35x^2 \quad -49x \\ \hline -5x^3 - 42x^2 - kx^2 + 25x - 35 \end{array} \quad (0.25)$$

$$\begin{array}{r} + \quad \quad - \quad \quad + \\ -5x^3 \quad \quad +25x - 35 \\ \hline -42x^2 - kx^2 \quad (\text{Rest}) \end{array} \quad (0.25)$$

0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.5
Total 2

Ansatz:

Rest = 0

$$\begin{array}{l} -42x^2 - kx^2 = 0 \quad | : x^2 \\ -42 - k = 0 \quad | +k \\ \underline{\underline{k = -42}} \quad (0.5) \end{array}$$

Man muss **-42** für **k** einsetzen, damit die Division aufgeht!

