Lösungen:

BM - Math. Prüfung:	Klammern / Multiplikation / Division	A

1. Aufgabe: Vereinfachen Sie:

a) $7a - [\,3a - (7 + 5b)] + [\,a - (\,4 - 6b)] - (2a + 7b) = \underline{\underline{3a + 4b + 3}}$

b) $8a - \{\,a + [(3a - 2b) - (5a + 3b)] - [(-a + 6b)]\} = \underline{\underline{8a + 11b}}$

2. Aufgabe: Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $$\frac{x^2 - b^2y^2}{x^2 + axy - bxy - aby^2} = \frac{(x-by)(x+by)}{x(x-by)+ay(x-by)} =$$

$$\frac{\cancel{(x-by)}(x+by)}{\cancel{(x-by)}(x+ay)} = \frac{x+by}{x+ay} = \underline{\underline{\frac{by+x}{ay+x}}}$$

b) $$\frac{a - \frac{a^3 - a^2b + ab^2}{b^2}}{(b^2 - a^2)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{b+1}\right)\left(a + \frac{ab}{b^2}\right)} = \frac{\frac{\cancel{ab^2} - a^3 + a^2b - \cancel{ab^2}}{b^2}}{(b^2-a^2)\left(\frac{\cancel{b}+1-\cancel{b}}{b(b+1)}\right)\left(\frac{ab+a}{b}\right)}$$

$$\frac{\frac{a^2(-a+b)}{b^2}}{(b^2-a^2)\left(\frac{1}{b\cancel{(b+1)}}\right)\cdot\left(\frac{a\cancel{(b+1)}}{b}\right)} = \frac{a^2\cancel{(-a+b)}\cdot\cancel{b}\cdot\cancel{b}}{\cancel{b^2}\cancel{(b-a)}(b+a)\,a}$$

$$= \underline{\underline{\frac{a}{a+b}}}$$

3. Aufgabe: Schreiben Sie den folgenden Ausdruck als Bruch in gekürzter Form:

$$\left(\frac{1}{1+a} - \frac{1}{1-a}\right) : \left(\frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-\frac{1}{a}}\right)$$

$$\frac{\cancel{1} - a - \cancel{1} - a}{(1+a)(1-a)} : \left(\frac{1}{\frac{a+1}{a}} + \frac{1}{\frac{a-1}{a}}\right) =$$

$$\frac{-2a}{(1+a)(1-a)} : \left(\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1}\right) = \frac{-2a}{(1+a)(1-a)} : \frac{a^2 - \cancel{a} + a^2 + \cancel{a}}{(a+1)(a-1)}$$

$$\frac{\cancel{-2}a}{\cancel{(1+a)}\cancel{(1-a)}} \cdot \frac{\cancel{(a+1)}\cancel{(a-1)}}{\cancel{2}a^2} = \underline{\underline{\frac{1}{a}}}$$

4. Aufgabe: Führen Sie folgende Division aus:

$$(4ab^2 + 3a^3 - 7a^2b + 2a^2 + 3a - 2ab - 4b + 3) : (3a - 4b + 2) = a^2 - ab + 1 + \frac{1}{3a-4b+2}$$

$$
\begin{array}{l}
3a^3 - 7a^2b + 4ab^2 + 2a^2 - 2ab + 3a - 4b + 3 = \\
(\mp 3a^3 \pm 4a^2b \qquad \mp 2a^2) \\
\hline
/ \quad -3a^2b + 4ab^2 \quad / \quad -2ab + 3a - 4b + 3 \\
\quad (\pm 3a^2b \mp 4ab^2 \qquad \pm 2ab) \\
\hline
\quad / \qquad / \qquad / \quad 3a - 4b + 3 \\
\qquad\qquad\qquad (\mp 3a \pm 4b \mp 2) \\
\hline
\qquad\qquad\qquad / \quad / \quad +1 \quad \text{Rest}
\end{array}
$$

5. Aufgabe: Stellen Sie A als gewöhnlichen gekürzten Bruch dar.

$$A = \frac{\dfrac{1-7a}{a^2-4a+3} - \dfrac{a}{a-3}}{\dfrac{1}{1-a^2} - \dfrac{1}{6a}} : \frac{a+1}{\dfrac{a-3}{12}}$$

$$A = \frac{\dfrac{1-7a-a(a-1)}{(a-3)(a-1)}}{\dfrac{6a-1+a^2}{6a(1-a^2)}} : \frac{(a+1)\cdot 12}{(a-3)} = \frac{\dfrac{-a^2-6a+1}{(a-3)(a-1)}}{\dfrac{a^2+6a-1}{6a(1-a^2)}} \cdot \frac{(a-3)}{12(a+1)}$$

$$A = \frac{\cancel{(-1)(a^2+6a-1)}\cdot \cancel{6}a\,\cancel{(1-a^2)}\;\cancel{(a-3)}}{\cancel{(a-3)(a-1)}\;\cancel{(a^2+6a-1)}\;\cancel{12}_{2}\cancel{(a+1)}} = \frac{a}{2}$$

6. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{\dfrac{x^2-xy+y^2}{y^2} - 1}{(x^2-y^2)\left(\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{y+1}\right)\left(x + \dfrac{x}{y}\right)} = \frac{\dfrac{x^2-xy+\cancel{y^2}-\cancel{y^2}}{y^2}}{(x^2-y^2)\left(\dfrac{\cancel{y}+1-\cancel{y}}{y(y+1)}\right)\cdot\left(\dfrac{xy+x}{y}\right)} =$$

$$\frac{\cancel{x}\,\cancel{(x-y)}\cdot \cancel{y}\,\cancel{(y+1)}\cdot \cancel{y}}{\cancel{y^2}\,\cancel{(x-y)}(x+y)\;\cancel{x}\,\cancel{(y+1)}} = \frac{1}{x+y}$$

Fz

BM- Math. Prüfung: Klammern | Multiplikation | Division B

1. a) $10x-[-(-(x+y)-(x-y))-x] = 10x-[-(\underbrace{-x-\cancel{y}-x+\cancel{y}}_{-2x})-x] =$

$10x-[\underbrace{+2x-x}_{x}] = 10x-x = \underline{\underline{9x}}$

b) $8a-\{a-[-(3a-2b)-(5a+3b)]-[-(-a+6b)]\} =$

$8a-\{a-[-3a+2b-5a-3b]-[a-6b]\} =$

$8a-\{a+3a-2b+5a+3b-a+6b\} = 8a-8a-7b = \underline{\underline{-7b}}$

2. a) $$\frac{(a^2+b^2-c^2)^2-(a^2-b^2+c^2)^2}{4ab^2+4abc} =$$

$$\frac{[(a^2+b^2-c^2)-(a^2-b^2+c^2)]\cdot[(a^2+b^2-c^2)+(a^2-b^2+c^2)]}{4ab(b+c)} =$$

$$\frac{[\cancel{a^2}+b^2-c^2-\cancel{a^2}+b^2-c^2]\cdot[a^2\cancel{+b^2}\cancel{-c^2}+a^2\cancel{-b^2}\cancel{+c^2}]}{4ab(b+c)} =$$

$$\frac{[2b^2-2c^2][2a^2]}{4ab(b+c)} = \frac{4a^2b^2-4a^2c^2}{4ab(b+c)} =$$

$$\frac{4a^2(b^2-c^2)}{4ab(b+c)} = \frac{a(b-c)(b+c)}{b(b+c)} =$$

$$\underline{\underline{\frac{a(b-c)}{b}}}$$

2. b) $$\frac{a^4+2a^3b-b^4-2ab^3}{a^3+b^3+3b^2a+3a^2b}=$$

$$\frac{(a^4-b^4)+2a^3b-2ab^3}{(a+b)^3}=\frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)+2ab(a^2-b^2)}{(a+b)^3}=$$

$$\frac{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)+2ab(a-b)(a+b)}{(a+b)^3}=$$

$$\frac{(a-b)(a+b)\cdot(a^2+b^2+2ab)}{(a+b)^3}=$$

$$\frac{(a-b)(a+b)\cdot(a+b)^2}{(a+b)^3}=\frac{\cancel{(a+b)^3}(a-b)}{\cancel{(a+b)^3}}=$$

$$\underline{\underline{a-b}}$$

3. $$\left[\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{2}{x\cdot y}-\frac{z^2}{x^2\cdot y^2}\right]:\left[\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{z}{x\cdot y}\right)\cdot(x+y+z)\right]$$

$$\frac{y^2+x^2+2xy-z^2}{x^2\cdot y^2}:\frac{(y+x-z)(x+y+z)}{xy}=$$

$$\frac{(x+y)^2-z^2}{x^2y^2}\cdot\frac{xy}{(y+x-z)(x+y+z)}=$$

$$\frac{[(x+y)^2-z^2]\cdot xy}{x^2\cdot y^2\cdot(xy+y^2+\cancel{yz}+x^2+xy+\cancel{xz}-\cancel{xz}-\cancel{yz}-z^2)}=$$

$$\frac{\cancel{[(x+y)^2-z^2]}\cdot\cancel{xy}}{x^{\cancel{2}}y^{\cancel{2}}\cancel{[(x+y)^2-z^2]}}=\underline{\underline{\frac{1}{x\cdot y}}}$$

4. $(a^4 - a^3 + a^2 - a + x) : (a-2) = a^3 + a^2 + 3a + 5 + \underbrace{\frac{x+10}{a-2}}$

$-(a^4 - 2a^3)$

$\quad a^3 + a^2$

$\quad -(a^3 - 2a^2)$

$\qquad 3a^2 - a$

$\qquad -(3a^2 - 6a)$

$\qquad\quad 5a + x$

$\qquad\quad -(5a - 10)$

$\qquad\quad x + 10$

muss aufgehen
⇒ muss 0 sein.

$\Rightarrow x + 10 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x = -10}}$

5. $$\frac{\dfrac{2a^2 - a^4 - 1}{a^3 - a} - \dfrac{1}{a} + a - 3}{\dfrac{5-2a}{25 - 20a + 4a^2} - \dfrac{2a}{2a-5}} =$$

$$\frac{\dfrac{2a^2 - a^4 - 1}{a(a^2-1)} - \dfrac{a^2-1}{a(a^2-1)} + \dfrac{a^2(a^2-1)}{a(a^2-1)} - \dfrac{3a(a^2-1)}{a(a^2-1)}}{\dfrac{5-2a}{(2a-5)^2} - \dfrac{2a(2a-5)}{(2a-5)^2}} =$$

$$\frac{\dfrac{2a^2 - a^4 - 1 - a^2 + 1 + a^2(a^2-1) - 3a(a^2-1)}{a(a^2-1)}}{\dfrac{5 - 2a - 2a(2a-5)}{(2a-5)^2}} =$$

$$\frac{(\cancel{a^2} \cancel{-a^4} + \cancel{a^4} \cancel{-a^2} - 3a^3 - 3a)(2a-5)^2}{a(a^2-1)(5 - 2a - 4a^2 + 10a)} =$$

$$\frac{-3\cancel{a}\cancel{(a^2-1)}(2a-5)^2}{\cancel{a}\cancel{(a^2-1)}\underbrace{(8a - 4a^2 + 5)}_{(-2a-1)(2a-5)}} = \frac{-3(2a-5)^{\cancel{2}}}{(-2a-1)\cancel{(2a-5)}} = \underline{\underline{\frac{3(2a-5)}{2a+1}}}$$

6. $$\frac{5x-11y}{x^2+2xy-15y^2}-\frac{x}{x^2-9y^2}-\frac{4x+5y}{x^2+8xy+15y^2}=$$

$$\frac{5x-11y}{(x+5y)(x-3y)}-\frac{x}{(x-3y)(x+3y)}-\frac{4x+5y}{(x+5y)(x+3y)}=$$

$$\frac{(5x-11y)(x+3y)-x(x+5y)-(x-3y)(4x+5y)}{(x+5y)(x-3y)(x+3y)}=$$

$$\frac{5x^2+15xy-11xy-33y^2-x^2-5xy-(4x^2+5xy-12xy-15y^2)}{(x+5y)(x-3y)(x+3y)}=$$

$$\frac{5x^2+4xy-33y^2-x^2-5xy-4x^2-5xy+12xy+15y^2}{(x+5y)(x-3y)(x+3y)}=$$

$$\frac{6xy-18y^2}{(x+5y)(x-3y)(x+3y)}=\frac{6y\cancel{(x-3y)}}{(x+5y)\cancel{(x-3y)}(x+3y)}=$$

$$=\frac{6y}{(x+5y)(x+3y)}$$

Lösungen: C

BM - Math. Prüfung: Klammern / Multiplikation / Division

1. Aufgabe: Vereinfachen Sie:

a) $3m - 4n - [-(-(2m + n) - (m - 2n)) + n] = \underline{\underline{-4n}}$

b) $8a - \{a - [-(3a - b) - (5a + b)] - [-(-a + 6b)]\} = \underline{\underline{-6b}}$

2. Aufgabe: Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $$\frac{a^2 - b^2 - (a - b)^2}{(a^2 - b^2)(a - b)} = \frac{(a-b)(a+b) - (a-b)(a-b)}{(a^2-b^2)(a-b)} = \frac{\cancel{(a-b)}(a+b-a+b)}{\cancel{(a-b)}(a+b)(a-b)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2b}{a^2-b^2}}}$$

b) $$\frac{x^6 - y^6}{(x - y)^2\ (x^2 + xy + y^2)\ (x^2 - y^2)} = \frac{(x^3-y^3)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^2+xy+y^2)(x^2-y^2)}$$

$$\frac{\cancel{(x-y)}\cancel{(x^2+xy+y^2)} \cdot \cancel{(x+y)}(x^2-xy+y^2)}{\cancel{(x-y)}(x-y)\cancel{(x^2+xy+y^2)}(x-y)\cancel{(x+y)}} = \underline{\underline{\frac{x^2-xy+y^2}{(x-y)^2}}}$$

3. Aufgabe: Vereinfachen Sie diesen Ausdruck soweit als möglich. Stellen Sie das Resultat als gekürzten Bruch dar.

$$\left(\frac{1}{m^2-1} - \frac{2m}{m^4-1}\right) \cdot \left(m^2 + m - \frac{2m}{1-m}\right) =$$

$$\left(\frac{(m^2+1) - 2m}{(m^2-1)(m^2+1)}\right) \cdot \left(\frac{m^2(1-m) + m(1-m) - 2m}{(1-m)}\right) = \frac{m^2-2m+1}{(m^2-1)(m^2+1)} \cdot \frac{-m^3-m}{(1-m)}$$

$$\frac{\cancel{(m-1)}\cancel{(m-1)}}{\cancel{(m-1)}(m+1)\cancel{(m^2+1)}} \cdot \frac{-m\cancel{(m^2+1)}}{\cancel{(m-1)} \cdot (-1)} = \underline{\underline{\frac{m}{m+1}}}$$

4. Aufgabe: Welche Zahl muss man für x einsetzen, damit die folgende Division aufgeht?

$(b^3 + 2bx - 6b^2 - 1) : (b - 6) = b^2 + \frac{1}{6}$

$x = \underline{\underline{+\frac{1}{12}}}$

$\underline{(-b^3 \mp 6b^2)}$

$/ \quad +2bx \quad / \quad -1$

$\underline{(\mp \frac{b}{6} \quad \pm 1)}$

$/$

$\Rightarrow 2\cancel{b}x = +\frac{\cancel{b}}{6}$

$x = +\frac{1}{12}$

5. Aufgabe: Stellen Sie den folgenden Term möglichst einfach in Form eines Bruch dar.

$$\left(\frac{1}{1+a}-\frac{1}{1-a}\right):\left(\frac{1}{1+\frac{1}{a}}+\frac{1}{1-\frac{1}{a}}\right) = \left(\frac{1-a-1-a}{(1+a)(1-a)}\right):\left(\frac{1}{\frac{a+1}{a}}+\frac{1}{\frac{a-1}{a}}\right)$$

$$\frac{-2a}{(1+a)(1-a)}:\left(\frac{a}{a+1}+\frac{a}{a-1}\right) = \frac{-2a}{(1+a)(1-a)}:\frac{a(a-1)+a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$\frac{-2a}{\cancel{(1+a)}\cancel{(1-a)}}\cdot\frac{\cancel{(a+1)}\cancel{(a-1)}^{(-1)}}{a^2-a+a^2+a} = \frac{2a}{2a^2} = \underline{\underline{\frac{1}{a}}}$$

6. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\left[\left(\frac{1-5z}{z^2-5z+4}+\frac{z}{4-z}\right):\left(\frac{1}{1-z^2}-\frac{1}{4z}\right)\right]\cdot\left(1-\frac{4}{z}\right)$$

$$\left[\left(\frac{1-5z}{(z-1)(z-4)}+\frac{z}{(z-4)(-1)}\right):\left(\frac{4z-(1-z^2)}{(1-z^2)4z}\right)\right]\cdot\left(\frac{z-4}{z}\right)=$$

$$\left[\frac{1-5z-z(z-1)}{(z-1)(z-4)}:\frac{4z-1+z^2}{(1-z^2)4z}\right]\cdot\frac{z-4}{z}=$$

$$\frac{-z^2-4z+1}{(z-1)\cancel{(z-4)}}\cdot\frac{(1-z)(1+z)4z}{z^2+4z-1}\cdot\frac{\cancel{(z-4)}}{z}$$

$$\frac{\cancel{(-1)}\cancel{(z^2+4z-1)}\cancel{(1-z)}(1+z)4\cancel{z}}{\cancel{(z-1)}\cancel{(z^2+4z-1)}\cdot\cancel{z}} = \underline{\underline{4(1+z)}}$$

Lösungen

BM - Math. Prüfung: Klammern / Multiplikation / Division D

1. Aufgabe: Vereinfachen Sie:

a) $b^3 - [-b^2 + 2 - ((-3b^3 + 1 + b^2) + 1)]$ $= \underline{\underline{-2b^3 + 2b^2}}$

b) $8x - y - \{x - [-(3x - 2y) - (5x - y)] - [-(-x + 6y)]\}$ $= \underline{\underline{-4y}}$

2. Aufgabe: Vereinfachen Sie die folgenden Terme.

a) $\dfrac{(a^2 + 3a - 2)^2 - (a^2 - 3a + 2)^2}{12a - 18a^2} = \dfrac{(a^2 + 3a - 2 + a^2 - 3a + 2)(a^2 + 3a - 2 -}{6a(2 - 3a)}$

$$\frac{2a^2(6a-4)}{6a(2-3a)} = \frac{2a^{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\cancel{(3a-2)} \cdot (-1)}{\cancel{6}\cancel{a}\cancel{(2-3a)}\cancel{(-1)}} = \underline{\underline{\frac{-2a}{3}}}$$

3

b) $\dfrac{(x^2y + x^3)(x^3 - 1 + 3x - 3x^2)}{(xy - x + x^2 - y) \cdot (yx^2 - y)} = \dfrac{x^2(y + x) \cdot [x^3 - 1 - 3x(x - 1)]}{(x - 1)(x + y) \cdot y(x^2 - 1)}$

$$\frac{x^2\cancel{(x+y)}[(x-1)(x^2+x+1) - 3x(x-1)]}{(x-1)\cancel{(x+y)} \cdot y(x^2-1)} = \frac{x^2[(x-1)(x^2+x+1-3x)]}{(x-1)\, y(x^2-1)}$$

$$\frac{x^2\cancel{(x-1)}(x^2-2x+1)}{\cancel{(x-1)}\, y(x^2-1)} = \frac{x^2\cancel{(x-1)}(x-1)}{y\cancel{(x-1)}(x+1)} = \underline{\underline{\frac{x^2(x-1)}{y(x+1)}}}$$

3. Aufgabe: Im Term T ist $r = \dfrac{1}{a-1}$ zu setzen.

$$T = \left(\frac{r^2-1}{r^2+1} - 1\right)\left(\frac{r^2+1}{r+1} - \frac{1+r^2}{r-1}\right) : \frac{2r}{r^2-1} =$$

$$T = \frac{r^2 - 1 - r^2 - 1}{r^2+1} \cdot \frac{(r^2+1)(r-1) - (1+r^2)(1+r)}{\cancel{(r+1)}\cancel{(r-1)}} \cdot \frac{\cancel{r^2-1}}{2r}$$

$$T = \frac{-2}{r^2+1} \cdot \frac{(-2r^2-2)}{2r} = \frac{(-1)\cdot(-2)(r^2+1)}{(r^2+1)\, r} = \frac{2}{r}$$

$$T = \underline{\underline{2(a-1)}} \qquad \left(r = \frac{1}{a-1} \text{ eingesetzt}\right)$$

4. Aufgabe: Welchen Term muss man für x einsetzen, damit die folgende Division aufgeht?

$$(\cancel{20a^3} - 27a^2b + x + \cancel{5ab} - 3b^2) : (4a^2 - 3ab + b) = 5a - 3b$$

$$\underline{(-20a^3 \pm 15a^2b \mp 5ab)}$$

$$\cancel{} \quad -12a^2b \quad \cancel{} \quad + x - 3b^2$$

$$\underline{(\pm 12a^2b \; \mp 9ab^2 \; -^{+} 3b^2)}$$

$$\Rightarrow x = \underline{\underline{9ab^2}}$$

5. Aufgabe: Stellen Sie den folgenden Term möglichst einfach in Form eines Bruches dar.

$$\frac{\frac{a+b}{a-b} - 1}{1 - \frac{a-b}{a+b}} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{2}{a+b} \right) = \frac{\frac{a+b-a+b}{a-b}}{\frac{a+b-a+b}{a+b}} \cdot \frac{a+b-2b}{b(a+b)} =$$

$$\frac{\frac{2b}{a-b}}{\frac{2b}{a+b}} \cdot \frac{a-b}{b(a+b)} = \frac{\cancel{2b}}{\cancel{a-b}} \cdot \frac{\cancel{a+b}}{\cancel{2b}} \cdot \frac{\cancel{a-b}}{b(\cancel{a+b})} = \underline{\underline{\frac{1}{b}}}$$

6. Aufgabe: Stellen Sie den folgenden Term möglichst einfach in Form eines Bruches dar.

$$2 - \frac{2ab+2c}{3ab-ac+9b-3c} + \frac{a+1}{a+3} = 2 - \frac{2ab+2c}{(a+3)(3b-c)} + \frac{a+1}{a+3} =$$

$$\frac{2(a+3)(3b-c) - 2ab - 2c + (a+1)(3b-c)}{(a+3)(3b-c)} =$$

$$\frac{6ab - 2ac + 18b - 6c - 2ab - 2c + 3ab - ac + 3b - c}{(a+3)(3b-c)} =$$

$$\frac{7ab - 3ac + 21b - 9c}{(a+3)(3b-c)} = \frac{\cancel{(a+3)}(7b-3c)}{\cancel{(a+3)}(3b-c)} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{7b-3c}{3b-c}}}$$

Ꝃ

Lösungen

mit Folien

BM - Math. Prüfung: Klammern / Multiplikation / Division E)

1. Aufgabe: Vereinfachen Sie:

a) $2a - [\ 3b - (2c + 4d) - (3a + (2b - c))] \ = \ \underline{\underline{5a - b + c + 4d}}$ (1/2)

b) $y - \{ -2y - [-(x - y)] - [\ - (x - 2y) - 2x\ ] \} \ = \ \underline{\underline{-4x + 6y}}$ (1/2)

---

2. Aufgabe: Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich. (1/2)

a) $$\frac{(v^2 - u^2)\cdot((u-v)^2 - (u+v)^2)}{u^2v - uv^2} = \frac{(v^2-u^2)\,[(u-v+u+v)\cdot(u-v-u-v)]}{uv(u-v)}$$

$$\frac{(v-u)(v+u)\cdot 2\cancel{u}\cdot(-2\cancel{v})}{\cancel{uv}(u-v)} = \frac{(-1)\cancel{(u-v)}\cdot 2\cdot(-2)}{\cancel{(u-v)}} = \underline{\underline{4(u+v)}}$$

b) $$\frac{2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{3}{x^2 - 4x + 3} - \frac{5}{x^2 - 5x + 6}$$ (1/2)

$$\frac{2}{(x-2)(x-1)} + \frac{3}{(x-1)(x-3)} - \frac{5}{(x-2)(x-3)} =$$

$$\frac{2(x-3) + 3(x-2) - 5(x-1)}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{2x-6+3x-6-5x+5}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{-7}{(x-1)(x-2)(x-3)}}}$$

---

3. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy + y^2} - \frac{y^2}{x^2 + xy} = \frac{x^2+y^2}{xy} - \frac{x^2}{y(x+y)} - \frac{y^2}{x(x+y)}$$

$$\frac{(x^2+y^2)(x+y) - x^2\cdot x - y^2\cdot y}{xy(x+y)} = \frac{\cancel{x^3} + x^2y + xy^2 + \cancel{y^3} - \cancel{x^3} - \cancel{y^3}}{xy(x+y)} =$$

$$\frac{x^2y + xy^2}{xy(x+y)} = \frac{xy(x+y)}{xy(x+y)} = \underline{\underline{1}}$$

(1)

4. Aufgabe: Welche Zahl muss man für p einsetzen, damit die folgende Division ohne Rest aufgeht?

$$(4x^3 - px^2 + 13x + x^5 - 15 - 2x^4) : (x - 5 + x^3)$$

ordnen:

$$(x^5 - 2x^4 + 4x^3 - px^2 + 13x - 15) : (x^3 + x - 5) = x^2 - 2x + 3$$

$$(\mp x^5 \mp x^3 \pm 5x^2)$$

$$/ \; -2x^4 + 3x^3 - px^2 + 5x^2 + 13x - 15$$

$$(\pm 2x^4 \pm 2x^2 \mp 10x)$$

$$/ \; \cancel{3x^3} - px^2 + 7x^2 \cancel{+3x} \cancel{-15}$$

$$(\cancel{\mp 3x^3} \cancel{\mp 3x} \cancel{\pm 15})$$

$$-px^2 + 7x^2 = 0 \Rightarrow p = 7$$

5. Aufgabe: Stellen Sie diesen Term als gekürzten einfachen Bruch dar.

$$\frac{2b^3 - (a+b)^3 + 3(a^2b + ab^2) + (a-b)^3}{3a^2(b-a)} =$$

$$\frac{2b^3 - (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) + 3a^2b + 3ab^2 + (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)}{3a^2(b-a)}$$

$$\frac{-3a^2b + 3ab^2}{3a^2\,(b-a)} = \frac{\cancel{3}ab\,\cancel{(-a+b)}}{\cancel{3}a^2\,\cancel{(b-a)}} = \frac{b}{a}$$

6. Aufgabe: Stellen Sie den folgenden Term möglichst einfach in Form eines Bruches dar.

$$\frac{\frac{a+b}{a-b} - 1}{1 - \frac{a-b}{a+b}} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{2}{a+b}\right) = \frac{\frac{\cancel{a}+b-\cancel{a}+b}{a-b}}{\frac{\cancel{a}+b-\cancel{a}+b}{a+b}} \cdot \frac{a+b-2b}{b(a+b)} =$$

$$\frac{2b\cdot(a+b)}{(a-b)\;2b} \cdot \frac{(a-b)}{b(a+b)} = \frac{1}{b}$$

Folien 2

Lösungen

BM - Math. Prüfung: Klammern / Multiplikation / Division F

1. Aufgabe: Vereinfachen Sie:

a) $y + \{ x - y - [- (x + 2y) - x - y] - (x - y) \} = \underline{\underline{2x + 4y}}$

b) $(- \{ [- (22 - 7a) + 13 - 2a] - (14 + 5a) + 17 \}) + 13a = \underline{\underline{13a + 6}}$

---

2. Aufgabe: Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $$\frac{a^8 - a^6 + a^5 - a^3}{(a+1)^2} = \frac{a^3(a^5 - a^3 + a^2 - 1)}{(a+1)^2} = \frac{a^3[a^3(a^2+1) + (a^2-1)]}{(a+1)^2}$$

$$\frac{a^3(a^3+1)(a^2-1)}{(a+1)^2} = \frac{a^3(a+1)(a^2-a+1)(a+1)(a-1)}{(a+1)(a+1)}$$

$$= \underline{\underline{a^3(a-1)(a^2-a+1)}}$$

b) $$\frac{a^2 + ax - bx - b^2}{a^2 - b^2 - x^2 - 2bx} = \frac{a^2 - b^2 + x(a-b)}{a^2 - (b^2 + 2bx + x^2)}$$

$$\frac{(a-b)(a+b) + x(a-b)}{a^2 - (b+x)^2} = \frac{(a-b)\cancel{(a+b+x)}}{(a-b-x)\cancel{(a+b+x)}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{a-b}{a-b-x}}}$$

---

3. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{2b^3 - (a+b)^3 + 3(a^2b + ab^2) + (a-b)^3}{3a^2(b-a)} =$$

$$= \frac{\cancel{2b^3} - \cancel{a^3} - \cancel{3a^2b} - \cancel{3ab^2} - \cancel{b^3} + \cancel{3a^2b} + \cancel{3ab^2} + \cancel{a^3} - 3a^2b + 3ab^2 - \cancel{b^3}}{3a^2(b-a)}$$

$$= \frac{-3a^2b + 3ab^2}{3a^2(b-a)} = \frac{\cancel{3}ab\cancel{(b-a)}}{\cancel{3}a^2\cancel{(b-a)}} = \underline{\underline{\frac{b}{a}}}$$

4. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{\left(\frac{a-b}{ab}\right)^3}{\frac{1}{b^3}-\frac{3}{b^2a}+\frac{3}{ba^2}-\frac{1}{a^3}} \cdot \frac{1}{\frac{a^2b-b^3}{(ba+b^2)(ba-b^2)}} =$$

$$\frac{\frac{(a-b)^3}{a^3b^3}}{\frac{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}{a^3b^3}} \cdot \frac{1}{\frac{b(a^2-b^2)}{b(a+b)\,b(a-b)}} =$$

$$\frac{\cancel{(a-b)^3}\cdot\cancel{a^3}\cancel{b^3}}{\cancel{a^3}\cancel{b^3}\,\cancel{(a-b)^3}} \cdot \frac{b^{\cancel{2}}\,\cancel{(a^2-b^2)}}{\cancel{b}\,\cancel{(a^2-b^2)}} = \underline{\underline{b}}$$

---

5. Aufgabe: Welche Zahl muss man für x einsetzen, damit die folgende Division aufgeht?

$$(4a^3-4a^2+xa-1):(2a-1) = \underline{\underline{2a^2-a+1}}$$

$$\begin{array}{l} (-4a^3 \pm 2a^2) \\ \hline / \quad -2a^2+ax-1 \\ \quad (\mp 2a^2 \pm a) \\ \hline \quad / \quad ax-a-1 \\ \quad\quad (\mp 2a \quad \pm 1) \\ \hline \quad\quad ax-3a \quad / \end{array}$$

$$ax-3a = 0$$
$$ax = 3a$$
$$x = \underline{\underline{3}}$$

6. Aufgabe: Stellen Sie den folgenden Term möglichst einfach in Form eines Bruches dar.

$$\left(2a\,\frac{a}{b^2-a^2}-2a\,\frac{b}{a^2-b^2}\right):\left[\frac{3a^2b-3ab^2}{(a-b)^3}-\frac{3a^2}{(a-b)^2}\right] =$$

$$\frac{2a^2+2ab}{b^2-a^2} : \frac{3ab(a-b)-3a^2(a-b)}{(a-b)^3}$$

$$\frac{2a(a+b)}{-(a^2-b^2)} \cdot \frac{(a-b)^3}{(a-b)(3ab-3a^2)}$$

$$\frac{2\cancel{a}\,\cancel{(a+b)}}{(-1)\cancel{(a-b)}\cancel{(a+b)}} \cdot \frac{\cancel{(a-b)}\cancel{(a-b)}(a-b)}{\cancel{(a-b)}(-3\cancel{a})(a-b)} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Lösungen

BM - Math. Prüfung: Klammern / Multiplikation / Division /GSBM (G)

1. Aufgabe: Vereinfachen Sie:

a) $2a - [\,3b - (2c + 4d) - (3a + (2b - c))] \;=\; \underline{\underline{5a - b + c + 4d}}$

b) $y - \{\,-2y - [-(x - y)] - [\,-(x - 2y) - 2x\,]\,\} \;=\; \underline{\underline{-4x + 6y}}$

---

2. Aufgabe: Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $$\frac{(v^2 - u^2)\cdot((u - v)^2 - (u + v)^2)}{u^2v - uv^2} = \frac{(v^2-u^2)\,[(u-v+u+v)\cdot(u-v-u-v)}{uv(u-v)}$$

$$\frac{(v-u)(v+u)\cdot 2\cancel{u}\cdot(-2\cancel{v})}{\cancel{uv}(u-v)} = \frac{(-1)\cancel{(u-v)}\cdot 2\cdot(-2)}{\cancel{(u-v)}} = \underline{\underline{4(u+v}}$$

b) $$\frac{u^3 - 5u^2 - 2u + 24}{(u-3)\cdot(u+2)^2} = \frac{(u^2-7u+12)\cdot\cancel{(u+2)}}{(u-3)(u+2)\cancel{(u+2)}} = \frac{\cancel{(u-3)}(u-4)}{\cancel{(u-3)}(u+2)}$$

Zerlegung durch Partialdivsion: $\qquad = \underline{\underline{\dfrac{u-4}{u+2}}}$

$$(u^3 - 5u^2 - 2u + 24) : (u+2) = \underline{u^2 - 7u + 12}$$
$$-(u^3 + 2u^2)$$
$$/ \quad -7u^2 - 2u + 24$$
$$-(-7u^2 - 14u)$$
$$/ \quad +12u + 24$$
$$-(+12u + 24)$$
$$/ \quad /$$

---

3. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy + y^2} - \frac{y^2}{x^2 + xy} = \frac{x^2+y^2}{xy} - \frac{x^2}{y\,(x+y)} - \frac{y^2}{x\,(x+y)}$$

$$\frac{(x^2+y^2)(x+y) - x^2\cdot x - y^2\cdot y}{xy(x+y)} = \frac{\cancel{x^3} + x^2y + xy^2 + \cancel{y^3} - \cancel{x^3} - \cancel{y^3}}{xy(x+y)} =$$

$$\frac{x^2y + xy^2}{xy(x+y)} = \frac{xy(x+y)}{xy(x+y)} = \underline{\underline{1}}$$

4. Aufgabe: Welche Zahl muss man für x einsetzen, damit die folgende Division ohne Rest aufgeht?

$$\left(4a^3 - 4a^2 + xa - 1\right) : (2a-1) = \underline{\underline{2a^2 - a + 1}}$$

$$\frac{-(4a^3 \mp 2a^2)}{\quad -2a^2 + ax - 1}$$

$$\frac{-(\mp 2a^2 \pm a)}{\quad ax - a - 1}$$

$$\frac{-(\mp 2a \quad \pm 1)}{\quad ax - 3a}$$

$$ax - 3a = 0$$
$$ax = 3a$$
$$x = \underline{\underline{3}}$$

---

5. Aufgabe: Stellen Sie diesen Term als gekürzten einfachen Bruch dar.

$$\frac{2b^3 - (a+b)^3 + 3(a^2b + ab^2) + (a-b)^3}{3a^2(b-a)} =$$

$$\frac{2b^3 - (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) + 3a^2b + 3ab^2 + (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)}{3a^2(b-a)}$$

$$\frac{-3a^2b + 3ab^2}{3a^2(b-a)} = \frac{\cancel{3}ab\cancel{(-a+b)}}{\cancel{3}a^2\cancel{(b-a)}} = \underline{\underline{\frac{b}{a}}}$$

---

6. Aufgabe: Stellen Sie den folgenden Term möglichst einfach in Form eines Bruches dar.

$$\frac{\frac{a+b}{a-b} - 1}{1 - \frac{a-b}{a+b}} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{2}{a+b}\right) = \frac{\frac{\cancel{a}+b-\cancel{a}+b}{a-b}}{\frac{\cancel{a}+b-\cancel{a}+b}{a+b}} \cdot \frac{a+b-2b}{b(a+b)} =$$

$$\frac{2b \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot 2b} \cdot \frac{(a-b)}{b(a+b)} = \underline{\underline{\frac{1}{b}}}$$

---

t2

BM - Math. Prüfung: Klammern / Multiplikation / Division / GSBM

H

1. Aufgabe: Vereinfachen Sie:

a) $y + \{ x - y - [- (x + 2y) - x - y] - (x - 2y) \} = 2x + 5y$

b) $(- \{ [- (20 - 7a) + 13 - 2a] - (14 + 5a) + 17 \}) + 13a = 13a + 4$

2. Aufgabe: Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $$\frac{a^3 - a^2b + ab^2 - b^3}{a^2 - b^2} = \frac{a^2(a-b) + b^2(a-b)}{a^2 - b^2} = \frac{(a-b)(a^2+b^2)}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{\cancel{(a-b)}(a^2+b^2)}{\cancel{(a-b)}(a+b)} = \frac{a^2+b^2}{a+b}$$

b) $$\frac{u^3 - 5u^2 - 2u + 24}{(u-3)\cdot(u+2)^2} = \frac{(u^2-7u+12)\cancel{(u+2)}}{(u-3)\,(u+2)^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{(u-3)}(u-4)}{\cancel{(u-3)}(u+2)}$$

Zerlegen in Faktoren durch Partialdivision:

$$(u^3 - 5u^2 - 2u + 24) : (u+2) = u^2 - 7u + 12$$
$$-(u^3 + 2u^2) \qquad\qquad = (u-3)(u-4)$$
$$/ \quad -7u^2 - 2u + 24$$
$$(\pm 7u^2 \pm 14u)$$
$$/ \quad 12 \quad +24$$
$$(12 \quad +24)$$
$$/ \quad /$$

3. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{2b^3 - (a+b)^3 + 3(a^2b + ab^2) + (a-b)^3}{3a^2(b-a)} =$$

$$= \frac{\cancel{2b^3} - \cancel{a^3} - \cancel{3a^2b} - \cancel{3ab^2} - \cancel{b^3} + \cancel{3a^2b} + \cancel{3ab^2} + \cancel{a^3} - 3a^2b + 3ab^2 - \cancel{b^3}}{3a^2(b-a)}$$

$$= \frac{-3a^2b + 3ab^2}{3a^2(b-a)} = \frac{\cancel{3}ab\cancel{(b-a)}}{\cancel{3}a^2\cancel{(b-a)}} = \frac{b}{a}$$

4. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{\left(18m^3n^2-6m^3n+9m^2n^2-3m^2n\right)\left(m^2n+2mn^2+n^3\right)}{\left(m^2-n^2\right)\left(12m^2n^2+6mn^2\right)}$$

$$\frac{3m^2\cancel{n}\,(6mn-2m+3n-1)\,\cancel{n}\,(m^2+2mn+n^2)}{2\cancel{6}\,m\cancel{n^2}\,(m^2-n^2)\,(2m+1)}$$

$$\frac{m\,(3n-1)\,\cancel{(2m+1)}\,(m+n)\,\cancel{(m+n)}}{2\,(m-n)\,\cancel{(m+n)}\,\cancel{(2m+1)}} = \frac{m(3n-1)(m+n)}{2(m-n)}$$

5. Aufgabe: Welche Zahl muss man für x einsetzen, damit die folgende Division aufgeht?

$$\left(4a^3-4a^2+xa-1\right):(2a-1) = \underline{\underline{2a^2-a+1}}$$

$(-4a^3 \pm 2a^2)$

$/ \quad -2a^2+ax-1$

$(\pm 2a^2 \mp a)$

$/ \quad ax-a-1$

$(\mp 2a \quad \pm 1)$

$ax-3a \quad /$

$$ax-3a=0$$
$$ax=3a$$
$$x=\underline{\underline{3}}$$

6. Aufgabe: Vereinfachen Sie so weit als möglich:

$$\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{a+c}{(b-c)((b-a)}^{(-1)}+\frac{a+b}{(c-a)(c-b)} =$$

$$\frac{b+c}{(a-b)(a-c)} - \frac{(a+c)}{(b-c)(a-b)}^{(-1)} + \frac{a+b}{(a-c)(b-c)}^{(-1)\,(-1)} =$$

$$\frac{(b+c)(b-c)-(a+c)(a-c)+(a+b)(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} =$$

$$\frac{\cancel{b^2}-\cancel{c^2}-\cancel{a^2}+\cancel{c^2}+\cancel{a^2}-\cancel{b^2}}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \underline{\underline{0}}$$