

Mathematikprüfung

Folien
07A

(Logarithmieren)

1) $\log_c 25 = 7$ $c = ?$ (1P)

2) Welche Basen sind in der Mathematik gebräuchlich und wie werden sie abgekürzt geschrieben ? (1,5P)

3) a) Von welcher Zahl ist der Zehnerlogarithmus $-2,5$? (1P)
b) $\log_3 1385,456 = ?$ (a) und b) auf 5 Stellen nach dem Komma)

4) Berechnen Sie folgende Logarithmen

a) $\log_c \frac{1}{c^n} = ?$ b) $\log_2 128 = ?$

c) $\log_b \sqrt[6]{b^3} = ?$ d) $\log_{1/8} 1/4 = ?$ (je 1P)

e) $\log_y (y^x) = ?$ f) $\log_a \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} = ?$

5) Formen Sie mit Hilfe der Logarithmengesetze folgende Ausdrücke um.

a) $\lg \frac{1}{x+y} = ?$ b) $\lg \frac{x^2 \sqrt{a}}{c^3} = ?$ (2P)

c) $\lg 9xy^2 \sqrt{(x^2 + y^2)c} = ?$ (1,5)

d) $\lg \sqrt[n]{\frac{a^2 - a - 30}{2ma^2 - 26am + 84m}} = ?$ (2P)

6) Formen Sie mit Hilfe der Logarithmengesetze zu einem einfacheren Ausdruck um.

a) $2 \lg x - 1/2 \lg y = ?$ (1P)

b) $\frac{1}{2} \lg (x^2 - xy + y^2) + \frac{1}{2} \lg (x+y) = ?$ (2P)

7) Ein radioaktiver Stoff zerfällt nach dem Gesetz:
Forme die Formel mit Hilfe der Logarithmengesetze so um, dass sich die sog. Halbwertszeit ergibt; dies ist die Zeit t , die verstreicht, bis die Hälfte der Kerne, also $No / 2$, zerfallen sind.

$$N(t) = No e^{-k t} \quad (4P)$$

mit: $N(t)$ Anzahl radioaktiver Kerne zur Zeit t
 No Anzahl radioaktiver Kerne zur Zeit 0
 k Zerfallskonstante
 t Zeit

Max. 22 P

1. $\log_a 235 = 5$ $a = ?$ $a = 2,97998$ (1P)

2. Zerlegen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmengesetze. (4P)

a) $\lg(a^5 b^6)^3 =$ $15 \lg a + 18 \lg b$ c) $\lg \frac{x^3 y^4 z^5}{(xyz)^2} =$ $\lg x + 2 \lg y + 3 \lg z$

b) $\lg \left(\frac{p^3 q^4}{\sqrt[3]{xy^5}} \right) =$ $3 \lg p + 4 \lg q - \frac{1}{3} \lg x - \frac{5}{3} \lg y$ d) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{x}} =$ $-\frac{1}{3} \lg x$

3. Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmum zusammen: (4P)

a) $\frac{1}{2} \lg a - 2 \lg b^2 + \lg c =$ $\lg \frac{\sqrt{a} \cdot c}{64}$ c) $1 + \lg 8 =$ $\lg 80$

b) $5 \lg x + \frac{1}{4} \lg y + \frac{3}{2} \lg z =$ $\lg (x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot z \cdot \sqrt{z})$ d) $3 \lg 4 - 2 =$ $\lg 0,64$

4. Vereinfachen Sie soweit als möglich. (4P)

a) $\ln 1/e =$ -1 c) $\ln(\ln e) =$ 0

b) $e^{\ln 2} =$ 2 d) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}} =$ $\frac{2}{3}$

5. Berechnen Sie ohne Rechner. (4P)

a) $\lg 40 + \lg 25 =$ 3 c) $\lg \sqrt[4]{0.01} =$ $-\frac{1}{2}$

b) $3 \lg 2 + 3 \lg 5 =$ 3 d) $10^{3 - \lg 5} =$ 200

6. Bestimmen Sie die Definitionsmenge D für folgende Terme T, wenn für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ gilt: (2P)

a) $T(x) = \lg \sqrt{(10 - 3x)^2}$ b) $T(x) = \lg \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) + \lg(6 - x)$

$D = \mathbb{R} \setminus \{10/3\}$

$D = \{x \mid 2 < x < 6 \wedge x \in \mathbb{R}\}$

7. Der atmosphärische Luftdruck p hängt von der Höhe h an. (2P)
Es gilt folgende Formel:

$$p = f(h) = p_0 \cdot e^{-h/H}$$

p: Luftdruck in der Höhe h
h: Höhe über dem Meeresspiegel
p₀: Luftdruck auf Meereshöhe (h = 0 m)
H: 8005 m

$h = -\ln 0,5 \cdot H$

Auf welcher Höhe ist der Luftdruck halb so gross wie auf Meereshöhe?

$h = 5549 \text{ m}$

(Max. 21 P)

1. $\log_a 235 = 5$ $a = ?$ $a = \underline{\underline{2,97998}}$ (1P)

2. Zerlegen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmengesetze. (4P)

a) $\lg(a^5 b^6)^3 = \underline{15 \lg a + 18 \lg b}$ c) $\lg \frac{x^3 y^4 z^5}{(xyz)^2} = \underline{\lg x + 2 \lg y + 3 \lg z}$

b) $\lg \left(\frac{p^3 q^4}{\sqrt[3]{xy^5}} \right) = \underline{3 \lg p + 4 \lg q - \frac{1}{3} \lg x - \frac{5}{3} \lg y}$ d) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \underline{-\frac{1}{3} \lg x}$

3. Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmterm zusammen: (4P)

a) $\frac{1}{2} \lg a - 2 \lg b^2 + \lg c = \underline{\lg \frac{\sqrt{a} \cdot c}{64}}$ c) $1 + \lg 8 = \underline{\lg 80}$

b) $5 \lg x + \frac{1}{4} \lg y + \frac{3}{2} \lg z = \underline{\lg (x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot 2 \cdot \sqrt{z})}$ d) $3 \lg 4 - 2 = \underline{\lg 0,64}$

4. Vereinfachen Sie soweit als möglich. (4P)

a) $\ln 1/e = \underline{-1}$ c) $\ln(\ln e) = \underline{0}$

b) $e^{\ln 2} = \underline{2}$ d) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}} = \underline{\frac{2}{3}}$

5. Berechnen Sie ohne Rechner. (4P)

a) $\lg 40 + \lg 25 = \underline{3}$ c) $\lg \sqrt[4]{0.01} = \underline{-\frac{1}{2}}$

b) $3 \lg 2 + 3 \lg 5 = \underline{3}$ d) $10^{3 - \lg 5} = \underline{200}$

6. Bestimmen Sie die Definitionsmenge D für folgende Terme T, wenn für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ gilt: (4P)

$D = \mathbb{R} \setminus \{10/3\}$ $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 6\}$

a) $T(x) = \lg \sqrt{10 - 3x^2}$ b) $T(x) = \lg \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) + \lg(6 - x)$

c) $T(x) = \lg(3x - 2)$ d) $T(x) = \lg(x^2)$ $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

7. Der atmosphärische Luftdruck p hängt von der Höhe h an. (2P)
Es gilt folgende Formel:

$p = f(h) = p_0 \cdot e^{-h/H}$ p: Luftdruck in der Höhe h
h: Höhe über dem Meeresspiegel
p₀: Luftdruck auf Meereshöhe (h = 0 m)
H: 8005 m $h = \underline{\underline{5549 \text{ m}}}$

$h = \underline{\underline{-0,5 \cdot H}}$

Auf welcher Höhe ist der Luftdruck halb so gross wie auf Meereshöhe?

8. Berechnen Sie x auf 3 geltende Ziffern genau. (4P)

a) $0.6^x = 6$ b) $e^x = \pi$ c) $2 \cdot 3^{2x-1} = 12$ d) $N = N_0 \cdot n^{-x}$

$x = \underline{\underline{-3,51}}$ $x = \underline{\underline{1,15}}$ $x = \underline{\underline{1,32}}$ (Max. 27 P)

$x = \frac{\lg \frac{N}{N_0}}{\lg n} + 9$

1. $\log_x 377 = 8$ $x = ?$ (1P)
2. Zerlegen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmengesetze. (4P)
- a) $\lg \left[(a^3 b^2)^2 \right]^3 =$ c) $\lg \left(\frac{3x \sqrt[3]{6}}{5y^3} \right) =$
- b) $\lg (x-1)^5 =$ d) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} =$
3. Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmus zusammen. (4P)
- a) $3 \lg a - 2 \lg (1/a) =$ c) $\frac{1}{n} \cdot \lg (k-1) =$
- b) $\frac{1}{2} (\lg (a + \sqrt{x}) - \lg (a^2 - x)) =$ d) $3 \lg 4 - 1 =$
4. Vereinfachen Sie soweit als möglich. (ohne TR) (4P)
- a) $\log_a a^5 =$ c) $\log_{1/a} \sqrt{a} =$
- b) $e^{3 \ln 4} =$ d) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}} =$
5. Berechnen Sie ohne Taschenrechner (Rechnungsgang muss ersichtlich sein) (4P)
- a) $3 \lg 2 + 3 \lg 5 =$ c) $\log_{1/2} \left(\frac{1}{64} \right) =$
- b) $\log_a b \cdot \log_b a =$ d) $\frac{\log_3 125 \cdot \log_2 \sqrt[3]{3}}{\log_8 5} =$
6. Bestimmen Sie die Definitionsmenge D für folgende Terme T, wenn für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ gilt. (2P)
- a) $T(x) = \lg \sqrt{10 - 3x}$ b) $T(x) = \lg \left(\frac{x-1}{2-2x} + \frac{1}{2} \right)$
7. Zinseszins
 Ein Anfangskapital von $K_0 = 5000$.- Franken wird bei einem Zinsfuß von 4.5% angelegt.
 a) Nach welcher Zeit hat sich das Kapital auf Fr. 7'500.- angehäuft?
 b) Bei welchem Zinsfuß wird sich das Kapital in 10 Jahren verdoppeln?
- Zinseszinsformel: $K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p\%}{100\%} \right)^n$ (2P)
- mit: K_0 = Anfangskapital
 K_n = Endkapital
 p% = Zinsfuß in %
 n = Anzahl Jahre
8. Berechnen Sie x auf 3 geltende Ziffern genau.
- a) $0.6^x = 6$ b) $e^x = \pi$ c) $2 \cdot 3^{2x-1} = 12$ d) $N = N_0 \cdot n^{x-a}$

mit Lösungen: 2 E)

Math. Prüfung: **Logarithmen**

1. a) $\log_x 8888 = 7$ $x = ?$ $x = \underline{\underline{3,6653}}$ (2P) *mit Fehler*
 b) $\log x = 5$ $x = ?$ $x = \underline{\underline{32}}$

2. Zerlegen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmengesetze. (4P)

a) $\lg(a^5 b^6)^3 = \underline{\underline{15 \lg a + 18 \lg b}}$ c) $\lg \frac{x^3 y^4 z^5}{(xyz)^2} = \underline{\underline{\lg x + 2 \lg y + 3 \lg z}}$
 b) $\lg \left(\frac{p^3 q^4}{\sqrt[3]{xy^5}} \right) =$ d) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \underline{\underline{-\frac{1}{3} \lg x}}$
 $= \underline{\underline{3 \lg p + 4 \lg q - \frac{1}{3} \lg x - \frac{5}{3} \lg y}}$

3. Fassen Sie zu einem einzigen Logarithm zusammen: (4P)

a) $\frac{1}{2} \lg a - 2 \lg b^2 + \lg c = \frac{\sqrt{a \cdot c}}{b^4}$ c) $1 + \lg 8 = \underline{\underline{\lg 80}}$
 b) $5 \lg x + \frac{1}{4} \lg y + \frac{3}{2} \lg z =$ d) $3 \lg 4 - 2 = \underline{\underline{\lg 0,64}}$
 $\lg(x^5 \cdot \sqrt[4]{y} \cdot 2 \cdot \sqrt{z})$

4. Vereinfachen Sie soweit als möglich. (4P)

a) $\ln 1/e = \underline{\underline{-1}}$ c) $\ln(\ln e) = \underline{\underline{0}}$
 b) $e^{\ln 2} = \underline{\underline{2}}$ d) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

5. Berechnen Sie ohne Rechner. (4P)

a) $\lg 40 + \lg 25 = \underline{\underline{3}}$ c) $\lg \sqrt[4]{0.01} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$
 b) $3 \lg 2 + 3 \lg 5 = \underline{\underline{3}}$ d) $10^{3-\lg 5} = \underline{\underline{200}}$

6. Bestimmen Sie die Definitionsmenge D für folgende Terme T, wenn für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ gilt: (2P)

a) $T(x) = \lg \sqrt{(10-3x)^2}$ b) $T(x) = \lg \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) + \lg(6-x)$
 $D = \mathbb{R} \setminus \{ \frac{10}{3} \}$ $D = \{ x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 6 \}$

7. Der atmosphärische Luftdruck p hängt von der Höhe h an. Es gilt folgende Formel: (2P)

$p = f(h) = p_0 \cdot e^{-h/H}$ p: Luftdruck in der Höhe h
 h: Höhe über dem Meeresspiegel
 $h = - \ln 0,5 \cdot H$ p₀: Luftdruck auf Meereshöhe (h = 0 m)
 $h = \underline{\underline{5549 \text{ m}}}$ H: 8005 m

Auf welcher Höhe ist der Luftdruck halb so gross wie auf Meereshöhe?

8. Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf: (3P)

a) $5^x = 10$ b) $5^{\sqrt{x}} = 10$ c) $8 \cdot e^{10-x} = 0.6$
 $a) x = \underline{\underline{1,4307}}$ $c) x = \underline{\underline{12,6}}$ (max. 25P)
 $b) x = \underline{\underline{2,0468}}$

E

Math. Prüfung: Logarithmen

1. a) $\log_x 2550 = 7$ $x = ?$ (3 Stellen nach dem Komma) (2P)
 b) $\lg x = 6$ $x = ?$ (3 Stellen nach dem Komma)

2. Zerlegen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmengesetze. (4P)

- a) $\lg (x^3 y^6)^3 =$ c) $\lg \frac{x^2 y^3 \sqrt{z}}{(x y z)^2} =$
 b) $\lg \left(\frac{p^3 q^4}{\sqrt[3]{x y^5}} \right) =$ d) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{x}} =$

3. Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmum zusammen: (4P)

- a) $\frac{1}{2} \lg a - 2 \lg b^2 + \lg c =$ c) $2 - 10 \lg 2 =$
 b) $\log_a (x-1) + \log_a (x+1) =$ d) $3 \lg 4 - 2 =$

4. Vereinfachen Sie soweit als möglich. (4P)

- a) $\ln 1/e =$ c) $\ln (\ln e) =$
 b) $e^{\ln 2} =$ d) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}} =$

5. Berechnen Sie ohne Rechner. (4P)

- a) $\lg 40 + \lg 25 =$ c) $\lg \sqrt[4]{0.01} =$
 b) $3 \lg 2 + 3 \lg 5 =$ d) $10^{3 - \lg 5} =$

6. Bestimmen Sie die Definitionsmenge D für folgende Terme T, wenn für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ gilt: (2P)

- a) $T(x) = \lg \sqrt{(10 - 3x)^2}$ b) $T(x) = \lg \left(\frac{1}{2} x - 1 \right) + \lg (6 - x)$

7. Für die Empfindlichkeit S eines Filmes gibt es die ASA- und die DIN-Skala. Zwischen den beiden Skalen besteht die Beziehung:

$$S_{DIN} = 1 + 10 \lg (S_{ASA}) \quad (4P)$$

- a) Berechnen Sie die DIN-Empfindlichkeit, wenn $S_{ASA} = 64 ; 100$ ist.
 b) Lösen Sie die obige Formel nach S_{ASA} auf und berechnen Sie die ASA-Empfindlichkeit für den DIN-Wert von 19 .

8. Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf: (3P)

- a) $5^{\sqrt{x}} = 100$ b) $e^{2x-3} = 5$ c) $a \cdot e^{10-x} = b$

Folie: G)

Math. Prüfung: **Logarithmen** *Lösungen*

1. a) $\log_x 335 = 3$ $x = ?$ (3 Stellen nach dem Komma) (3P)
 b) $\log_7 77 = x$ $x = ?$ (3 Stellen nach dem Komma)
 c) $\log_3 x = 5$ $x = ?$

2. Zerlegen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmengesetze. (4P)

a) $\lg(x^2 y^3)^4 =$ c) $\lg \frac{x^2 y^3 \sqrt{z}}{(x y z)^2} =$
 b) $\ln \left(\sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{m}}{\sqrt{m}}} \right) =$ d) $\lg \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) =$

3. Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmenmuster zusammen: (4P)

a) $\lg a^2 - \lg a =$ c) $2 - 10 \lg 2 =$
 b) $-\ln a - \ln \sqrt[3]{a} =$ d) $3 \lg 4 - 2 =$

4. Vereinfachen Sie soweit als möglich. (4P)

a) $\ln 1/e =$ c) $\ln(\ln e) =$
 b) $e^{\ln 5} =$ d) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}} =$

5. Berechnen Sie ohne Rechner. (4P)

a) $\lg 40 + \lg 25 =$ c) $\lg \sqrt[4]{0.01} =$
 b) $\lg(\lg 10^{1000}) =$ d) $\log_2 \left(-\log_3 \frac{1}{81} \right) =$

6. Bestimmen Sie die Definitionsmenge D für folgende Terme T, wenn für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ gilt: (2P)

a) $T(x) = \lg(20 - 4x)$ b) $T(x) = \lg_3(x^2 - 9)$

7. 21'000 Franken werden zu 3.5% und 20'500 Franken zu 4% Zins angelegt. Nach welcher Zeit sind die beiden Guthaben gleich?

Zinseszinsformel: $K_n = K_o \cdot \left(1 + \frac{p\%}{100\%} \right)^n$ (2P)

mit: K_o = Anfangskapital
 K_n = Endkapital
 p% = Zinsfuß in %
 n = Anzahl Jahre

8. Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf: (3P)

a) $7^{\sqrt{x}} = 3$ b) $\ln(\ln x) = 1$ c) $e^{-x} = 0.5$