

Potenzieren und Radizieren 2013, TBM

- Prüfungsdauer ■ 70 Minuten
- Hilfsmittel ■ Formelsammlung, Taschenrechner ohne CAS!
- Bedingungen ■ Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
 ■ **Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.**
 ■ **Das Resultat ist soweit als möglich zu vereinfachen.**
 ■ Kontrollieren Sie Ihre Resultate!
 ■ Falls der freie Platz bei einer Aufgabe nicht ausreicht, benutzen Sie bitte ein separates Zusatzblatt.
 Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Zusatzblatt».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname

Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Gesamtpunkte
Punkte	1	1.5	1.5	2	1.5	2.5	1.5	1.5	13

Note

Aufgabe 1

1 Punkt

Schreiben Sie als **einen gekürzten Bruch**.

$$\frac{3a^2}{a^n} + \frac{a^4 + a}{a^{n+1}} + \frac{2-a}{a^{n-2}} = ?$$

Lösung:

$$\frac{3a^2}{a^n} + \frac{a^4 + a}{a^{n+1}} \cdot \frac{a^{-1}}{a^{-1}} + \frac{2-a}{a^{n-2}} \cdot \frac{a^2}{a^2} = \tag{0.5}$$

$$\frac{3a^2 + a^3 + 1 + 2a^2 - a^3}{a^n} = \tag{0.25}$$

$$\frac{5a^2 + 1}{a^n} \tag{0.25}$$

0.5
0.25
0.25
Total 1

Aufgabe 2

1.5 Punkte

Schreiben Sie mit einem einzigen Wurzelzeichen.

$$\sqrt[4]{b \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{b}} = ?$$

Lösung:

$$\sqrt[4]{b \cdot \sqrt[3]{\sqrt{b^4}} \cdot \sqrt{b}} = \tag{0.25}$$

$$\sqrt[4]{b \cdot \sqrt[3]{b^5}} = \tag{0.25}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[6]{b^6} \cdot \sqrt[6]{b^5}} = \tag{0.5}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[6]{b^{11}}} = \tag{0.25}$$

$$\sqrt[24]{b^{11}} \tag{0.25}$$

Lösung:

$$\sqrt[4]{b \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot b^{\frac{1}{2}}} = \tag{0.25}$$

$$\sqrt[4]{b \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6}}} = \tag{0.25}$$

$$b^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{2}{12}} \cdot b^{\frac{1}{24}} = \tag{0.5}$$

$$b^{\frac{11}{24}} = \tag{0.25}$$

$$\sqrt[24]{b^{11}} \tag{0.25}$$

0.25
0.25
0.5
0.25
0.25
Total 1.5

Aufgabe 3**1.5 Punkte**

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left\{ \left[(-y)^{-2} \right]^{-3} - \left(\frac{y}{2} \right)^{-1} \cdot (-y^{-3})^{-2} \cdot y \right\} : (-y^{-2})^{-3} = ?$$

Lösung:

$$\left\{ \left[(-y)^{\text{gerade}}^{-2} \right]^{-3} - \left(\frac{y}{2} \right)^{-1} \cdot (-y^{-3})^{\text{gerade}}^{-2} \cdot y \right\} : (-y^{-2})^{\text{ungerade}}^{-3} =$$

$$\frac{y^6 - \overbrace{\frac{2}{y} \cdot y^6 \cdot y}^{(0.25)}}{(0.25)} =$$

$$\frac{y^6 \cdot (1-2)}{-y^6} = \frac{-y^6}{-y^6} = \underline{1} \quad (0.5)$$

0.25

0.25

0.25

0.25

0.5

Total 1.5

Aufgabe 4

2 Punkte

Vereinfachen Sie so weit wie möglich. Schreiben Sie das Resultat in der Form $a \cdot 10^{6n}$.

$$\left(-10^{-3}\right)^{-2n} - \left[(-10)^{-3}\right]^{-2n+1} + \left(-\frac{1}{10}\right)^{-6n-1} = ? \quad (n \text{ ist eine positive, ganze Zahl})$$

Lösung:

$$\left(-10^{-3}\right)^{\substack{-2n \\ \text{gerade}}} - \left[(-10)^{\substack{-3 \\ \text{ungerade}}}\right]^{-2n+1} + \left(-\frac{1}{10}\right)^{-6n-1} =$$

$$10^{6n} - \left[\begin{matrix} -10^{-3} \\ (0.25) \end{matrix} \right]^{\substack{-2n+1 \\ \text{ungerade}}} + \left(\begin{matrix} -10^{-1} \\ (0.25) \end{matrix} \right)^{\substack{-6n-1 \\ \text{ungerade}}} =$$

$$10^{6n} - \left[\begin{matrix} -10^{6n-3} \\ (0.25) \end{matrix} \right] + \left(\begin{matrix} -10^{6n+1} \\ (0.25) \end{matrix} \right) =$$

$$10^{6n} + 10^{6n-3} - 10^{6n+1} = \quad (0.25)$$

$$\underbrace{10^{6n} \cdot \left(\begin{matrix} \text{darf mit TR berechnet werden} \\ 1 + 10^{-3} - 10^1 \end{matrix} \right)}_{(0.25)} = 10^{6n} \cdot \frac{1'000 + 1 - 10'000}{1'000} = \underline{\underline{-8.999 \cdot 10^{6n}}} \quad (0.25)$$

0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
Total 2

Aufgabe 5**1.5 Punkte**

Berechnen Sie mithilfe der binomischen Formeln (ohne Rechner).
Schreiben Sie die Lösung in der Form $a+b\sqrt{n}$.

$$\left(\sqrt{\sqrt{5}-1}+\sqrt{\sqrt{5}+1}\right)^2 = ?$$

0.5
0.5
0.5
Total 1.5

Lösung:

$$\left(\sqrt{\sqrt{5}-1}+\sqrt{\sqrt{5}+1}\right)^2 =$$

$$\left(\sqrt{\sqrt{5}-1}\right)^2 + \underbrace{2 \cdot \sqrt{\sqrt{5}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{5}+1}}_{\text{doppeltes Produkt}} + \left(\sqrt{\sqrt{5}+1}\right)^2 = \quad (0.5)$$

$$\sqrt{5}-1 + 2 \cdot \sqrt{\underbrace{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}_{\text{3. Binom}}} + \sqrt{5}+1 = \quad (0.5)$$

$$2\sqrt{5} + 2\sqrt{5-1} = \underline{\underline{4 + 2\sqrt{5}}} \quad (0.5)$$

Aufgabe 6

2.5 Punkte

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left[\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} + \frac{2}{pq} - \left(\frac{pq}{r} \right)^{-2} \right] : \left[\left(\frac{1}{p} + q^{-1} - \frac{r}{pq} \right) (p+q+r) \right] = ?$$

Lösung:

$$\left[\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} + \frac{2}{pq} - \frac{r^2}{p^2q^2} \right] : \left[\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} - \frac{r}{pq} \right) (p+q+r) \right] = \tag{0.5}$$

$$\left[\frac{1}{p^2} \cdot \frac{q^2}{q^2} + \frac{1}{q^2} \cdot \frac{p^2}{p^2} + \frac{2}{pq} \cdot \frac{pq}{pq} - \frac{r^2}{p^2q^2} \right] : \left[\left(\frac{1}{p} \cdot \frac{q}{q} + \frac{1}{q} \cdot \frac{p}{p} - \frac{r}{pq} \right) (p+q+r) \right] =$$

$$\left[\frac{\overbrace{q^2 + p^2 + 2pq}^{\text{Binom}} - r^2}{p^2q^2} \right] : \left[\frac{q+p-r}{pq} \cdot \frac{q+p+r}{1} \right] = \tag{0.5}$$

$$\frac{\overbrace{(q+p)^2 - r^2}^{\text{3. Binom}}}{p^2q^2} \cdot \frac{pq}{(q+p-r)(q+p+r)} = \tag{0.5}$$

$$\frac{\overbrace{(q+p+r)(q+p-r)}^{(0.5)}}{p^2q^2} \cdot \frac{pq}{\overbrace{(q+p-r)(q+p+r)}^{(0.5)}} = \frac{pq}{p^2q^2} = \frac{1}{\underline{\underline{pq}}}$$

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
Total 2.5

Aufgabe 7

1.5 Punkt

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.
 Schreiben Sie die Lösung mit Hilfe von Wurzelzeichen und **ohne negative** Exponenten.

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^{-1}} \cdot \sqrt{x}}}{x \cdot \sqrt[3]{x^{-1}} \cdot \sqrt{x^{-1}} \cdot \sqrt{x^{-1}}} = ?$$

Lösung:

$$\frac{\sqrt{x^{-\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}}{x \cdot \sqrt[3]{x^{-1}} \cdot \sqrt{x^{-1}} \cdot x^{-\frac{1}{2}}}$$

Zähler und Nenner je (0.25)

$$\frac{x^{-\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x \cdot \sqrt[3]{x^{-1}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{4}}}$$

(0.25)

$$\frac{x^{-\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{-\frac{1}{6}} \cdot x^{-\frac{1}{12}}}$$

(0.25)

$$x^{\frac{2}{12} - \frac{3}{12} - \frac{12}{12} + \frac{4}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12}} = x^{-\frac{4}{12}} = x^{-\frac{1}{3}} =$$

darf mit TR berechnet werden

(0.25)

$$\sqrt[3]{x^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

(0.25)

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

Total 1.5

Aufgabe 8

1.5 Punkte

Stellen Sie den folgenden Term möglichst einfach mit nur einem Wurzelzeichen dar!

$$\sqrt[4]{\frac{a^2b^2}{a^8 - 2a^4b^4 + b^8}} \cdot \sqrt{ab \cdot (a^4 + b^4) \cdot \left[\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right]} = ?$$

Lösung:

$$\sqrt[4]{\frac{a^2b^2}{(a^4 - b^4)^2}} \cdot \sqrt{ab \cdot (a^4 + b^4) \cdot \underbrace{\left[\frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2} \right]}_{(0.25)}} =$$

$$\sqrt[4]{\left(\frac{ab}{a^4 - b^4}\right)^2} \cdot \sqrt{ab \cdot (a^4 + b^4) \cdot \underbrace{\frac{a^4 - b^4}{a^2b^2}}_{(0.25)}} =$$

$$\sqrt{\frac{\cancel{ab} \cdot \cancel{ab} (a^4 + b^4) (\cancel{a^4} - \cancel{b^4})}{(\cancel{a^4} - \cancel{b^4}) \cancel{a^2} \cancel{b^2}}} = \underline{\underline{\sqrt{a^4 + b^4}}} \quad (0.5)$$

0.25
0.25
0.25
0.25
0.5

Total 1.5