Mathematikprüfung (Potenzieren, Radizieren)

1. Entferne die Wurzel im Nenner $\dfrac{5b + 3a}{4\sqrt{a} - 3\sqrt{4b + a}}$ 2P

$$\frac{(5b+3a)}{(4\sqrt{a}-3\sqrt{4b+a})}\,\frac{(4\sqrt{a}+3\sqrt{4b+a})}{(4\sqrt{a}+3\sqrt{4b+a})} = \frac{(\quad)\cdot(\quad)}{16a-9(4b+a)}$$

$$= \frac{(\quad)(\quad)}{16a-36b-9a} = \underline{\underline{\frac{(5b+3a)(4\sqrt{a}+3\sqrt{4b+a})}{7a-36b}}}$$

2. Für welchen Zahlenwert von a wird T = 0 ? 3P

$$\frac{a^{2n+1} - 18}{6a^{n} + a} - \frac{a^{2n} - 2}{6a^{n-1} + 1} = T$$

$$\frac{a^{2n+1}-18-a(a^{2n}-2)}{a(6a^{n-1}+1)} = \frac{\cancel{a^{2n+1}}-18-\cancel{a^{2n+1}}+2a}{a(6a^{n-1}+1)} = 0$$

$$\frac{-18+2a}{a(6a^{n-1}+1)} = 0$$

$$2a - 18 = 0$$

$$2a = 18$$

$$\underline{\underline{a = 9}}$$

3. $\sqrt[n]{\dfrac{a^{2n+1}\,b^{3n+2}}{c^{n+3}}}\;\sqrt[n]{\dfrac{a^{n-1}\,b^{2n-2}}{c^{3n-3}}}$ 2P

$$\sqrt[n]{\frac{a^{2n+1}\cdot b^{3n+2}\cdot a^{n-1}\cdot b^{2n-2}}{c^{n+3}\cdot c^{3n-3}}} = \sqrt[n]{\frac{a^{3n}\cdot b^{5n}}{c^{4n}}} = \underline{\underline{\frac{a^3 b^5}{c^4}}}$$

4. Vereinfachen Sie den Ausdruck soweit wie möglich. Das Resultat darf keine negativen Exponenten aufweisen !

$$\left[\frac{3^{-1}(a^{-3}b^{-2})^{2}}{b^{-4}(2\cdot 3^{-1}a^{-3}b^{-2})^{2}}\right]^{-3} : \frac{[3a^{-8}(2a^{-2}b^{-1})^{-2}]^{-3}}{[(a^{-2}b^{-1})^{-3}(a-b)]^{2}}$$ 3P

$$\left[\frac{\cancel{3}\cdot \cancel{a^{6}}\, \cancel{b^{4}}\cdot 4}{\cancel{b^{4}}\cdot \cancel{9}\cdot \cancel{a^{6}}\cdot b^{4}}\right]^{3}\cdot \frac{(a^{-2}b^{-1})^{-6}(a-b)^{2}}{3^{-3}\cdot a^{24}(2a^{-2}b^{-1})^{6}} =$$

$$\frac{\cancel{4^{3}}}{\cancel{3^{3}}\cdot b^{12}}\cdot \frac{a^{12}b^{6}(a-b)^{2}\cdot \cancel{3^{3}}\cdot a^{12}\cdot b^{6}}{a^{24}\,\cancel{2^{6}}} = \underline{\underline{(a-b)^{2}}}$$

5. $$\sqrt{\alpha+\beta}\left\{\sqrt[4]{\sqrt{\alpha\beta}\left[\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}+\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\right]}\right\}^{2}$$ 2P

$$\sqrt{\alpha+\beta}\cdot\left\{\sqrt[4]{\alpha+\beta}\right\}^{2} = \sqrt{\alpha+\beta}\cdot\sqrt{\alpha+\beta} = \underline{\underline{\alpha+\beta}}$$

6. Vereinfachen Sie den Ausdruck soweit wie möglich. Das Resultat darf weder Klammern noch negative Exponenten enthalten !

$$\left[\frac{(a+a^{-1}+2)(a^{-1}-1)}{(a-a^{-1})(a+1)}\right]^{-2}$$ 3P

$$\left[\frac{(a-\frac{1}{a})(a+1)}{(a+\frac{1}{a}+2)(\frac{1}{a}-1)}\right]^{+2} = \left[\frac{\frac{a^{2}-1}{a}\cdot(a+1)}{\frac{a^{2}+1+2a}{a}\cdot\frac{1-a}{a}}\right]^{2}$$

$$\left[\frac{\cancel{(a-1)}\cancel{(a+1)}\cdot\cancel{a}\cancel{(a+1)}\cdot a\,(-1)}{\cancel{a}\,\cancel{(a+1)}\cancel{(a+1)}\cancel{(1-a)}(-1)}\right]^{2} = [-a]^{2} = \underline{\underline{a^{2}}}$$

$\cancel{(a-1)}$

7. $\left[\sqrt[3]{\frac{1}{y^2}+\frac{1}{x^2}}\right]^2 \sqrt[3]{\left[\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x^2}\right]^2}\left[\sqrt[3]{\frac{xy}{\sqrt[4]{x^4-y^4}}}\right]^8$ 3P

$$\left(\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}\right)^{2/3}\cdot\left(\frac{x^2-y^2}{x^2y^2}\right)^{2/3}\cdot\frac{(xy)^{8/3}}{(x^4-y^4)^{8/12}} =$$

$$\cancel{\frac{\left[(x^2+y^2)(x^2-y^2)\right]^{2/3}}{(x^2y^2)^{4/3}}}\cdot\frac{\cancel{(xy)^{8/3}}}{\cancel{(x^4-y^4)^{2/3}}} = \underline{\underline{1}}$$

---

8. $\left\{\left[(-y)^{-2}\right]^{-3}-\left(\frac{y}{2}\right)^{-1}(-y^{-3})^{-2}\,y\right\}:(-y^{-2})^{-3}$ 3P

$$\left\{(-y)^6-\left(\frac{2}{y}\right)\cdot(+y^6)\cdot y\right\}:(-y^6)$$

$$=\frac{-y^6}{-y^6}=\underline{\underline{1}}$$

Math. Prüfung: Potenzieren / Radizieren

1. Schreiben Sie als <u>einen</u> gekürzten Bruch.

$$\frac{1}{a^n} - \frac{2}{a^{n-1}} + \frac{1}{a^{n-2}} = \frac{1}{a^n} - \frac{2a}{a^n} + \frac{a^2}{a^n} = \frac{1-2a+a^2}{a^n} = \frac{(a-1)^2}{a^n}$$

2. $$\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2 + \left[(-3)^3\right]^{-1} + \left[-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-6} + (-3)^{-3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} =$$

$$\cancel{3^6} - \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \cancel{3^6} = -\frac{1}{27}$$

3. $$\left[2\,(-b)^{-3}\right]^{-2} - \left[4\left(-\frac{b}{2}\right)^2\right]^3 + (-2)^{11} \cdot \left[-\left(4b^{-1}\right)^{-2}\right]^3 =$$

$$\frac{(-b)^6}{4} - 4^3\left(\frac{b}{2}\right)^6 - 2^{11} \cdot \left[-\left(4b^{-1}\right)^{-6}\right] =$$

$$\frac{b^6}{4} - \frac{\cancel{64}b^6}{\cancel{64}} + \frac{2^{11} \cdot b^6}{4^6} = \frac{b^6 - 4b^6 + 2b^6}{4}$$

$$= \frac{-b^6}{4}$$

4. $$\frac{\sqrt[4]{28c^2-11c-30}}{\sqrt[4]{4c-5}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{7c+6}}} = \sqrt[4]{\frac{\cancel{(4c-5)}\cancel{(7c+6)}}{\cancel{(4c-5)}}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{\cancel{7c+6}}} = 1$$

5. Vereinfachen Sie soweit als möglich.
Schreiben Sie die Lösung mit Hilfe von <u>einem</u> Wurzelzeichen.

$$\frac{\sqrt{1+\frac{1}{a}}}{a \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}}} = \frac{\sqrt{\frac{a+1}{a}}}{a \cdot \sqrt[3]{\frac{a+1}{a^2}}} = \frac{\sqrt{a+1} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a} \cdot a \cdot \sqrt[3]{(a+1)}} =$$

$$(a+1)^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-1} = (a+1)^{\frac{3-2}{6}} \cdot a^{\frac{4-3-6}{6}}$$

$$= (a+1)^{1/6} \cdot a^{-5/6} = \sqrt[6]{\frac{a+1}{a^5}}$$

6. Vereinfachen Sie soweit als möglich:

$$\frac{x^{-3n+2}\cdot y^{2n-2}}{x^{2-2n}\cdot y^{2-n}} : \frac{y^{2n-1}\cdot x^{-1}\cdot (xy)^{n-1}}{y^{2}\cdot x^{2(n-1)}} = \quad = \underline{\underline{1}}$$

$$x^{-3n+2-(2-2n)+2(n-1)+1-(n-1)} =$$

$$x^{-3n+2-2+2n+2n-2+1-n+1} = x^{0} = 1$$

$$y^{2n-2-(2-n)+2-(2n-1)-(n-1)}$$

$$y^{2n-2-2+n+2-2n+1-n+1} = y^{0} = 1$$

---

7. $$\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}}} = \sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-\frac{1}{\frac{5-1}{\sqrt{5}}}} = \sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5-1}}$$

$$= \sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{5}-\frac{1}{\frac{4\sqrt{5}-\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{5}-\frac{4}{3\sqrt{5}}$$

$$= \frac{3\cdot 5-4}{3\sqrt{5}} = \frac{11}{3\sqrt{5}}\,\frac{\cdot\sqrt{5}}{\cdot\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{11}{15}\sqrt{5}}}$$

---

t

Math. Prüfung:	Potenzieren / Radizieren

1. Schreiben Sie als <u>einen</u> gekürzten Bruch.

$$\frac{x^5+1}{x^{m+2}}-\frac{2x^2-2}{x^m}+\frac{2-x}{x^{m-2}}=\frac{x^5+1}{x^m\cdot x^2}-\frac{2(x^2-1)}{x^m}+\frac{(2-x)x^2}{x^m}=$$

$$\frac{x^5+1-2x^2(x^2-1)+x^4(2-x)}{x^m\cdot x^2}=\frac{x^5+1-2x^4+2x^2+2x^4-x^5}{x^{m+2}}$$

$$=\frac{2x^2+1}{x^{m+2}}$$

2. $$\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2+\left[(-3)^3\right]^{-1}+\left[-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^3=\left(-\frac{1}{3}\right)^{-6}+(-3)^{-3}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}=$$

$$=3^6-\left(\frac{1}{3}\right)^3-3^6=-\frac{1}{27}$$

3. Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich:

$$\left(1+\frac{2}{t}\right)^2\cdot\left[\frac{1}{t}-\left(\frac{t}{2}-1\right)^{-1}\right]^{-2}=\left(\frac{t+2}{t}\right)^2\cdot\left[\frac{1}{t}-\left(\frac{t-2}{2}\right)^{-1}\right]^{-2}=$$

$$=\left(\frac{t+2}{t}\right)^2\cdot\left[\frac{1}{t}-\left(\frac{2}{t-2}\right)\right]^{-2}=\frac{(t+2)^2}{t^2}\cdot\left[\frac{t-2-2t}{t(t-2)}\right]^{-2}=$$

$$=\frac{(t+2)^2}{\cancel{t^2}}\cdot\frac{\cancel{t^2}(t-2)^2}{(-2-t)^2}=\frac{\cancel{(t+2)^2}\cdot(t-2)^2}{(-1)^2\cancel{(t+2)^2}}=(t-2)^2$$

4. $$\left[\left(-\frac{x}{2}\right)^{-3}\right]^2+\left[-\left(\frac{x}{2}\right)^{-2}\right]^3+\left[\left(-\frac{2}{x}\right)^3\right]^{-1}=$$

$$\left(\frac{-x}{2}\right)^{-6}-\left(\frac{x}{2}\right)^{-6}+\left(-\frac{2}{x}\right)^{-3}=\cancel{\frac{2^6}{x^6}}-\cancel{\frac{2^6}{x^6}}-\frac{x^3}{2^3}$$

$$=\frac{-x^3}{8}$$

5. Stellen Sie das Resultat in der Form $a \cdot 10^b$ dar. a ist dabei ein positiver gewöhnlicher Bruch ; b ist eine positive ganze Zahl.

$$5\cdot\left(\sqrt{1000}\right)^4 - 100\cdot\left(3\cdot10^{-2}\right)^{-2} - \left[3\left(-\frac{3}{10}\right)^{-2}\right]^3 = ?$$

$$5\cdot\left(10^3\right)^2 - 100\cdot\frac{1}{9}\cdot10^4 - \left[27\left(\frac{10^6}{3^6}\right)\right] =$$

$$5\cdot10^6 - \frac{1}{9}\cdot10^6 - \frac{3^3\cdot10^6}{3^6} =$$

$$5\cdot10^6 - \frac{1}{9}\cdot10^6 - \frac{10^6}{3^3} = 10^6\left(5-\frac{1}{9}-\frac{1}{27}\right)$$

$$10^6\cdot\left(\frac{135-3-1}{27}\right) = \underline{\underline{\frac{131}{27}\cdot10^6}}$$

6. Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{b^2}\right)^{-4}}\cdot\sqrt{b\cdot\sqrt[3]{b^2}}}}{b\cdot\sqrt[6]{b\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b^{-1}\cdot\sqrt[3]{b^2}}} = \frac{\sqrt{b^{8/3}\cdot b^{1/2}\cdot b^{2/6}}}{b\cdot b^{1/6}\cdot b^{1/12}\cdot b^{-1/2}\cdot b^{2/6}} =$$

$$b^{\frac{8}{6}+\frac{1}{4}+\frac{2}{12}-1-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = b^{2/3}$$

$$= \underline{\underline{\sqrt[3]{b^2}}}$$

7. Vereinfachen Sie soweit als möglich: (x > 0 , y > 0)

$$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2x^3y^3} - \frac{\left(\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}-\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^2}{2x^2y^2}} = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2x^3y^3} - \frac{\left(\frac{y-x}{\sqrt{xy}}\right)^2}{2x^2y^2}} =$$

$$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2x^3y^3} - \frac{(y-x)^2}{2x^2y^2\cdot xy}} = \sqrt{\frac{x^2+y^2-(y-x)^2}{2x^3y^3}}$$

$$\sqrt{\frac{\cancel{x^2}+\cancel{y^2}-\cancel{y^2}+\cancel{2}xy-\cancel{x^2}}{\cancel{2}x^3y^3}} = \sqrt{\frac{1}{x^2y^2}} = \underline{\underline{\frac{1}{xy}}}$$

Lösungen

Math. Prüfung: **Potenzieren / Radizieren**

1. Schreiben Sie als <u>einen</u> gekürzten Bruch.

$$\frac{1-2e^2}{e^p}+\frac{2-3e^2}{e^{p-2}}+\frac{3}{e^{p-4}}=\frac{1-2e^2+e^2(2-3e^2)+3e^4}{e^p}$$

$$=\frac{1-\cancel{2e^2}+\cancel{2e^2}-\cancel{3e^4}+\cancel{3e^4}}{e^p}=\underline{\underline{\frac{1}{e^p}}}$$

2. Schreiben Sie in möglichst einfacher Form:

$$5\cdot 10^2a^6-10^2\left(\frac{a^{-3}}{3}\right)^{-2}-\left[-3\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}\right]^3=$$

$$500a^6-100\cdot 9a^6+27a^6=\underline{\underline{-373a^6}}$$

3. Vereinfachen Sie den Term soweit als möglich:

$$a\cdot\left[\frac{4}{a}+\left(\frac{2}{a}-1\right)^2\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\left(\frac{a}{2}-1\right)^{-2}\right]^{-1}=$$

$$a\left[\frac{4}{a}+\left(\frac{2-a}{a}\right)^2\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\left(\frac{a-2}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}=$$

$$\cancel{a}\left[\frac{4a+(2-a)^2}{a^{\cancel{2}}}\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\frac{4}{(a-2)^2}\right]^{-1}=\frac{4a+(2-a)^2}{a}\cdot\left[\frac{(a-2)^2+4a}{a(a-2)^2}\right]^{-1}$$

$$\frac{\cancel{4a+(2-a)^2}}{\cancel{a}}\cdot\frac{\cancel{a}(a-2)^2}{\cancel{(a-2)^2+4a}}=\underline{\underline{(a-2)^2}}$$

4. Dieses Produkt ist soweit als möglich zu vereinfachen. (für $a > b > 0$)

$$\sqrt{\sqrt{a^3}+b\sqrt{a}}\cdot\sqrt{\sqrt{a}-\frac{b}{\sqrt{a}}}=$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{a^3}+b\sqrt{a}\right)\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{b}{\sqrt{a}}\right)}=\sqrt{\sqrt{a^4}-\frac{b\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}+ab-b^2}$$

$$=\sqrt{a^2-\cancel{ab}+\cancel{ab}-b^2}=\underline{\underline{\sqrt{a^2-b^2}}}$$

5. Vereinfachen Sie soweit als möglich:

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^{-1}}\cdot\sqrt{x}}}{x\cdot\sqrt[3]{x^{-1}\cdot\sqrt{x^{-1}\cdot\sqrt{x^{-1}}}}} = \frac{\sqrt{x^{-1/3}\cdot x^{1/2}}}{x\,\sqrt[3]{x^{-1}\sqrt{x^{-1}\cdot x^{-1/2}}}} = \frac{\sqrt{x^{1/6}}}{x\cdot\sqrt[3]{x^{-1}\sqrt{x^{-3/2}}}}$$

$$\frac{x^{1/12}}{x\cdot\sqrt[3]{x^{-1}\cdot x^{-3/4}}} = \frac{x^{1/12}}{x\,\sqrt[3]{x^{-7/4}}} = \frac{x^{1/12}}{x\cdot x^{-7/12}}$$

$$x^{\frac{1-12+7}{12}} = x^{-1/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

6. Vereinfachen Sie soweit als möglich. Schreiben Sie die Lösung mit Hilfe von Wurzelzeichen.

$$\frac{x\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\sqrt[3]{1+\frac{1}{x}}} = \frac{x\,\sqrt[3]{\frac{x+1}{x^2}}}{\sqrt[3]{\frac{x+1}{\cancel{x}}}} = x\cdot\sqrt[3]{\frac{\cancel{(x+1)}\,\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}\cancel{(x+1)}}} =$$

$$x\,\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = \sqrt[3]{\frac{x^3}{x}} = \sqrt[3]{x^2}$$

7. Stellen Sie den folgenden Ausdruck möglichst einfach mit nur einem Wurzelzeichen dar!

$$\sqrt[3]{\frac{xy}{x^4-y^4}}\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{x+y}{x-y}\right)-\left(\frac{x-y}{x+y}\right)}\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x^2}\right)^2}\cdot\left(xy\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}\right)^2=$$

$$\sqrt[3]{\frac{xy}{\cancel{(x^2-y^2)}(x^2+y^2)}\cdot\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{\cancel{(x^2-y^2)}}\cdot\frac{\cancel{(x^2-y^2)^2}}{x^4y^4}\cdot x^6y^6\left(\frac{y^2+x^2}{x^2y^2}\right)^2}$$

$$\sqrt[3]{\frac{\cancel{xy}}{\cancel{(x^2+y^2)}}\cdot 2\cancel{y}\cdot 2\cancel{x}\cdot\frac{\cancel{x^6y^6}}{\cancel{x^4y^4}}\cdot\frac{(x^2+y^2)^{\cancel{2}}}{\cancel{x^4\cdot y^4}}} =$$

$$= \sqrt[3]{4(x^2+y^2)}$$

Math. Prüfung: Potenzieren / Radizieren

1. Vereinfachen Sie:

$$\left(\frac{u}{v}\right)^{n} \cdot \left(\frac{v}{u}\right)^{3n+4} : \left(\frac{-v}{u}\right)^{2n+1} = \frac{\cancel{u^{n}} \cdot \cancel{v^{3n}} \cdot v^{4}}{\cancel{v^{n}} \cdot \cancel{u^{3n}} \cdot u^{4}} \cdot \left(-\frac{u^{2n} \cdot u}{\cancel{v^{2n}} \cdot v}\right) = -\left(\frac{v}{u}\right)^{3}$$

2. Vereinfachen Sie den folgenden Term:

$$\frac{a^{2n}\, b^{m}}{a^{n+1}} : \frac{a^{n+2}+a^{2}}{\left(a^{n}+a^{0}\right) b^{2-m}} = \frac{a^{2n} \cdot b^{m} \cdot (a^{n}+1) \cdot b^{2-m}}{a^{n+1} \cdot (a^{n+2}+a^{2})} =$$

$$\frac{a^{2n-(n+1)} \cdot b^{m+(2-m)}\, \cancel{(a^{n}+1)}}{a^{2}\, \cancel{(a^{n}+1)}} = a^{n-3}\, b^{2}$$

3. Vereinfachen Sie den Term soweit als möglich:

$$\left[\frac{1}{a} - \left(\frac{a}{2}-1\right)^{-1}\right]^{-2} \cdot \left(1+\frac{2}{a}\right)^{2} = \left[\frac{1}{a} - \left(\frac{a-2}{2}\right)^{-1}\right]^{-2} \cdot \left(\frac{a+2}{a}\right)^{2} =$$

$$\left[\frac{1}{a} - \left(\frac{2}{a-2}\right)\right]^{-2} \cdot \left(\frac{a+2}{a}\right)^{2} = \left[\frac{a-2-2a}{a(a-2)}\right]^{-2} \cdot \frac{(a+2)^{2}}{a^{2}} =$$

$$\frac{\cancel{a^{2}} \cdot (a-2)^{2}}{(-2-a)^{2}} \cdot \frac{(a+2)^{2}}{\cancel{a^{2}}} = \frac{(a-2)^{2}\, \cancel{(a+2)^{2}}}{(-1)^{2}\, \cancel{(a+2)^{2}}} = (a-2)^{2}$$

4. Vereinfachen Sie soweit als möglich:

$$\sqrt{\frac{\sqrt[4]{a^{\frac{1}{3}}} \cdot \sqrt[2]{a^{-8}}}{\sqrt[3]{a^{-5}}}} : \frac{\sqrt[6]{a^{\frac{3}{4}}}}{\sqrt[3]{a^{2}}} = \sqrt[2]{\frac{a^{1/12} \cdot a^{-4}}{a^{-5/3}}} \cdot \frac{a^{2/3}}{a^{3/24}} =$$

$$a^{\frac{1}{24}} \cdot a^{-2} \cdot a^{5/6} \cdot a^{2/3} \cdot a^{-3/24} =$$

$$a^{\frac{1-48+20+16-3}{24}} = a^{-\frac{14}{24}} = a^{-7/12}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{1}{a^{7}}}$$

5. Vereinfachen Sie den Ausdruck ; stellen Sie das Resultat als gekürzten Bruch dar. (n ist eine positive, ganze Zahl)

$$\left(\frac{2\left(2^{n+3}\right)}{2\left(2^{n}\right)-2^{n+4}}\right)^{-2} \cdot \frac{\left(2^{-6n}-2^{-6n-2}\right)2^{4}}{2^{-6n+3}-\left(-2^{3n}\right)^{-2}} =$$

$$\left[\frac{2\cdot 2^{n}-2^{n}\cdot 2^{4}}{2\cdot 2^{n}\cdot 2^{3}}\right]^{2} \cdot \frac{2^{4}\cdot 2^{-6n}\left(1-2^{-2}\right)}{2^{-6n+3}-2^{-6n}} =$$

$$\left[\frac{\cancel{2^{n}}\left(2-2^{4}\right)}{2^{\cancel{n}+4}}\right]^{2} \cdot \frac{2^{4}\cdot \cancel{2^{-6n}}\left(1-2^{-2}\right)}{\cancel{2^{-6n}}\left(2^{3}-1\right)} =$$

$$\left[\frac{(-14)}{2^{4}}\right]^{2} \cdot \frac{2^{4}\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)}{7} = \frac{14^{2}}{16^{2}}\cdot\frac{2^{4}\cdot 3}{7\cdot 4} = \underline{\underline{\frac{21}{16}}}$$

---

6. Berechnen Sie den Ausdruck: (a+b) : (a-b)
Geben Sie das Resultat, ohne $\sqrt{3}$ auszurechnen, in möglichst einfacher Form an. (Das Resultat kann $\sqrt{3}$ enthalten)

$$a = \frac{2}{2-\frac{1}{\sqrt{3}}} \quad ; \quad b = \frac{2}{2+\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$a = \frac{2}{\frac{2\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}-1} \quad ; \quad b = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}+1}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}-1}+\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}+1}}{\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}-1}-\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}+1}} = \frac{\cancel{\sqrt{12}}\left(\frac{1}{\sqrt{12}-1}+\frac{1}{\sqrt{12}+1}\right)}{\cancel{\sqrt{12}}\left(\frac{1}{\sqrt{12}-1}-\frac{1}{\sqrt{12}+1}\right)}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{12}+1+\sqrt{12}-1}{\cancel{(\sqrt{12}-1)(\sqrt{12}+1)}}}{\frac{(\sqrt{12}+1)-(\sqrt{12}-1)}{\cancel{(\sqrt{12}-1)(\sqrt{12}+1)}}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{12}}{\cancel{2}} = \sqrt{12}$$

$$= \underline{\underline{2\cdot\sqrt{3}}}$$

7. Der folgende Ausdruck ist soweit als möglich zu vereinfachen:

$$\sqrt[4]{\frac{a^2b^2}{a^8-2a^4b^4+b^8}} \cdot \sqrt{ab(a^4+b^4)\cdot\left[\left(\frac{a}{b}\right)^2-\left(\frac{b}{a}\right)^2\right]} =$$

$$\sqrt[4]{\frac{a^2b^2}{(a^4-b^4)^2}} \cdot \sqrt{ab(a^4+b^4)\cdot\left[\frac{a^2}{b^2}-\frac{b^2}{a^2}\right]}$$

$$\sqrt[2]{\frac{\cancel{ab}}{\cancel{(a^4-b^4)}} \cdot \cancel{ab}\,(a^4+b^4)\,\frac{\cancel{(a^4-b^4)}}{\cancel{a^2b^2}}} =$$

$$= \underline{\underline{\sqrt{a^4+b^4}}}$$

Math. Prüfung: Potenzieren / Radizieren

1. Schreiben Sie als einen gekürzten Bruch.

$$\frac{1}{a^n}-\frac{2}{a^{n-1}}+\frac{1}{a^{n-2}} = \frac{1}{a^n}-\frac{2a}{a^n}+\frac{a^2}{a^n} = \frac{a^2-2a+1}{a^n} = \frac{(a-1)^2}{a^n}$$

2. Vereinfachen Sie so weit als möglich.
Schreiben Sie die Lösung mit Hilfe von einem Wurzelzeichen.

$$\left(\sqrt[5]{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}\right)^3 \cdot \sqrt[5]{(ab)^4} : \sqrt{a+b} = \left(\sqrt[5]{\frac{a+b}{ab}}\right)^3 \cdot (ab)^{4/5} \cdot (a+b)^{-1/2} =$$

$$(a+b)^{3/5} \cdot (ab)^{-3/5} \cdot (ab)^{4/5} \cdot (a+b)^{-1/2} =$$

$$(a+b)^{1/10} \cdot (ab)^{1/5} = (a+b)^{1/10} (ab)^{2/10} = \sqrt[10]{(a+b)(ab)^2}$$

3. Vereinfachen Sie so weit als möglich.

$$\frac{a^{2n}\cdot b^m}{a^{n+1}} : \frac{a^{n+2}+a^2}{(a^n+a^0)\cdot b^{2-m}} = \frac{a^{2n}\cdot b^m \cdot (a^n+1)\cdot b^{2-m}}{a^{n+1}\cdot(a^{n+2}+a^2)} =$$

$$\frac{a^{2n-(n+1)}\cdot b^{m+(2-m)}\cdot \cancel{(a^n+1)}}{a^2\,\cancel{(a^n+1)}} = \frac{a^{n-1}\cdot b^2}{a^2} = a^{n-3}b^2$$

4. Vereinfachen Sie so weit als möglich.

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{b^2}\right)^{-4}}\cdot\sqrt{b\cdot\sqrt[3]{b^2}}}}{b\cdot\sqrt[6]{b\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b^{-1}\cdot\sqrt[3]{b^2}}} = \frac{\sqrt{b^{8/3}\cdot b^{1/2}\cdot b^{2/6}}}{b\cdot b^{1/6}\cdot b^{1/12}\cdot b^{-1/2}\cdot b^{2/6}} =$$

$$b^{8/6+1/4+2/12-1-1/6-1/12+1/2-1/3} = b^{2/3} = \sqrt[3]{b^2}$$

5. Bestimmen Sie das Produkt.
Schreiben Sie im Resultat anstelle von gebrochenen Exponenten Wurzelzeichen.

$$\left(x\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)\cdot\left[x^{2/3}-x^{-1/6}\right] = \left(x^{4/3}+x^{1/2}+x^{-1/3}\right)\cdot\left[x^{2/3}-x^{-1/6}\right]$$

$$x^2-\cancel{x^{7/6}}+\cancel{x^{7/6}}-\cancel{x^{1/3}}+\cancel{x^{1/3}}-x^{-1/2} = x^2-x^{-1/2} = x^2-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

6. Das Produkt ist so weit als möglich zu vereinfachen. (für a > b > 0)

$$\sqrt{\sqrt{a^3}+b\sqrt{a}}\cdot\sqrt{\sqrt{a}-\frac{b}{\sqrt{a}}} = \sqrt{\left(\sqrt{a^3}+b\sqrt{a}\right)\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{b}{\sqrt{a}}\right)} =$$

$$\sqrt{a^2-\frac{b\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}+ab-\frac{b^2\sqrt{a}}{\sqrt{a}}} = \sqrt{a^2-\cancel{ab}+\cancel{ab}-b^2} = \underline{\underline{\sqrt{a^2-b^2}}}$$

7. Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich; das Resultat ist ohne Klammern und Bruchstriche darzustellen.

$$\left(\frac{\left(x^{-0.25}+x^{0.25}\right)\left(x^{-0.5}-1\right)}{\left(x^{-0.25}+1\right)\left(x^{-0.5}-x^{-0.25}\right)}\right)^2, \ (x>0)$$

$$\left[\frac{\left(x^{-1/4}+x^{1/4}\right)\left(x^{-1/2}-1\right)}{\left(x^{-3/4}+1\right)\left(x^{-1/2}-x^{-1/4}\right)}\right]^2 = \left[\frac{x^{-3/4}-\cancel{x^{-1/4}}+\cancel{x^{-1/4}}-x^{1/4}}{x^{-3/4}-\cancel{x^{-1/2}}+\cancel{x^{-1/2}}-x^{-1/4}}\right]^2$$

ausmultipl.

$$\left[\frac{\frac{1}{x^{3/4}}-x^{1/4}}{\frac{1}{x^{3/4}}-\frac{1}{x^{1/4}}}\right]^2 = \left[\frac{\frac{1-x}{x^{3/4}}}{\frac{1-x^{1/2}}{x^{3/4}}}\right]^2 = \left[\frac{1-x}{\cancel{x^{3/4}}}\cdot\frac{\cancel{x^{3/4}}}{1-x^{1/2}}\right]^2$$

$$\left[\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}\right]^2 = \left[\frac{(1-x)\ (1+\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})\ (1+\sqrt{x})}\right]^2 = \left[\frac{\cancel{(1-x)}\,(1+\sqrt{x})}{\cancel{(1-x)}}\right]^2$$

erweitert mit $(1+\sqrt{x})$

$$(1+\sqrt{x})^2 = \underline{\underline{1+2\sqrt{x}+x}}$$

$\frac{}{}$ tz

Math. Prüfung:	Potenzieren / Radizieren

1. Schreiben Sie als einen gekürzten Bruch.

$$\frac{3a^2}{a^n} - \frac{a+1}{a^{n+1}} + \frac{2-a}{a^{n-2}} = \frac{a\cdot 3a^2 - (a+1) + a^3(2-a)}{a^n \cdot a} =$$

$$= \frac{3a^3 - a - 1 + 2a^3 - a^4}{a^{n+1}} = \frac{-a^4+5a^3-a-1}{a^{n+1}}$$

2. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.

$$[2(-x)^{-2}]^{-3} - \left[4\left(-\frac{x}{2}\right)^3\right]^2 + (-2)^5[-(4x^{-2})^{-1}]^3$$

$$\frac{x^6}{2^3} - \frac{4^2\cdot x^6}{2^6} + \frac{(-32)\cdot(-x^6)}{4^3} = \frac{x^6}{8} - \frac{16x^6}{64} + \frac{x^6}{2}$$

$$= \frac{x^6}{8} - \frac{2x^6}{8} + \frac{4x^6}{8} = \frac{3x^6}{8}$$

3. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$u = a\cdot\left[\frac{4}{a}+\left(\frac{2}{a}-1\right)^2\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\left(\frac{a}{2}-1\right)^{-2}\right]^{-1} = a\left[\frac{4}{a}+\left(\frac{2-a}{a}\right)^2\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\left(\frac{a-2}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

$$u = a\left[\frac{4}{a} + \frac{4-4a+a^2}{a^2}\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\frac{4}{a^2-4a+4}\right]^{-1}$$

$$u = a\left[\frac{\cancel{4a}+4-\cancel{4a}+a^2}{a^2}\right]\cdot\left[\frac{a^2-\cancel{4a}+4+\cancel{4a}}{a(a^2-4a+4)}\right]^{-1}$$

$$u = \cancel{a}\cdot\frac{\cancel{a^2+4}}{\cancel{a}^2}\cdot\frac{\cancel{a}(a^2-4a+4)}{\cancel{a^2+4}} = (a-2)^2$$

4. Vereinfachen Sie den folgenden Term T so weit als möglich.

$$T = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}}}\cdot\sqrt{a\cdot\sqrt{a\cdot\sqrt{a}}}}{\sqrt[4]{a\cdot\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a^{-2}\cdot\sqrt[3]{a^2}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{a^5}}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{a^4}}\cdot\sqrt{a\sqrt{a\cdot a^{1/2}}}}{a^{1/4}\cdot a^{1/8}\cdot a^{-1}\cdot a^{2/6}\cdot a^{5/6}}$$

$$T = \frac{a^{4/6}\cdot\sqrt{a\cdot a^{1/2}\cdot \cancel{a^{1/4}}}}{a^{1/4}\cdot\cancel{a^{1/8}}\cdot a^{-1}\cdot a^{1/3}\cdot a^{5/6}} = \frac{a^{\frac{8+6+3}{12}}}{a^{\frac{3-12+4+10}{12}}} = a$$

5. Formen Sie den Term so um, dass er ohne Wurzeln geschrieben werden kann.

$$\sqrt{(2a)^2+\left(b-\frac{a^2}{b}\right)^2}-\sqrt{\left(b+\frac{a^2}{b}\right)^2-(2a)^2} = \sqrt{4a^2+\left(\frac{b^2-a^2}{b}\right)^2}-\sqrt{\left(\frac{b^2+a^2}{b}\right)^2-4a^2}$$

$$\sqrt{\frac{4a^2b^2+(b^2-a^2)^2}{b^2}}-\sqrt{\frac{(b^2+a^2)-4a^2b^2}{b^2}} = \frac{1}{b}\left[\sqrt{b^4+2a^2b^2+a^4}-\sqrt{b^4-2a^2b^2+a^4}\right]$$

$$\frac{1}{b}\left(\sqrt{(b^2+a^2)^2}\underbrace{-\sqrt{(b^2-a^2)^2}}\right) = \frac{1}{b}\left[(b^2-a^2)-(b^2+a^2)\right] = \frac{2a^2}{b}$$

oder: $-\sqrt{(a^2-b^2)^2} \Rightarrow 2b$

6. Schreiben Sie ohne negativen Exponenten, und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left[\frac{(x^{-2}-x^{-1})\cdot(x^{-1}+1)}{(x^{-2}-1)\cdot(x^{-1}+x)}\right]^{-1} = \frac{(x^{-2}-1)(x^{-1}+x)}{(x^{-2}-x^{-1})(x^{-1}+1)} = \frac{(x^{-1}-1)\cancel{(x^{-1}+1)}(x^{-1}+x)}{(x^{-2}-x^{-1})\cancel{(x^{-1}+1)}}$$

$$= \frac{\cancel{(x^{-1}-1)}(x^{-1}+x)}{x^{-1}\cancel{(x^{-1}-1)}} = \frac{\cancel{x^{-1}}(1+x^2)}{\cancel{x^{-1}}} = x^2+1$$

7. Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich. Stellen Sie das Resultat als gekürzten Bruch dar.

$$\frac{(a-b)^{-5}\cdot(x+y)^{-3}}{r^8-s^6}:\left[\frac{(b-a)^5}{(x+y)^{-3}\cdot(r^4+s^3)^{-1}}\right]^{-1} = \frac{(a-b)^{-5}\cancel{(x+y)^{-3}}}{r^8-s^6}\cdot\frac{(b-a)^5}{\cancel{(x+y)^{-3}}(r^4+s^3)^{-1}}$$

$$= \frac{(-1)^5\cancel{(a-b)^5}\cdot(r^4+s^3)}{\cancel{(a-b)^5}\,(r^8-s^6)} = \frac{-\cancel{(r^4+s^3)}}{\cancel{(r^4+s^3)}(r^4-s^3)}$$

$$= \frac{-1}{r^4-s^3} = \frac{1}{s^3-r^4}$$

$\frac{1}{2}$

Math. Prüfung: **Potenzieren / Radizieren** || GSBM I

1. Schreiben Sie als einen gekürzten Bruch.

$$\frac{x^5+1}{x^{m+2}} - \frac{2x^2-2}{x^m} + \frac{2-x}{x^{m-2}} = \frac{x^5+1}{x^m\cdot x^2} - \frac{2(x^2-1)}{x^m} + \frac{(2-x)x^2}{x^m} =$$

$$\frac{x^5+1-2x^2(x^2-1)+x^4(2-x)}{x^m\cdot x^2} = \frac{x^5+1-2x^4+2x^2+2x^4-}{x^{m+2}}$$

$$= \frac{2x^2+1}{x^{m+2}}$$

2. $$\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2 + \left[(-3)^3\right]^{-1} + \left[-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-6} + (-3)^{-3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} =$$

$$= 3^6 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 3^6 = -\frac{1}{27}$$

3. Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich:

$$\left(1+\frac{2}{t}\right)^2\cdot\left[\frac{1}{t}-\left(\frac{t}{2}-1\right)^{-1}\right]^{-2} = \left(\frac{t+2}{t}\right)^2\cdot\left[\frac{1}{t}-\left(\frac{t-2}{2}\right)^{-1}\right]^{-2} =$$

$$= \left(\frac{t+2}{t}\right)^2\cdot\left[\frac{1}{t}-\left(\frac{2}{t-2}\right)\right]^{-2} = \frac{(t+2)^2}{t^2}\cdot\left[\frac{t-2-2t}{t(t-2)}\right]^{-2} =$$

$$= \frac{(t+2)^2}{\cancel{t^2}}\cdot\frac{\cancel{t^2}(t-2)^2}{(-2-t)^2} = \frac{\cancel{(t+2)^2}\cdot(t-2)^2}{(-1)^2\cancel{(t+2)^2}} = (t-2)^2$$

4. $$\left[\left(-\frac{x}{2}\right)^{-3}\right]^2 + \left[-\left(\frac{x}{2}\right)^{-2}\right]^3 + \left[\left(-\frac{2}{x}\right)^3\right]^{-1} =$$

$$\left(\frac{-x}{2}\right)^{-6} - \left(\frac{x}{2}\right)^{-6} + \left(-\frac{2}{x}\right)^{-3} = \frac{\cancel{2^6}}{\cancel{x^6}} - \frac{\cancel{2^6}}{\cancel{x^6}} - \frac{x^3}{2^3}$$

$$= \frac{-x^3}{8}$$

5. Stellen Sie das Resultat in der Form $a \cdot 10^b$ dar. a ist dabei ein positiver gewöhnlicher Bruch ; b ist eine positive ganze Zahl.

$$5\cdot\left(\sqrt{1000}\right)^4-100\cdot\left(3\cdot10^{-2}\right)^{-2}-\left[3\left(-\frac{3}{10}\right)^{-2}\right]^3=?$$

$$5\cdot\left(10^3\right)^2-100\cdot\frac{1}{9}\cdot10^4-\left[27\left(\frac{10^6}{3^6}\right)\right]=$$

$$5\cdot10^6-\frac{1}{9}\cdot10^6-\frac{3^3\cdot10^6}{3^6}=$$

$$5\cdot10^6-\frac{1}{9}\cdot10^6-\frac{10^6}{3^3}=10^6\left(5-\frac{1}{9}-\frac{1}{27}\right)$$

$$10^6\cdot\left(\frac{135-3-1}{27}\right)=\underline{\underline{\frac{131}{27}\cdot10^6}}$$

6. Vereinfachen Sie soweit als möglich.

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{b^2}\right)^{-4}}\cdot\sqrt{b\cdot\sqrt[3]{b^2}}}}{b\cdot\sqrt[6]{b\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b^{-1}\cdot\sqrt[3]{b^2}}}=\frac{\sqrt{b^{8/3}\cdot b^{1/2}\cdot b^{2/6}}}{b\cdot b^{1/6}\cdot b^{1/12}\cdot b^{-1/2}\cdot b^{2/6}}=$$

$$b^{\frac{8}{6}+\frac{1}{4}+\frac{2}{12}-1-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=b^{2/3}$$

$$=\underline{\underline{\sqrt[3]{b^2}}}$$

7. Vereinfachen Sie.

$$\frac{g^5+2}{2g^9}-\frac{3-g^6}{3g^{10}}-\frac{(2g-1)^2}{4g^{11}}=\frac{6g^2(g^5+2)-4g(3-g^6)-3(2g-1)^2}{12g^{11}}$$

$$\frac{6g^7+12g^2-12g+4g^7-3(4g^2-4g+1)}{12g^{11}}=$$

$$\frac{6g^7+12g^2-12g+4g^7-12g^2+12g-3}{12g^{11}}=\underline{\underline{\frac{10g^7-3}{12g^{11}}}}$$

Lösungen GSBM

Math. Prüfung:	Potenzieren / Radizieren

1. Schreiben Sie als <u>einen</u> gekürzten Bruch.

$$\frac{1-2e^2}{e^p}+\frac{2-3e^2}{e^{p-2}}+\frac{3}{e^{p-4}}= \frac{1-2e^2+e^2(2-3e^2)+3e^4}{e^p}$$

$$=\frac{1-\cancel{2e^2}+\cancel{2e^2}-\cancel{3e^4}+\cancel{3e^4}}{e^p}=\underline{\underline{\frac{1}{e^p}}}$$

2. Schreiben Sie in möglichst einfacher Form:

$$5\cdot 10^2 a^6-10^2\left(\frac{a^{-3}}{3}\right)^{-2}-\left[-3\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}\right]^3=$$

$$500a^6-100\cdot 9a^6+27a^6=\underline{\underline{-373a^6}}$$

3. Vereinfachen Sie den Term soweit als möglich:

$$a\cdot\left[\frac{4}{a}+\left(\frac{2}{a}-1\right)^2\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\left(\frac{a}{2}-1\right)^{-2}\right]^{-1}=$$

$$a\left[\frac{4}{a}+\left(\frac{2-a}{a}\right)^2\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\left(\frac{a-2}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}=$$

$$\cancel{a}\left[\frac{4a+(2-a)^2}{a^{\cancel{2}}}\right]\cdot\left[\frac{1}{a}+\frac{4}{(a-2)^2}\right]^{-1}=\frac{4a+(2-a)^2}{a}\cdot\left[\frac{(a-2)^2+4a}{a(a-2)^2}\right]^{-1}$$

$$\frac{\cancel{4a+(2-a)^2}}{\cancel{a}}\cdot\frac{\cancel{a}(a-2)^2}{\cancel{(a-2)^2+4a}}=\underline{\underline{(a-2)^2}}$$

4. Dieses Produkt ist soweit als möglich zu vereinfachen. (für $a > b > 0$)

$$\sqrt{\sqrt{a^3}+b\sqrt{a}}\cdot\sqrt{\sqrt{a}-\frac{b}{\sqrt{a}}}=$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{a^3}+b\sqrt{a}\right)\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{b}{\sqrt{a}}\right)}=\sqrt{\sqrt{a^4}-\frac{b\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}+ab-b^2}$$

$$=\sqrt{a^2-\cancel{ab}+\cancel{ab}-b^2}=\underline{\underline{\sqrt{a^2-b^2}}}$$

5. Vereinfachen Sie soweit als möglich:

$$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^{-1}}\cdot\sqrt{x}}}{x\cdot\sqrt[3]{x^{-1}\cdot\sqrt{x^{-1}\cdot\sqrt{x^{-1}}}}} = \frac{\sqrt{x^{-1/3}\cdot x^{1/2}}}{x\sqrt[3]{x^{-1}\sqrt{x^{-1}\cdot x^{-1/2}}}} = \frac{\sqrt{x^{1/6}}}{x\cdot\sqrt[3]{x^{-1}\sqrt{x^{-3/2}}}}$$

$$\frac{x^{1/12}}{x\cdot\sqrt[3]{x^{-1}\cdot x^{-3/4}}} = \frac{x^{1/12}}{x\sqrt[3]{x^{-7/4}}} = \frac{x^{1/12}}{x\cdot x^{-7/12}}$$

$$x^{\frac{1-12+7}{12}} = x^{-1/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

6. Vereinfachen Sie soweit als möglich. Schreiben Sie die Lösung mit Hilfe von Wurzelzeichen.

$$\frac{x\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\sqrt[3]{1+\frac{1}{x}}} = \frac{x\sqrt[3]{\frac{x+1}{x^2}}}{\sqrt[3]{\frac{x+1}{x}}} = x\cdot\sqrt[3]{\frac{\cancel{(x+1)}\cancel{x}}{x^{2}\cancel{(x+1)}}} =$$

$$x\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = \sqrt[3]{\frac{x^3}{x}} = \sqrt[3]{x^2}$$

Lösungen

Math. Prüfung:	Potenzieren / Radizieren	GSBM

K

1. Schreiben Sie als einen gekürzten Bruch.

$$\frac{3a^2}{a^n} - \frac{a+1}{a^{n+1}} + \frac{2-a}{a^{n-2}} = \frac{a \cdot 3a^2 - (a+1) + a^3(2-a)}{a^n \cdot a} =$$

$$= \frac{3a^3 - a - 1 + 2a^3 - a^4}{a^{n+1}} = \frac{-a^4 + 5a^3 - a - 1}{a^{n+1}}$$

2. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.

$$[2(-x)^{-2}]^{-3} - \left[4\left(-\frac{x}{2}\right)^3\right]^2 + (-2)^5[-(4x^{-2})^{-1}]^3$$

$$\frac{x^6}{2^3} - \frac{4^2 \cdot x^6}{2^6} + \frac{(-32)\cdot(-x^6)}{4^3} = \frac{x^6}{8} - \frac{16x^6}{64} + \frac{x^6}{2}$$

$$= \frac{x^6}{8} - \frac{2x^6}{8} + \frac{4x^6}{8} = \frac{3x^6}{8}$$

3. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$u = a \cdot \left[\frac{4}{a} + \left(\frac{2}{a} - 1\right)^2\right] \cdot \left[\frac{1}{a} + \left(\frac{a}{2} - 1\right)^{-2}\right]^{-1} = a\left[\frac{4}{a} + \left(\frac{2-a}{a}\right)^2\right] \cdot \left[\frac{1}{a} + \left(\frac{a-2}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

$$u = a\left[\frac{4}{a} + \frac{4-4a+a^2}{a^2}\right] \cdot \left[\frac{1}{a} + \frac{4}{a^2-4a+4}\right]^{-1}$$

$$u = a\left[\frac{\cancel{4a} + 4 - \cancel{4a} + a^2}{a^2}\right] \cdot \left[\frac{a^2 - \cancel{4a} + 4 + \cancel{4a}}{a(a^2-4a+4)}\right]^{-1}$$

$$u = \cancel{a} \cdot \frac{\cancel{a^2+4}}{\cancel{a^2}} \cdot \frac{\cancel{a}(a^2-4a+4)}{\cancel{a^2+4}} = (a-2)^2$$

4. Vereinfachen Sie den folgenden Term T so weit als möglich.

$$T = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}}} \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}}}{\sqrt[4]{a \cdot \sqrt{a}} \cdot \sqrt{a^{-2} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{a^5}}}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{a^4}} \cdot \sqrt{a\sqrt{a \cdot a^{1/2}}}}{a^{1/4} \cdot a^{1/8} \cdot a^{-1} \cdot a^{2/6} \cdot a^{5/6}}$$

$$T = \frac{a^{4/6} \cdot \sqrt{a \cdot a^{1/2} \cdot \cancel{a^{1/4}}}}{a^{1/4} \cdot \cancel{a^{1/8}} \cdot a^{-1} \cdot a^{1/3} \cdot a^{5/6}} = \frac{a^{\frac{8+6+3}{12}}}{a^{\frac{3-12+4+10}{12}}} = a$$

5. Formen Sie den Term so um, dass er ohne Wurzeln geschrieben werden kann.

$$\sqrt{(2a)^2+\left(b-\frac{a^2}{b}\right)^2}-\sqrt{\left(b+\frac{a^2}{b}\right)^2-(2a)^2} = \sqrt{4a^2+\left(\frac{b^2-a^2}{b}\right)^2}-\sqrt{\left(\frac{b^2+a^2}{b}\right)^2-4a}$$

$$\sqrt{\frac{4a^2b^2+(b^2-a^2)^2}{b^2}}-\sqrt{\frac{(b^2+a^2)-4a^2b^2}{b^2}} = \frac{1}{b}\left[\sqrt{b^4+2a^2b^2+a^4}-\sqrt{b^4-2a^2b^2+a^4}\right]$$

$$\frac{1}{b}\left(\sqrt{(b^2+a^2)^2}-\sqrt{(b^2-a^2)^2}\right) = \frac{1}{b}\left[(b^2+a^2)-(b^2\ a^2)\right] = \frac{2a^2}{b}$$

oder: $-\sqrt{(a^2-b^2)^2}$ $\Rightarrow 2b$

6. Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich. Stellen Sie das Resultat als gekürzten Bruch dar.

$$\frac{(a-b)^{-5}\cdot(x+y)^{-3}}{r^8-s^6}:\left[\frac{(b-a)^5}{(x+y)^{-3}\cdot(r^4+s^3)^{-1}}\right]^{-1} = \frac{(a-b)^{-5}\cancel{(x+y)}^{-3}}{r^8-s^6}\cdot\frac{(b-a)^5}{\cancel{(x+y)}^{-3}(r^4+s^3}$$

$$= \frac{(-1)^5\cancel{(a-b)^5}\cdot(r^4+s^3)}{\cancel{(a-b)^5}(r^8-s^6)} = \frac{-\cancel{(r^4+s^3)}}{\cancel{(r^4+s^3)}(r^4-s^3)}$$

$$= \frac{-1}{r^4-s^3} = \frac{1}{s^3-r}$$