

Gesamtprüfung 2. Semester 2018, M1a

- Prüfungsdauer ■ 65 Minuten
- Hilfsmittel ■ **Nicht programmierbarer** Taschenrechner, **ohne CAS!**
- Bedingungen ■ Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
 ■ Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
 ■ Es ist anzugeben **was gesucht** wird.
 ■ Das Resultat ist so weit wie möglich zu vereinfachen.
 ■ Erstellen Sie Skizzen und **kontrollieren Sie Ihre Resultate!**
 ■ Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte eigene Zusatzblätter.
 Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Zusatzblatt».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname

Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Gesamtpunkte
Punkte	1	2	1.5	2	3	2.5	2	14

Note

Semesternote

Aufgabe 1**1 Punkt**Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich **mit Hilfe der Faktorzerlegung**.

$$-2x^2 + 20x = 42$$

$$G = \mathbb{R}$$

Lösung:

$$D = \mathbb{R}$$

(0.25)

$$-2x^2 + 20x - 42 = 0$$

$$| : (-2)$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

(0.25)

$$(x-3) \cdot (x-7) = 0$$

(0.25)

$$x_1 - 3 = 0 \rightarrow x_1 = \underline{3}$$

$$x_2 - 7 = 0 \rightarrow x_2 = \underline{7}$$

$$L = \underline{\underline{\{3;7\}}}$$

(0.25)

0.25

0.25

0.25

0.25

Total 1

Aufgabe 2**2 Punkte**Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich **durch quadr. Ergänzung!**

$$x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = 0$$

$$G = \mathbb{R}$$

Lösung:

$$D = \mathbb{R}$$

(0.25)

$$\underbrace{x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2}_{\text{Binom}} + 1 = 0$$

(0.5)

$$\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} + 1 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

 $\sqrt{\quad}$ **(0.25)**

$$x_{1,2} + \frac{5}{4} = \pm \sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{4} \pm \frac{3}{4}$$

(0.25)

$$x_1 = -\frac{2}{4} = \underline{-\frac{1}{2}}$$

(0.25)

$$x_2 = -\frac{8}{4} = \underline{-2}$$

(0.25)

$$L = \underline{\underline{\left\{-2; -\frac{1}{2}\right\}}}$$

(0.25)

0.25

0.5

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

Total 2

Aufgabe 3**1.5 Punkte**Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich des Systems. $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

(1) $3x + 2y = 1$

(2) $y - 3x = 14$

0.25

0.5

0.5

0.25

--

Total 1.5

Lösung:

$$D = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad (0.25)$$

(1) $3x + 2y = 1$

(2a) $-3x + y = 14$

(1+2a) $3y = 15$

(3) $y = \underline{5} \quad (0.5)$

(3) in (2a) $5 - 14 = 3x$

$-9 = 3x$

$x = \underline{-3} \quad (0.5)$

somit: $L = \underline{\underline{\{(-3; 5)\}}} \quad (0.25)$

Aufgabe 4**2 Punkte**Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich des Systems. $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

(1)
$$\frac{x+3}{x+1} = \frac{y+6}{y+4}$$

(2)
$$\frac{x-4}{x-2} = \frac{y-5}{y-1}$$

Lösung:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\} \times \mathbb{R} \setminus \{-4; 1\} \quad (0.5)$$

aus (1)
$$(x+3) \cdot (y+4) = (y+6) \cdot (x+1)$$
$$\cancel{xy} + 4x + 3y + 12 = \cancel{xy} + y + 6x + 6$$

(1a)
$$-2x + 2y = -6 \quad (0.25)$$

aus (2)
$$(x-4) \cdot (y-1) = (y-5) \cdot (x-2)$$
$$\cancel{xy} - x - 4y + 4 = \cancel{xy} - 2y - 5x + 10$$

(2a)
$$4x - 2y = 6 \quad (0.25)$$

(1a)+(2a)
$$2x = 0$$

(3)
$$x = \underline{0} \quad (0.5)$$

(3)in(2a)
$$-2 \cdot 0 + 2y = -6$$
$$y = \underline{-3} \quad (0.25)$$

somit:
$$L = \underline{\underline{\{(0; -3)\}}} \quad (0.25)$$

0.5

0.25

0.25

0.5

0.25

0.25

Total 2

Aufgabe 5

3 Punkte

Auf dem Markt bot ein Bauer Äpfel zu CHF 2.60, Birnen zu CHF 3.80 und Nüsse zu CHF 10.25 pro Kilogramm an. Er verkaufte zweimal so viele Äpfel wie Birnen und 70 kg weniger Nüsse als Äpfel. Wie viele Kilogramm von jeder Sorte verkaufte der Bauer, wenn ihm die Äpfel und Birnen zusammen CHF 200.00 mehr einbrachten als die Nüsse?

Analyse (Notizen, Überlegungen, Tabelle, Skizze):

Grundgrössen	Äpfel	Birnen	Nüsse	Hinweis
Menge [kg]	2x	x	2x - 70	2. Satz
Preis pro Menge [CHF/kg]	2.6	3.8	10.25	1. Satz
Einnahmen [CHF]	2x · 2.6	3.8x	(2x - 70) · 10.25	Folgerung

0.25
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.25
Total 3

Geg: Tabelle

Ges: $x = ?$ (Menge Birnen in kg) (0.25)
 $2x = ?$ (Menge Äpfel in kg)
 $2x - 70 = ?$ (Menge Nüsse in kg)

Lösung:

$$\overbrace{2x \cdot 2.6}^{(0.5)} + \overbrace{3.8x}^{(0.5)} - \overbrace{200}^{(0.5)} = \overbrace{(2x - 70) \cdot 10.25}^{(0.5)}$$

Einnahmen Apfel Einnahmen Birnen Einnahmen Nüsse

| Interpretation des Schlusssatzes

$$5.2x + 3.8x - 200 = 20.5x - 717.5$$

| ausmultiplizieren

$$517.5 = 11.5x$$

| x auf einer Seite isolieren

$$x = 45$$

(0.5)

Kontrolle mit ursprünglichem Text :

Mit den berechneten Werten den ursprünglichen Text kontrollieren!

- a. Mengen korrekt?
- b. Einnahmen korrekt?

Antwortsatz :

Der Bauer verkaufte 45 kg Birnen, 90 kg Äpfel und 20 kg Nüsse.

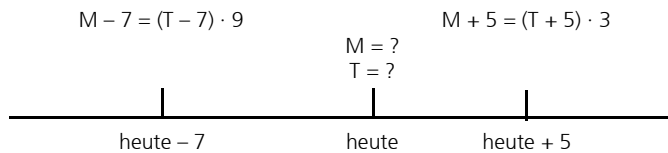
(0.25)

Aufgabe 6

2.5 Punkte

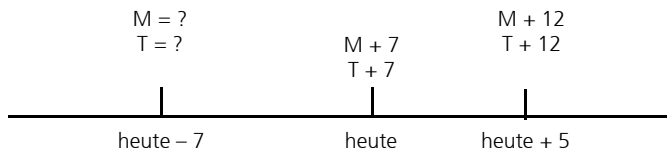
Vor 7 Jahren war die Mutter 9 mal so alt wie ihre Tochter. In 5 Jahren wird sie nur noch 3 mal so alt sein. Wie alt sind Mutter und Tochter heute? Lösen Sie die Aufgabe rechnerisch!

Analyse (Notizen, Überlegungen, Tabelle, Skizze):



0.25
0.5
0.5
0.5
0.5
0.25
Total 2.5

Analyse (Notizen, Überlegungen, Tabelle, Skizze):



Ges: $M + 7 = ?$ (Alter der Mutter heute in Jahren) (0.25)
 $T + 7 = ?$ (Alter der Tochter heute in Jahren)

Lösung:

(1) $T \cdot 9 = M$ | Situation heute - 7 (0.5)

(2) $M + 12 = (T + 12) \cdot 3$ | Situation heute + 5 (0.5)

(1)in(2) $9T + 12 = 3T + 36$ (0.5)

$6T = 24$

$T = \underline{4}$ (3) (0.5)

(3)in(1a) $M = 9 \cdot 4 = \underline{36}$ (0.25)

Antwortsatz:

Die Mutter ist heute 43 Jahre (36+7) und die Tochter 11 Jahre (4+7) jung.

Aufgabe 7

2 Punkte

Eine Gartenarbeit wird vom Gärtner A allein in 30 Tagen, von den Gärtnern A und B zusammen in 17 Tagen ausgeführt. Wie lange braucht B allein für die Arbeit?
Geben Sie das Resultat in Tagen an und runden Sie auf eine Nachkommastelle.

Notizen, Überlegungen:

	Gärtner A	Gärtner B	beide zusammen
Arbeit (unbekannt)	W	W	W
Zeit t in Tagen	30	t	17
Leistung pro Tag	$\frac{W}{30}$	$\frac{W}{t}$	$\frac{W}{17}$

0.25
0.5
0.5
0.25
0.5
Total 2

Geg: $t_A = 30$ Tage, $t_{A+B} = 17$ Tage

Ges: $t = ?$ (Anzahl Tage, die Gärtner B alleine für die Arbeit benötigt) (0.25)

Lösung:

$$\underbrace{\frac{W}{30} + \frac{W}{t}}_{\substack{\text{Leistung pro Tag,} \\ \text{wenn A und B} \\ \text{gemeinsam arbeiten}}} = \frac{W}{17} \quad | : W$$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{t} = \frac{1}{17} \quad | \text{Brüche addieren}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{13}{510} \quad | \text{nach t umformen} \quad (0.25)$$

$$t = \frac{510}{13} = \underline{\underline{39.2}} \quad (0.5)$$

Gärtner B benötigt alleine 39.2 Tage.