

# Quadratische Gleichungen und Gleichungssysteme, M1a

- Prüfungsdauer                    ■ 50 Minuten
- Hilfsmittel                        ■ Formelsammlung, Taschenrechner ohne CAS!
- Bedingungen                        ■ Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.  
 ■ Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.  
 ■ Das Resultat ist so weit wie möglich zu vereinfachen.  
 ■ **Kontrollieren Sie Ihre Resultate!**  
 ■ Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte eigene Zusatzblätter.  
 Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Zusatzblatt».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname .....

## Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Gesamtpunkte
Punkte	1	2	2.5	2	2	2.5	12

  

Note

  

Semesternote

**Aufgabe 1****1 Punkt**Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich **mit Hilfe der Faktorzerlegung**.

$$-3x^2 + 60x = 288$$

$$G = \mathbb{R}$$

**Lösung:**

$$D = \mathbb{R}$$

**(0.25)**

$$-3x^2 + 60x - 288 = 0$$

$$| :(-3)$$

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

**(0.25)**

$$\begin{array}{l} (-1)(-96) \\ (-2)(-48) \\ (-3)(-32) \\ (-4)(-24) \\ (-6)(-16) \\ (-8)(-12) \end{array}$$

$$(x - 8) \cdot (x - 12) = 0$$

**(0.25)**

$$x_1 - 8 = 0 \rightarrow x_1 = \underline{8}$$

$$x_2 - 12 = 0 \rightarrow x_2 = \underline{12}$$

$$L = \underline{\underline{\{8;12\}}}$$

**(0.25)**

0.25

0.25

0.25

0.25

Total 1

## Aufgabe 2

2 Punkte

Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich **durch quadr. Ergänzung!**

$$\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{9}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$G = \mathbb{R}$$

Lösung:

$$D = \mathbb{R}$$

(0.25)

$$\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{9}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$| \cdot 3$$

$$x^2 + \frac{7}{3}x - 2 = 0$$

(0.25)

$$\underbrace{x^2 + \frac{7}{3}x + \left(\frac{7}{6}\right)^2}_{\text{Binom}} - \left(\frac{7}{6}\right)^2 - 2 = 0$$

(0.5)

$$\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2 + 2 = \frac{121}{36}$$

$$| \sqrt{\phantom{x}}$$

$$x_{1,2} + \frac{7}{6} = \pm \sqrt{\frac{121}{36}} = \pm \frac{11}{6}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{6} \pm \frac{11}{6}$$

(0.25)

$$x_1 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(0.25)

$$x_2 = -\frac{18}{6} = -3$$

(0.25)

$$L = \left\{ -3; \frac{2}{3} \right\}$$

(0.25)

0.25

0.25

0.5

0.25

0.25

0.25

0.25

Total 2

**Aufgabe 3****2.5 Punkte**

Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich.

$$\frac{x-4}{x-3} = \frac{(x-5)^2}{x^2-7x+12} - \frac{x-3}{x-4} \quad G = \mathbb{R}$$

**Lösung:**

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3; 4\}$$

(0.5)

$$\frac{x-4}{x-3} \cdot \frac{x-4}{x-4} = \frac{(x-5)^2}{(x-3)(x-4)} - \frac{x-3}{x-4} \cdot \frac{x-3}{x-3}$$

$$x^2 - 8x + 16 = x^2 - 10x + 25 - (x^2 - 6x + 9)$$

(0.75)

$$x^2 - 8x + 16 = x^2 - 10x + 25 - x^2 + 6x - 9$$

$$x^2 - 8x + 10x - 6x + 16 - 25 + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x = 0$$

(0.5)

$$x(x-4) = 0$$

$$x_1 = \underline{0}$$

(0.25)

$$x_2 = \underline{4} \quad 4 \notin D$$

(0.25)

Kontrolle:

$$\frac{\underbrace{0-4}_{\frac{4}{3}}}{\underbrace{0-3}_{\frac{4}{3}}} = \frac{(0-5)^2}{(0-3)(0-4)} - \frac{0-3}{0-4} \quad (w)$$

$$L = \underline{\underline{\{0\}}}$$

(0.25)

0.5
0.75
0.5
0.25
0.25
0.25

Total 2.5

**Aufgabe 4****2 Punkte**Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich des Systems.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ 

(1) 
$$\frac{x+3}{x+1} = \frac{y+6}{y+4}$$

(2) 
$$\frac{x-4}{x-2} = \frac{y-5}{y-1}$$

**Lösung:**

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\} \times \mathbb{R} \setminus \{-4; 1\} \quad (0.5)$$

aus (1) 
$$(x+3) \cdot (y+4) = (y+6) \cdot (x+1)$$
$$\cancel{xy} + 4x + 3y + 12 = \cancel{xy} + y + 6x + 6$$

(1a) 
$$-2x + 2y = -6 \quad (0.25)$$

aus (2) 
$$(x-4) \cdot (y-1) = (y-5) \cdot (x-2)$$
$$\cancel{xy} - x - 4y + 4 = \cancel{xy} - 2y - 5x + 10$$

(2a) 
$$4x - 2y = 6 \quad (0.25)$$

(1a)+(2a) 
$$2x = 0$$

(3) 
$$x = \underline{0} \quad (0.5)$$

(3)in(2a) 
$$-2 \cdot 0 + 2y = -6$$
$$y = \underline{-3} \quad (0.25)$$

somit: 
$$L = \underline{\underline{\{(0; -3)\}}} \quad (0.25)$$

0.5

0.25

0.25

0.5

0.25

0.25

Total 2

**Aufgabe 5**

**2 Punkte**

Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich des Systems.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{2}{3x} - \frac{3}{2y} = \frac{1}{6} && \left| \cdot \frac{5}{2} \right. \\ (2) \quad & \frac{3}{4x} - \frac{5}{4y} = \frac{1}{3} && \left| \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right. \end{aligned}$$

**Lösung:**

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (0.25)$$

$$(1a) \quad \frac{10}{6x} - \frac{15}{4y} = \frac{5}{12} \quad (0.25)$$

$$(2a) \quad -\frac{9}{4x} + \frac{15}{4y} = -\frac{3}{3} \quad (0.25)$$

$$\begin{aligned} (1a + 2a) \quad & \frac{10}{6x} - \frac{9}{4x} = -\frac{7}{12} && (0.25) \\ & \frac{20 - 27}{12x} = -\frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{-7}{12x} = \frac{-7}{12} \\ (3) \quad & x = 1 \quad (0.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ in } (1) \quad & \frac{2}{3 \cdot 1} - \frac{3}{2y} = \frac{1}{6} \\ & -\frac{3}{2y} = \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = -\frac{3}{6} \\ & y = 3 \quad (0.5) \end{aligned}$$

$$\text{somit: } L = \underline{\underline{\{(1; 3)\}}} \quad (0.25)$$

0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.5
0.25
Total 2

**Aufgabe 6**

**2.5 Punkte**

Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich des Systems.  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$(1) \quad \frac{2x}{5} - \frac{4}{y-3} = 4 \quad \left| \cdot \frac{5}{2} \right.$$

$$(2) \quad \frac{2x}{x-10} - \frac{5}{2(y-3)} = \frac{3}{2} \quad \left| \cdot (-4) \right.$$

**Lösung:**

$$D = \mathbb{R} \setminus \{10\} \times \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad (0.25)$$

$$(1b) \quad x - \frac{10}{y-3} = 10 \quad (0.25)$$

$$(2a) \quad \frac{-8x}{x-10} + \frac{10}{y-3} = -6 \quad (0.25)$$

$$(1b) + (2a) \quad x - \frac{8x}{x-10} = 4 \quad \left| \cdot (x-10) \right. \quad (0.25)$$

$$x(x-10) - 8x = 4(x-10)$$

$$x^2 - 10x - 8x = 4x - 40$$

$$x^2 - 22x + 40 = 0 \quad (0.25)$$

$$(x-20)(x-2) = 0$$

$$(3) \quad x_1 = \underline{20} \quad (0.25)$$

$$(4) \quad x_2 = \underline{2} \quad (0.25)$$

$$(3) \text{ in } (1b) \quad 20 - \frac{10}{y-3} = 10$$

$$10 = \frac{8}{y-3} \rightarrow y_1 = \underline{4} \quad (0.25)$$

$$(3) \text{ in } (1b) \quad 2 - \frac{10}{y-3} = 10$$

$$-8 = \frac{10}{y-3} \rightarrow y-3 = \frac{10}{-8} = -\frac{5}{4} \rightarrow y_2 = \underline{\frac{7}{4}} \quad (0.25)$$

$$\text{somit: } L = \left\{ \underline{\underline{\left(20; 4\right)}}, \underline{\underline{\left(2; \frac{7}{4}\right)}} \right\} \quad (0.25)$$

0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25

Total 2.5

