Lineare Optimierung

Aufgabe 1

Berufsmaturitätsprüfung KV Basel 1996

Definitionen
x = Masse Reis in Gramm
y = Masse Rindfleisch in Gramm
$D = \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}_+$

Ungleichungen (Bedingungen)

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \leq 400 \quad \rightarrow \quad y \leq -x + 400$

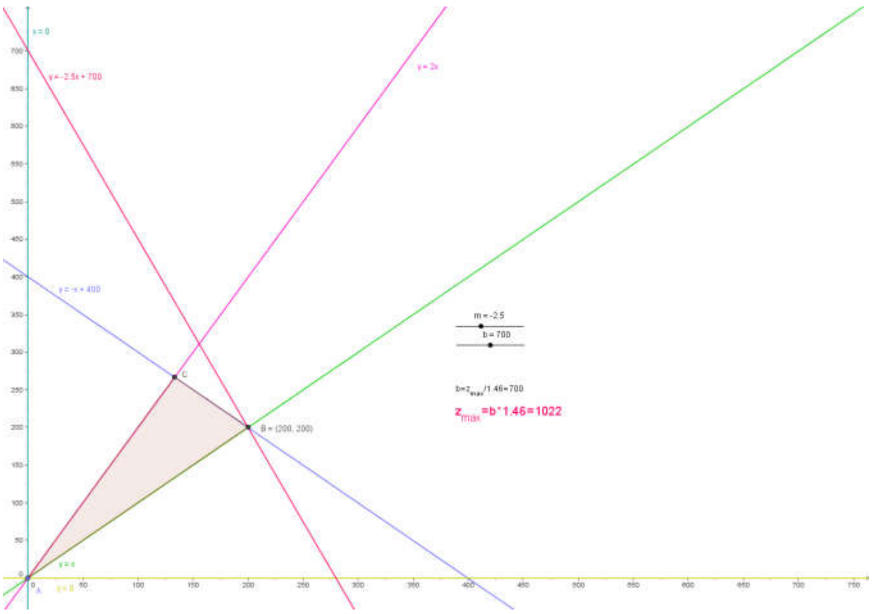
$x \leq y \quad \rightarrow \quad y \geq x$

$y \leq 2x$

Zielfunktion

$z_{max} = 3.65x + 1.46y \quad \rightarrow \quad y = -\frac{5}{2}x + \frac{z_{max}}{1.46}$

Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion
siehe → http://fraengg.ch/klassen/geogebra



Koordinaten von B berechnen:

$-x + 400 = x \quad \rightarrow \quad 2x = 400 \quad \rightarrow \quad x = \underline{200} \quad \rightarrow \quad y = \underline{200}$

somit: $\underline{B(200|200)}$

$z_{max} = 3.65 \cdot 200 + 1.46 \cdot 200 = \underline{1'022}$

Eine Schüssel Eintopf beinhaltet 200 g Reis (200 g Rindfleisch) und 1'022 Kalorien.

Aufgabe 2

Berufsmaturitätsprüfung KV Basel 1998

Definitionen
x = Anzahl Kühe
y = Anzahl Jungvieh
$D = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$

Ungleichungen (Bedingungen)

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x \leq 70$

$y \leq 500$

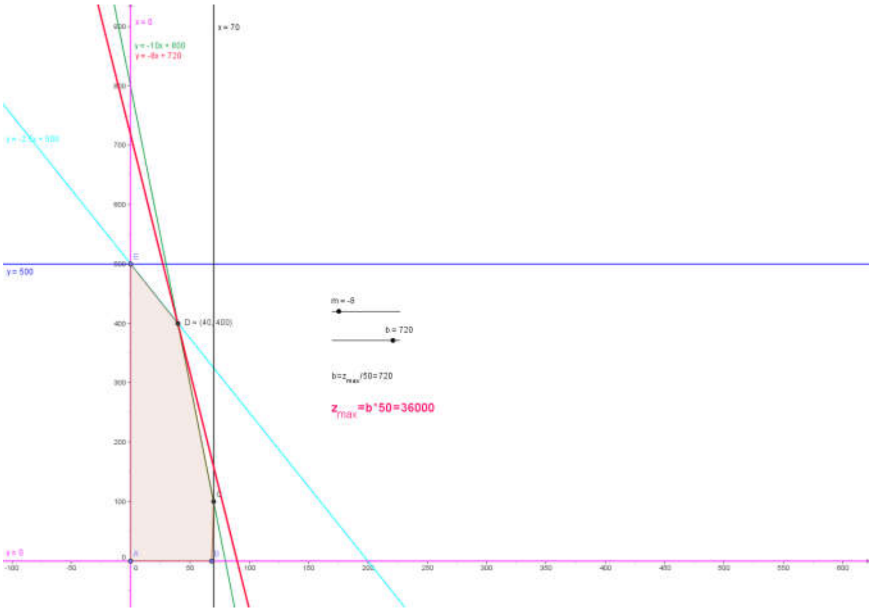
$\frac{1}{4}x + \frac{1}{10}y \leq 50 \quad \rightarrow \quad y \leq -\frac{5}{2}x + 500$

$100x + 10y \leq 8'000 \quad \rightarrow \quad y \leq -10x + 800$

Zielfunktion

$z_{max} = 400x + 50y \quad \rightarrow \quad y = -8x + \frac{z_{max}}{50}$

Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion
siehe → http://fraengg.ch/klassen/geogebra



Koordinaten von D berechnen:

$-\frac{5}{2}x + 500 = -10x + 800 \quad \rightarrow \quad \frac{15}{2}x = 300 \quad \rightarrow \quad x = \underline{40} \quad \rightarrow \quad y = \underline{400}$

somit: $\underline{D(40|400)}$

$z_{max} = 400 \cdot 40 + 50 \cdot 400 = \underline{36'000}$

Mit 40 Kühen und mit 400 Stück Jungvieh wird ein maximaler Gewinn von 36'000 Fr. erwirtschaftet.

Aufgabe 3

Berufsmaturitätsprüfung KV Zürich 1999

Definitionen
x = Anzahl Karten Kategorie A
y = Anzahl Karten Kategorie B
D = $\mathbf{N_0} \times \mathbf{N_0}$

Ungleichungen (Bedingungen)

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \leq 110 \quad \rightarrow \quad y \leq -x + 110$

$2'750x + 1'650y \geq 132'000 \rightarrow \quad y \geq -\frac{5}{3}x + 80$

$2'750x + 1'650y \leq 247'500 \rightarrow \quad y \leq -\frac{5}{3}x + 150$

$y \geq 30$

$y \leq 3x$

Zielfunktion

$z_{max} = 9'000x + 7'500y \quad \rightarrow \quad y = -\frac{6}{5}x + \frac{z_{max}}{7'500}$

Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion
siehe → http://fraengg.ch/klassen/geogebra

Koordinaten von D berechnen:

$-\frac{5}{3}x + 150 = -x + 110 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3}x = 40 \quad \rightarrow \quad x = \underline{60} \quad \rightarrow \quad y = \underline{50}$

somit: $\underline{D(60|50)}$

$z_{max} = 9'000 \cdot 60 + 7'500 \cdot 50 = \underline{915'000}$

Mit 60 Tickets der Kat. A und 50 Tickets der Kat. B wäre der maximale Gewinn bei FRF 915'000 gewesen.

Aufgabe 4

Lehrbuch Hächler, Aufgabe 5 von Kapitel 17.2.3 auf Seite 528

Definitionen
x = Anzahl einfarbige Vasen
y = Anzahl mehrfarbige Vasen
D = $\mathbf{N_0} \times \mathbf{N_0}$

Ungleichungen (Bedingungen)

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x \geq 10$

$x \leq y \quad \rightarrow \quad y \geq x$

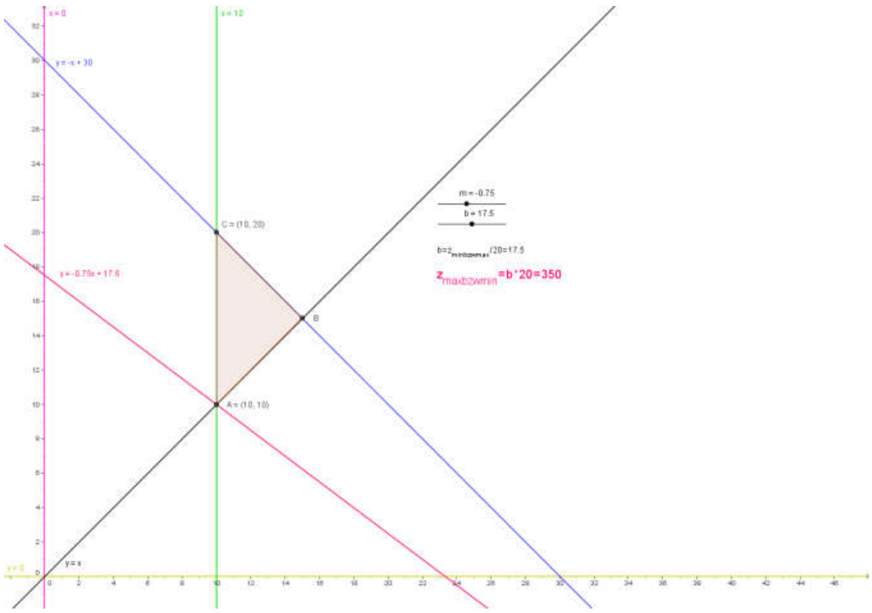
$x + y \leq 30 \quad \rightarrow \quad y \leq -x + 30$

Zielfunktionen (Maximale bzw. minimale Kosten)

$$z_{max} = 15x + 20y \quad \rightarrow \quad y = -\frac{3}{4}x + \frac{z_{max}}{20}$$

$$z_{min} = 15x + 20y \quad \rightarrow \quad y = -\frac{3}{4}x + \frac{z_{min}}{20}$$

Graphische Darstellung inkl. Zielfunktion
siehe → http://fraengg.ch/klassen/geogebra



Koordinaten von C (Max.) berechnen:

$y = -x + 30 \quad \rightarrow \quad x = \underline{10} \quad \rightarrow \quad y = \underline{20}$

somit: $\underline{C(10|20)}$

$z_{max} = 15 \cdot 10 + 20 \cdot 20 = \underline{550}$

Koordinaten von A (Min.) berechnen:

$y = x \quad \rightarrow \quad x = \underline{10} \quad \rightarrow \quad y = \underline{10}$

somit: $\underline{A(10|10)}$

$z_{min} = 15 \cdot 10 + 20 \cdot 10 = \underline{350}$

Die minimalen Kosten von CHF 350 entstehen, wenn 10 ein- und 10 mehrfarbige Vasen gekauft werden.

Die maximalen Kosten von CHF 550 entstehen, wenn 10 ein- und 20 mehrfarbige Vasen gekauft werden.