Ausklammern

Grundoperationen

Zerlegen Sie in möglichst viele Faktoren:

1. $26x^2-52mx+65nx=\underline{\underline{13x\left(2x-4m+5n\right)}}$

2. $\frac{5}{12}xy^2z^3-\frac{7}{12}x^2yz^3+\frac{11}{12}x^3y^3z^3=\underline{\underline{\frac{1}{12}xyz^3\left(5y-7x+11x^2y^2\right)}}$

3. $3a^3-4a^2b-5ab^2-3a^2x+4abx+5b^2x=$
   $a\left(3a^2-4ab-5b^2\right)-x\left(3a^2-4ab-5b^2\right)=\underline{\underline{\left(a-x\right)\left(3a^2-4ab-5b^2\right)}}$

4. $5ax^2-3ay^2-5x^2+3y^2+5bx^2-3by^2=$
   $a\left(5x^2-3y^2\right)-1\left(5x^2-3y^2\right)+b\left(5x^2-3y^2\right)=\underline{\underline{\left(a+b-1\right)\left(5x^2-3y^2\right)}}$

5. $x^6-x^2=x^2\left(x^4-1\right)=x^2\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)=\underline{\underline{x^2\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x^2+1\right)}}$

6. $12a^2+60ab+75b^2=3\left(4a^2+20ab+25b^2\right)=\underline{\underline{3\left(2a+5b\right)^2}}$

7. $80eg^2-40egh+5eh^2=5e\left(16g^2-8gh+h^2\right)=\underline{\underline{5e\left(4g-h\right)^2}}$

8. $18x^2y^2+12x^2yz+2x^2z^2=2x^2\left(9y^2+6yz+z^2\right)=\underline{\underline{2x^2\left(3y+z\right)^2}}$

9. $c^2-3c-11cd+33d=c\left(c-3\right)-11d\left(c-3\right)=\underline{\underline{\left(c-11d\right)\left(c-3\right)}}$

10. $6y(y+1)-3d(y+1)+6(y+1)=(6y-3d+6)(y+1)=\underline{\underline{3(2y-d+2)(y+1)}}$

11. $m+x-mh^2-h^2x=$
$1(m+x)-h^2(m+x)=(1-h^2)(m+x)=\underline{\underline{(1-h)(1+h)(m+x)}}$

12. $3an+6bn-21n-5am-10bm+35m=$
$3n(a+2b-7)-5m(a+2b-7)=\underline{\underline{(3n-5m)(a+2b-7)}}$

13. $r^2+s^2+4st-4t^2=\underline{\underline{r^2+s^2+4t(s-t)}}$ kann *nicht* vollständig faktorisiert werden

14. $48a^7-243a^3=$
$3a^3(16a^4-81)=3a^3(4a^2-9)(4a^2+9)=\underline{\underline{3a^3(2a-3)(2a+3)(4a^2+9)}}$

15. $y^2(2z-1)-2y(2z-1)+(1-2z)=$
$y^2(2z-1)-2y(2z-1)-1(2z-1)=\underline{\underline{(y^2-2y-1)(2z-1)}}$

16. $8b^2cd-4b^2c+4b^2d^2-2b^2d=$
$2b^2(4cd-2c+2d^2-d)=2b^2[2c(2d-1)+d(2d-1)]=\underline{\underline{2b^2(2c+d)(2d-1)}}$

17. $12(4-p^2)+q(p^2-4)+q^2(p^2-4)=$
$-12(p^2-4)+q(p^2-4)+q^2(p^2-4)=$
$(q^2+q-12)(p^2-4)=\underline{\underline{(q+4)(q-3)(p-2)(p+2)}}$

18. $3a^3-9a^2-30a=3a(a^2-3a-10)=\underline{\underline{3a(a-5)(a+2)}}$

19. $-2t^2+20t-18=-2(t^2-10t+9)=-2(t-9)(t-1)=\underline{\underline{2(t-9)(1-t)}}$

Binome

Grundoperationen

Berechnen Sie die Resultate mit Hilfe der binomischen Formeln:

1. $(b+c)^2 = \underline{\underline{b^2+2bc+c^2}}$

2. $(a-2b)^2 = \underline{\underline{a^2-4ab+4b^2}}$

3. $(a+2b)(a-2b) = \underline{\underline{a^2-4b^2}}$

4. $(c^2+2d^2)(c^2-2d^2) = \underline{\underline{c^4-4d^4}}$

5. $(-a-b)(a-b) = (-b-a)(-b+a) = \underline{\underline{b^2-a^2}}$

   oder

   $-1\cdot(a+b)(a-b) = -1\cdot(a^2-b^2) = \underline{\underline{b^2-a^2}}$

6. $(e^2-3f)(e^2-3f) = (e^2-3f)^2 = \underline{\underline{e^4-6e^2f+9f^2}}$

7. $(-r^2-r)^2 = \underline{\underline{r^4+2r^3+r^2}}$ über Formel $(a-b)^2 = a^2-2ab+b$ gerechnet

   oder

   $\left[(-1)(r^2+r)\right]^2 = (-1)^2(r^2+r)^2 = \underline{\underline{r^4+2r^3+r^2}}$

8. $\left(\frac{y^2}{4}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{y^2}{4}-\frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{\frac{y^4}{16}-\frac{1}{4}}}$

9. $(-1-3z^2)(-1+3z^2) = \underline{\underline{1-9z^4}}$

   oder

   $(-3z^2-1)(3z^2-1) = -1\cdot(3z^2+1)(3z^2-1) = -1\cdot(9z^4-1) = \underline{\underline{-9z^4+1}}$

Schreiben Sie die Aufgabe ab und ergänzen Sie die fehlenden Werte:

10. $\left(\_\_+\_\_\right)^2 = 4a^2 + \_\_ + b^2 = \underline{\underline{\left(\underline{2a}+\underline{b}\right)^2 = 4a^2 + \underline{4ab} + b^2}}$

11. $\left(3a-\_\_\right)^2 = \_\_ - 12a + \_\_ = \underline{\underline{\left(3a-\underline{2}\right)^2 = \underline{9a^2} - 12a + \underline{4}}}$

12. $\frac{9}{64}\_\_ - \_\_xy\ \_\ \_\_ = \left(\_\_x\ \_\ 7y\right)^2 = \underline{\underline{\frac{9}{64}\underline{x^2} - \underline{\frac{21}{4}}xy\underline{+}\underline{49y^2} = \left(\underline{\frac{3}{8}}x\underline{-}7y\right)^2}}$

Zerlegen Sie die Summen und Differenzen in binomische Formeln:

13. $4a^2 + 24ab + 36b^2 = \underline{\underline{\left(2a+6b\right)^2}}$

14. $4c^2 - d^2 = \underline{\underline{\left(2c-d\right)\left(2c+d\right)}}$

15. $-4\cdot\left(9c^2-6cd+d^2\right) = \underline{\underline{-4\cdot\left(3c-d\right)^2}}$

    oder

    $-1\cdot\left(36c^2-24cd+4d^2\right) = \underline{\underline{-1\cdot\left(6c-2d\right)^2}}$

    oder

    $-36c^2+24cd-4d^2 = \underline{\underline{\left(-6c+2d\right)\left(6c-2d\right)}}$

16. $-100+80b-16b^2 = -4\cdot\left(25-20b+4b^2\right) = \underline{\underline{-4\cdot\left(5-2b\right)^2}}$

    oder

    $-100+80b-16b^2 = -1\cdot\left(100-80b+16b^2\right) = \underline{\underline{-1\cdot\left(10-4b\right)^2}}$

    oder

    $-100+80b-16b^2 = \underline{\underline{\left(-10+4b\right)\left(10-4b\right)}}$

17. $12x^2-60x+75 = 3\cdot\left(4x-20x+25\right) = \underline{\underline{3\cdot\left(2x-5\right)^2}}$

18. $-18a^2+8b^2 = -2\cdot\left(9a^2-4b^2\right) = \underline{\underline{-2\cdot\left(3a-2b\right)\left(3a+2b\right)}}$

Kürzen von Brüchen

Grundoperationen

Kürzen Sie die folgenden Brüche soweit als möglich:

1. $\dfrac{20xy^2z^2}{12x^2yz^3} = \underline{\underline{\dfrac{5y}{3xz}}}$

2. $\dfrac{12abc^2d}{10a^2bc^2d} = \underline{\underline{\dfrac{6}{5a}}}$

3. $\dfrac{9a^2-6b}{6a^2-4b} = \dfrac{3\left(a^2-2b\right)}{2\left(a^2-2b\right)} = \underline{\underline{\dfrac{3}{2}}}$

4. $\dfrac{15\cdot\left(6m^2n-9mn^2\right)}{6\cdot\left(8m-12n\right)} = \dfrac{15\cdot 3mn\cdot\left(2m-3n\right)}{6\cdot 4\cdot\left(2m-3n\right)} = \underline{\underline{\dfrac{15mn}{8}}}$

5. $\dfrac{6m^2-3mn}{18m^2n^2-9mn^3} = \dfrac{3m\cdot\left(2m-n\right)}{9mn^2\cdot\left(2m-n\right)} = \underline{\underline{\dfrac{1}{3n^2}}}$

6. $-\dfrac{9a-6ab}{6a-9ab} = -\dfrac{3a\cdot\left(3-2b\right)}{3a\cdot\left(2-3b\right)} = -\dfrac{3-2b}{2-3b} = \underline{\underline{\dfrac{2b-3}{2-3b}}}$

7. $\dfrac{2a-2}{3-3a} = \dfrac{2\cdot\left(a-1\right)}{-3\cdot\left(a-1\right)} = \underline{\underline{-\dfrac{2}{3}}}$

8. $\dfrac{-16x^2+16xy-4y^2}{20x-10y} = \dfrac{-4\cdot\left(4x^2-4xy+y^2\right)}{10\cdot\left(2x-y\right)} = \dfrac{-4\cdot\left(2x-y\right)^2}{10\cdot\left(2x-y\right)} = \underline{\underline{\dfrac{2\cdot\left(y-2x\right)}{5}}}$

9. $$\frac{16a^2-24ab+9b^2}{16a^2-9b^2}=\frac{(4a-3b)^2}{(4a-3b)(4a+3b)}=\underline{\underline{\frac{4a-3b}{4a+3b}}}$$

10. $$\frac{c^2-13c+42}{14-2c}=\frac{(c-7)(c-6)}{-2\cdot(c-7)}=\frac{c-6}{-2}=\underline{\underline{\frac{6-c}{2}}}$$

11. $$\frac{2x^2-2x-40}{3x^3+3x^2-90x}=\frac{2\cdot(x^2-x-20)}{3x\cdot(x^2+x-30)}=\frac{2\cdot(x-5)(x+4)}{3x\cdot(x+6)(x-5)}=\underline{\underline{\frac{2\cdot(x+4)}{3x\cdot(x+6)}}}$$

12. $$\frac{6bx-3xy-2bu+uy}{3bx-6xy-bu+2uy}=\frac{3x\cdot(2b-y)-u\cdot(2b-y)}{3x\cdot(b-2y)-u\cdot(b-2y)}=\frac{(3x-u)(2b-y)}{(3x-u)(b-2y)}=\underline{\underline{\frac{2b-y}{b-2y}}}$$

13. $$\frac{ab-a-b+1}{ab+a-b-1}=\frac{a\cdot(b-1)-1\cdot(b-1)}{a\cdot(b+1)-1\cdot(b+1)}=\frac{(a-1)(b-1)}{(a-1)(b+1)}=\underline{\underline{\frac{b-1}{b+1}}}$$

14. $$\frac{a^2-10a+25}{a^2-a-20}=\frac{(a-5)^2}{(a-5)(a+4)}=\underline{\underline{\frac{a-5}{a+4}}}$$

15. $$\frac{4a^2-8ab+4b^2}{8a^2-8b^2}=\frac{4\cdot(a^2-2ab+b^2)}{8\cdot(a^2-b^2)}=\frac{4\cdot(a-b)^2}{8\cdot(a-b)(a+b)}=\underline{\underline{\frac{a-b}{2\cdot(a+b)}}}$$

Erweitern von Brüchen

Grundoperationen

Erweitern Sie jeweils den Bruch so, dass der neue Nenner dem Term in den eckigen Klammern entspricht. Achten Sie auf die korrekte Schreibweise und vereinfachen Sie soweit wie möglich!

1. $\frac{5y+14x}{y^2}$ $\quad\left[5y^3+14xy^2\right]$

Anleitung (wenn möglich beide Nenner faktorisieren und kgV suchen):

$$\frac{5y+14x}{y^2}\cdot\frac{?}{?}=\frac{(5y+14x)\cdot ?}{\underbrace{5y^3+14xy^2}_{\text{faktorisierbar}}}$$

$$\frac{5y+14x}{y^2}\cdot\frac{?}{?}=\frac{(5y+14x)\cdot ?}{\underbrace{y^2\cdot(5y+14x)}_{\text{2. Nenner faktorisiert}}}$$

somit:

$$\frac{(5y+14x)\cdot(5y+14x)}{y^2\cdot(5y+14x)}=\underline{\underline{\frac{(5y+14x)^2}{5y^3+14xy^2}}}$$

2. $\frac{z+4}{2z-6}$ $\quad\left[\underbrace{4z^2-24z+36}_{\text{Binom}}\right]$

$$\frac{(z+4)(2z-6)}{(2z-6)(2z-6)}=\frac{2z^2-6z+8z-24}{4z^2-24z+36}=\underline{\underline{\frac{2z^2+2z-24}{4z^2-24z+36}}}$$

3. $\frac{z-30}{\underbrace{z^2+2z}_{\text{faktorisierbar}}}$ $\quad\left[\underbrace{z^4-28z^3-60z^2}_{\text{faktorisierbar}}\right]$

1. Nenner: $z\cdot(z+2)$

2. Nenner: $z^2\cdot(z^2-28z-60)=z^2\cdot(z-30)(z+2)$

erweitern mit: $z\cdot(z-30)$

$$\frac{(z-30)\cdot z\cdot(z-30)}{(z^2+2z)\cdot z\cdot(z-30)}=\underline{\underline{\frac{z\cdot(z-30)^2}{z^4-28z^3-60z^2}}}$$

4. $\dfrac{6b+9}{\underbrace{4b-6}_{\text{faktorisierbar}}}$ $\left[\underbrace{18b-24b^2+8b^3}_{\text{faktorisierbar}}\right]$

1. Nenner: $2\cdot(2b-3)$

2. Nenner: $2b\cdot(4b^2-12b+9)=2b\cdot(2b-3)^2$

erweitern mit: $b\cdot(2b-3)$

$$\frac{3\cdot(2b+3)\cdot b\cdot(2b-3)}{(4b-6)\cdot b\cdot(2b-3)}=\frac{3b\cdot(4b^2-9)}{\underline{\underline{8b^3-24b^2+18b}}}$$

5. $\dfrac{8t+10}{\underbrace{4t+3}_{\text{nicht faktorisierbar}}}$ $\left[\underbrace{48t^3-24t^2-45t}_{\text{faktorisierbar}}\right]$

1. Nenner: $4t+3$

2. Nenner: $3t\cdot(16t^2-8t-15)=3t\cdot(4t-5)(4t+3)$

erweitern mit: $3t\cdot(4t-5)$

$$\frac{2\cdot(4t+5)\cdot 3t\cdot(4t-5)}{(4t+3)\cdot 3t\cdot(4t-5)}=\frac{6t\cdot(16t^2-25)}{\underline{\underline{48t^3-24t^2-45t}}}$$

6. $\dfrac{4z+5y}{\underbrace{7a+3d}_{\text{nicht faktorisierbar}}}$ $\left[\underbrace{28az+35ay+12dz+15dy}_{\text{faktorisierbar}}\right]$

1. Nenner: $7a+3d$

2. Nenner: $7a\cdot(4z+5y)+3d\cdot(4z+5y)=(7a+3d)(4z+5y)$

erweitern mit: $4z+5y$

$$\frac{(4z+5y)(4z+5y)}{(7a+3d)(4z+5y)}=\frac{(4z+5y)^2}{\underline{\underline{28az+35ay+12dz+15dy}}}$$

7. $\dfrac{3y-2b}{\underbrace{c-x}_{\text{nicht faktorisierbar}}}$ $\left[\underbrace{2bc+3cy-2bx-3xy}_{\text{faktorisierbar}}\right]$

1. Nenner: $c-x$

2. Nenner: $c\cdot(2b+3y)-x\cdot(2b+3y)=(c-x)(2b+3y)$

erweitern mit: $2b+3y$

$$\frac{(3y-2b)(2b+3y)}{(c-x)(2b+3y)}=\frac{9y^2-4b^2}{\underline{\underline{2bc+3cy-2bx-3xy}}}$$

8. $\dfrac{3a+5}{\underbrace{7a-9}_{\text{nicht faktorisierbar}}}$ $\left[\underbrace{126a^3-64a^2-126a}_{\text{faktorisierbar}}\right]$

1. Nenner: $7a-9$

2. Nenner: $2a\cdot\left(63a^2-32a-63\right)=2a\cdot(7a-9)(9a+7)$

erweitern mit: $2a\cdot(9a+7)$

$$\frac{(3a+5)\cdot 2a\cdot(9a+7)}{(7a-9)\cdot 2a\cdot(9a+7)}=\frac{2a\cdot\left(27a^2+21a+45a+35\right)}{126a^3-64a^2-126a}=\frac{2a\cdot\left(27a^2+66a+35\right)}{126a^3-64a^2-126a}$$

Addition und Subtraktion von Brüchen

Grundoperationen

Schreiben Sie als einen Bruch und vereinfachen Sie:

1. $-\frac{p^2+p}{gh}-\frac{-p^2-p}{gh}=\frac{-(p^2+p)-(-p^2-p)}{gh}=\frac{-p^2-p+p^2+p}{gh}=\underline{\underline{0}}$

2. $\frac{12}{4ef}-\frac{7}{4fg}=\underline{\underline{\frac{12g-7e}{4efg}}}$

3. $m+2-\frac{3m-m^2}{m}=\frac{m^2+2m-3m+m^2}{m}=\frac{2m^2-m}{m}=\frac{m\cdot(2m-1)}{m}=\underline{\underline{2m-1}}$

4. $\frac{a}{a+2}+\frac{a+1}{a-3}=\frac{a(a-3)+(a+1)(a+2)}{(a+2)(a-3)}=\frac{a^2-3a+a^2+2a+a+2}{(a+2)(a-3)}=$
$\frac{2a^2+2}{(a+2)(a-3)}=\underline{\underline{\frac{2\cdot(a^2+1)}{(a+2)(a-3)}}}$

5. $\frac{2e-f}{12e^2+16ef}-\frac{1.5}{9e+12f}=\frac{2e-f}{4e\cdot(3e+4f)}-\frac{1.5}{3\cdot(3e+4f)}=$
$\frac{3\cdot(2e-f)-6e}{12e\cdot(3e+4f)}=\frac{6e-3f-6e}{12e\cdot(3e+4f)}=\frac{-3f}{12e\cdot(3e+4f)}=\underline{\underline{-\frac{f}{4e\cdot(3e+4f)}}}$

6. $\frac{m+n}{m^2+4mn+4n^2}-\frac{3}{3m+6n}=\frac{m+n}{(m+2n)^2}-\frac{3}{3\cdot(m+2n)}=$
$\frac{3\cdot(m+n)-3\cdot(m+2n)}{3\cdot(m+2n)^2}=\frac{3m+3n-3m-6n}{3\cdot(m+2n)^2}=\frac{-3n}{3\cdot(m+2n)^2}=\underline{\underline{-\frac{n}{(m+2n)^2}}}$

7. $\frac{e}{e-f}+\frac{-f^2}{e^2-f^2}-\frac{f}{e+f}=\frac{e\cdot(e+f)-f^2-f\cdot(e-f)}{(e+f)(e-f)}=$
$\frac{e^2+ef-f^2-ef+f^2}{(e+f)(e-f)}=\underline{\underline{\frac{e^2}{(e+f)(e-f)}}}$

8. $$\frac{2a}{(2a-b)^3}+\frac{a}{(b-2a)^3}=\frac{2a}{(2a-b)^3}-\frac{a}{(2a-b)^3}=\frac{2a-a}{(2a-b)^3}=\underline{\underline{\frac{a}{(2a-b)^3}}}$$

9. $$\frac{v^2-8v}{2v^2+v-15}-\frac{v}{5-2v}=\frac{v\cdot(v-8)}{(2v-5)(v+3)}+\frac{v\cdot(v+3)}{(2v-5)(v+3)}=$$
$$\frac{v^2-8v+v^2+3v}{(2v-5)(v+3)}=\frac{2v^2-5v}{(2v-5)(v+3)}=\frac{v\cdot(2v-5)}{(2v-5)(v+3)}=\underline{\underline{\frac{v}{v+3}}}$$

10. $$\frac{a}{a-b}+\frac{b}{b-a}-\frac{a+b-1}{a+b}=\frac{a\cdot(a+b)-b\cdot(a+b)-(a-b)(a+b-1)}{(a-b)(a+b)}=$$
$$\frac{(a-b)\cdot(a+b)-(a-b)(a+b-1)}{(a-b)(a+b)}=\frac{a^2-b^2-\left(a^2+ab-a-ab-b^2+b\right)}{(a-b)(a+b)}=$$
$$\frac{a^2-b^2-a^2-ab+a+ab+b^2-b}{(a-b)(a+b)}=\frac{a-b}{(a-b)(a+b)}=\underline{\underline{\frac{1}{a+b}}}$$

oder (einfacher)

$$\frac{a}{a-b}+\frac{b}{b-a}-\frac{a+b-1}{a+b}=\frac{a}{a-b}-\frac{b}{-b+a}-\frac{a+b-1}{a+b}=$$
$$\frac{a-b}{a-b}-\frac{a+b-1}{a+b}=1-\frac{a+b-1}{a+b}=\frac{a+b}{\underbrace{a+b}_{1}}-\frac{a+b-1}{a+b}=$$
$$\frac{a+b-a-b+1}{a+b}=\underline{\underline{\frac{1}{a+b}}}$$

11. $$\frac{-a^2b}{a^2+4a-ab-4b}+\frac{4a^4b}{4a^4+16a^3}=\frac{-a^2b}{a\cdot(a+4)-b\cdot(a+4)}+\frac{4a^4b}{4a^3\cdot(a+4)}=$$
$$\frac{-a^2b}{(a+4)(a-b)}+\frac{ab}{(a+4)}=\frac{-a^2b+ab\cdot(a-b)}{(a+4)(a-b)}=$$
$$\frac{-a^2b+a^2b-ab^2}{(a+4)(a-b)}=\underline{\underline{-\frac{ab^2}{(a+4)(a-b)}}}$$

12. $$\frac{1}{(x-1)(y-1)}+\frac{1}{(y-1)(z-1)}-\frac{1}{(y-1)(z-1)}=\frac{(z-1)+(x-1)-(x-1)}{(x-1)(y-1)(z-1)}=$$
$$\frac{z-1+x-1-x+1}{(x-1)(y-1)(z-1)}=\frac{z-1}{(x-1)(y-1)(z-1)}=\underline{\underline{\frac{1}{(x-1)(y-1)}}}$$

Multiplikation und Division von Brüchen

Grundoperationen

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

1. $\frac{5a-b}{a+b}\cdot(2a+2b)=\frac{(5a-b)\cdot 2\cdot(a+b)}{a+b}=\underline{\underline{2\cdot(5a-b)}}$

2. $\frac{2u}{11-u}\cdot(u-11)=\frac{2u}{11-u}\cdot(-1)(-u+11)=\underline{\underline{-2u}}$

3. $\frac{ef}{3f-3e}\cdot(12e-12f)=\frac{ef}{3\cdot(f-e)}\cdot(-12)\cdot(-e+f)=\underline{\underline{-4ef}}$

4. $\frac{2ux^2-x^2w}{y}:(4uv-2vw)=\frac{x^2\cdot(2u-w)}{y\cdot 2v\cdot(2u-w)}=\underline{\underline{\frac{x^2}{2vy}}}$

5. $(-10r-10s):\frac{r+s}{-3}=\frac{-10\cdot(r+s)}{1}\cdot\frac{-3}{r+s}=\underline{\underline{30}}$

6. $(g^2-h^2):\frac{g^2-2g+gh-2h}{g}=\frac{(g+h)(g-h)}{1}\cdot\frac{g}{g\cdot(g-2)+h\cdot(g-2)}=$
$\frac{(g+h)(g-h)}{1}\cdot\frac{g}{(g+h)\cdot(g-2)}=\underline{\underline{\frac{g(g-h)}{g-2}}}$

7. $\frac{6y^2}{1-x}\cdot\frac{x-1}{-18y}=\frac{y}{1-x}\cdot\frac{-1\cdot(1-x)}{-3}=\underline{\underline{\frac{y}{3}}}$

8. $$\frac{u^2+7u+12}{8-8u}\cdot\frac{2u-2}{u^2-u-12}=\frac{(u+3)(u+4)}{8\cdot(1-u)}\cdot\frac{-2\cdot(1-u)}{(u-4)(u+3)}=$$
$$\frac{(u+4)}{4\cdot}\cdot\frac{-1}{(u-4)}=\underline{\underline{\frac{u+4}{4(4-u)}}}$$

9. $$\frac{1}{4r^2+4rs+s^2}\cdot\frac{2r^2-3rs-2s^2}{2}=\frac{1}{(2r+s)^2}\cdot\frac{(2r+s)(r-2s)}{2}=$$
$$\frac{1}{(2r+s)}\cdot\frac{(r-2s)}{2}=\underline{\underline{\frac{r-2s}{2\cdot(2r+s)}}}$$

10. $$\frac{e+1}{e^2-16e+60}:\frac{2e+2}{e^2-36}=\frac{e+1}{(e-10)(e-6)}\cdot\frac{(e+6)(e-6)}{2\cdot(e+1)}=\underline{\underline{\frac{(e+6)}{2\cdot(e-10)}}}$$

11. $$\frac{m^2-n^2}{2-m}:\frac{m-n}{m-2}=\frac{(m+n)(m-n)}{2-m}\cdot\frac{-1\cdot(2-m)}{m-n}=\underline{\underline{-(m+n)}}=\underline{\underline{-m-n}}$$

12. $$\frac{x^2+2xy}{4x^2-4xy+y^2}:\frac{3xy+6y^2}{2x^2-2x-xy+y}=\frac{x\cdot(x+2y)}{(2x-y)^2}\cdot\frac{2x\cdot(x-1)-y\cdot(x-1)}{3y\cdot(x+2y)}=$$
$$\frac{x\cdot(x+2y)}{(2x-y)^2}\cdot\frac{(2x-y)\cdot(x-1)}{3y\cdot(x+2y)}=\underline{\underline{\frac{x\cdot(x-1)}{3y\cdot(2x-y)}}}$$

13. $$\frac{\left(\frac{k-2}{3k}\right)^2}{\frac{k^2-3k+2}{18k^2}}=\frac{(k-2)^2}{(3k)^2}\cdot\frac{18k^2}{k^2-3k+2}=\frac{(k-2)^2}{(3k)^2}\cdot\frac{18k^2}{(k-2)(k-1)}=\underline{\underline{\frac{2(k-2)}{k-1}}}$$

14. $$\frac{2}{12c}+\frac{6c^2d+2cd^2}{8c+8d}:\frac{3c^2d^2}{c+d}=\frac{1}{6c}+\frac{2cd\cdot(3c+d)}{8\cdot(c+d)}:\frac{3c^2d^2}{c+d}=$$
$$\frac{1}{6c}+\frac{cd\cdot(3c+d)}{4\cdot(c+d)}:\frac{3c^2d^2}{c+d}=\frac{1}{6c}+\frac{cd\cdot(3c+d)}{4\cdot(c+d)}\cdot\frac{c+d}{3c^2d^2}=$$
$$\frac{1}{6c}+\frac{(3c+d)}{12cd}=\frac{2d+3c+d}{12cd}=\frac{3c+3d}{12cd}=\underline{\underline{\frac{c+d}{4cd}}}$$

Mehrfachbrüche

Grundoperationen

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

1. $\frac{-5x^3}{-6y^2} \cdot \frac{-3y^4}{4x^2} = \underline{\underline{-\frac{5xy^2}{8}}}$

2. $\dfrac{p+\frac{1}{2}}{p-\frac{1}{2}} = \frac{2p+1}{2} : \frac{2p-1}{2} = \frac{2p+1}{2} \cdot \frac{2}{2p-1} = \underline{\underline{\frac{2p+1}{2p-1}}}$

3. $\dfrac{1}{\frac{1}{f}+\frac{1}{g}} = \dfrac{1}{\frac{g+f}{gf}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{gf}{g+f} = \underline{\underline{\frac{gf}{g+f}}}$

4. $\dfrac{\frac{1}{z}-z^3}{z-\frac{1}{z^3}} = \frac{1-z^4}{z} \cdot \frac{z^3}{z^4-1} = \frac{-1\cdot\left(-1+z^4\right)}{z} \cdot \frac{z^3}{z^4-1} = \underline{\underline{-z^2}}$

5. $\dfrac{b+\frac{2}{b^2-1}}{b-\frac{1}{b^2-1}} = \frac{b\cdot\left(b^2-1\right)+2}{b^2-1} \cdot \frac{b^2-1}{b\cdot\left(b^2-1\right)-1} = \underline{\underline{\frac{b\cdot\left(b^2-1\right)+2}{b\cdot\left(b^2-1\right)-1}}} = \underline{\underline{\frac{b^3-b+2}{b^3-b-1}}}$

6. $\dfrac{\frac{2m}{m-2}-\frac{m}{m+3}}{\frac{m+8}{m^2+m-6}} = \frac{2m\cdot(m+3)-m(m-2)}{(m-2)(m+3)} \cdot \frac{m^2+m-6}{m+8} =$

$\frac{2m^2+6m-m^2+2m}{m+8} = \frac{m^2+8m}{m+8} = \frac{m\cdot(m+8)}{m+8} = \underline{\underline{m}}$

7. $\dfrac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}} = \dfrac{1}{1-\frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \dfrac{1}{1-\frac{x}{x+1}} = \dfrac{1}{\frac{x+1-x}{x+1}} = \dfrac{1}{\frac{1}{x+1}} = \underline{\underline{x+1}}$

8. $$\frac{a}{1+\frac{a}{1+\frac{a}{1+a}}}=\frac{a}{1+\frac{a}{\frac{1+a+a}{1+a}}}=\frac{a}{1+\frac{a}{\frac{1+2a}{1+a}}}=\frac{a}{1+\frac{a\cdot(1+a)}{1+2a}}=$$

$$\frac{a}{\frac{1+2a+a\cdot(1+a)}{1+2a}}=\frac{a}{\frac{1+2a+a+a^2}{1+2a}}=\frac{a(1+2a)}{1+3a+a^2}=\underline{\underline{\frac{2a^2+a}{a^2+3a+1}}}$$

9. $$\frac{-\frac{1}{a+1}}{1-\frac{a}{a-\frac{1}{a}}}=\frac{-\frac{1}{a+1}}{1-\frac{a}{\frac{a^2-1}{a}}}=\frac{-\frac{1}{a+1}}{1-\frac{a^2}{a^2-1}}=\frac{-\frac{1}{a+1}}{\frac{a^2-1-a^2}{a^2-1}}=$$

$$\frac{-\frac{1}{a+1}}{\frac{-1}{a^2-1}}=\frac{-1}{a+1}\cdot\frac{(a+1)(a-1)}{-1}=\underline{\underline{a-1}}$$

10. $$\frac{\frac{1}{a}+\frac{a}{1-\frac{1}{a}}}{a(a+1)+\frac{2a-1}{a-1}}=\frac{\frac{1}{a}+\frac{a}{\frac{a-1}{a}}}{\frac{a(a+1)(a-1)+2a-1}{a-1}}=\frac{\frac{1}{a}+\frac{a^2}{a-1}}{\frac{a\left(a^2-1\right)+2a-1}{a-1}}=$$

$$\frac{\frac{a-1+a^3}{a\cdot(a-1)}}{\frac{a^3-a+2a-1}{a-1}}=\frac{a^3+a-1}{a\cdot(a-1)}\cdot\frac{a-1}{a^3+a-1}=\underline{\underline{\frac{1}{a}}}$$

BM Aufnahmeprüfung Uri 2004

Grundoperationen

1. Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck so weit wie möglich:
   $$(2a)^3-(2a+3)^2-8a^2(a-5)+(-3)^2$$

   Lösung:
   $$8a^3-(4a^2+12a+9)-8a^3+40a^2+9=$$
   $$8a^3-4a^2-12a-9-8a^3+40a^2+9=$$
   $$36a^2-12a=\underline{\underline{12a\cdot(3a-1)}}$$

2. Berechnen Sie den folgenden Ausdruck:
   $$\frac{5}{2}a-\left[\frac{4}{3}b+\frac{5}{6}c-\left(4c+\frac{1}{4}b\right)+2a\right]-\frac{7}{6}c-\left(\frac{1}{2}a-\frac{3}{4}b\right)$$

   Lösung:
   $$\frac{5}{2}a-\left[\frac{4}{3}b+\frac{5}{6}c-4c-\frac{1}{4}b+2a\right]-\frac{7}{6}c-\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}b=$$
   $$\frac{5}{2}a-\frac{4}{3}b-\frac{5}{6}c+4c+\frac{1}{4}b-2a-\frac{7}{6}c-\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}b=$$
   $$\frac{5a}{2}-\frac{4a}{2}-\frac{1a}{2}-\frac{16b}{12}+\frac{3b}{12}+\frac{9b}{12}-\frac{5c}{6}+\frac{24c}{6}-\frac{7c}{6}=$$
   $$\frac{0}{2}-\frac{4b}{12}+\frac{12c}{6}=\underline{\underline{-\frac{1}{3}b+2c}}$$

3. Berechnen Sie x:
   $$\frac{x-21}{14}-\frac{x-28}{21}-2=\frac{x-14}{7}$$

   Lösung:
   $$\frac{3x-63}{42}-\frac{2x-56}{42}-\frac{84}{42}=\frac{6x-84}{42}$$
   $$\frac{3x-63-2x+56-84}{42}=\frac{6x-84}{42}$$
   $$3x-63-2x+56-84=6x-84$$
   $$x-91=6x-84$$
   $$-5x=7$$
   $$\underline{x=-\frac{7}{5}}\quad\rightarrow\quad \underline{\underline{L=\left\{-\frac{7}{5}\right\}}}$$

4. a) Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck so weit wie möglich:

$$\left(-\frac{18a^3b}{5c^2}\right):\left(-\frac{3ab}{5}\right)^2$$

Lösung:

$$\frac{-18a^3b}{5c^2}\cdot\frac{25}{9a^2b^2}=\underline{\underline{-\frac{10a}{bc^2}}}$$

b) Schreiben Sie die Aufgabe ab und ergänzen Sie die fehlenden Werte:

$$9x^2-42xy\ \_\ \_\_=(\_\_-\_\_)^2$$

Lösung:

$$9x^2-42xy\underline{+}\underline{49y^2}=\left(\underline{3x}-\underline{7y}\right)^2$$

5. a) Berechnen Sie den Term:

$$T(x)=-x^3-2x^2-5x+3 \qquad \text{für } x=-3$$

Lösung:

$$T(x)=-(-3)^3-2\cdot(-3)^2-5\cdot(-3)+3=$$

$$T(x)=-(-27)-2\cdot(9)+15+3=27-18+15+3=\underline{\underline{27}}$$

b) Berechnen Sie den Term:

$$T(x,y)=3x^2-4xy \qquad \text{für } x=-\frac{2}{3};\ y=\frac{1}{2}$$

Lösung:

$$T(x,y)=3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)=$$

$$T(x,y)=3\cdot\left(\frac{4}{9}\right)-4\cdot\left(-\frac{2}{3\cdot 2}\right)=\left(\frac{3\cdot 4}{9}\right)-\left(-\frac{4\cdot 2}{3\cdot 2}\right)=\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=\frac{8}{3}=\underline{\underline{2\frac{2}{3}}}$$

BM Aufnahmeprüfung Uri 2005

Grundoperationen

1. Berechnen Sie den Term

$$T = \frac{x^2 - 2y}{x} - \frac{y^2 - 2x}{x}$$

für folgende Werte:

a) x = 2; y = 3 b) x = 1; y = 0 c) x = 0; y = 1 d) x = –1; y = –1

Stellen Sie die Aufgaben so dar, dass man den Rechnungsweg erkennt.

Lösungen:

a) $T = \frac{2^2 - 2\cdot 3}{2} - \frac{3^2 - 2\cdot 2}{2} = \frac{4-6}{2} - \frac{9-4}{2} = \frac{-2}{2} - \frac{5}{2} = -1 - 2.5 = \underline{\underline{-3.5}}$

b) $T = \frac{1^2 - 2\cdot 0}{1} - \frac{0^2 - 2\cdot 1}{1} = \frac{1-0}{1} - \frac{0-2}{1} = \frac{1}{1} - \frac{-2}{1} = 1 + 2 = \underline{\underline{3}}$

c) $T = \frac{0^2 - 2\cdot 1}{0} - \frac{1^2 - 2\cdot 0}{0}$ Division durch Null ist nicht definiert!

d) $T = \frac{(-1)^2 - 2\cdot(-1)}{-1} - \frac{(-1)^2 - 2\cdot(-1)}{-1} = \frac{1+2}{-1} - \frac{1+2}{-1} = -3 - (-3) = \underline{\underline{0}}$

2. Berechnen Sie x:

$$(x+2)(2x-9) + (x+3)^2 = (2x-1)^2 - (x-5)(x+5)$$

Lösung:

$2x^2 - 9x + 4x - 18 + x^2 + 6x + 9 = 4x^2 - 4x + 1 - (x^2 - 25)$

$3x^2 + x - 9 = 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 25$

$x - 9 = -4x + 26$

$5x = 35$

$x = \underline{7} \quad \rightarrow \quad L = \underline{\underline{\{7\}}}$

3. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{2(3xy)^3 z^4}{5(-a)^2 b} : \frac{9x^2yz^4}{10ab}$$

Lösung:

$$\frac{2\cdot 3^3 x^3 y^3 z^4}{5a^2 b} \cdot \frac{10ab}{9x^2yz^4} = \frac{2\cdot 3xy^2}{1a} \cdot \frac{2}{1} = \underline{\underline{\frac{12xy^2}{a}}}$$

4. Berechnen Sie x:

$$\frac{x-4}{4}+2\cdot\frac{2x-4}{3}-\frac{2x-7}{6}-2=0$$

Lösung:

$$\frac{x-4}{4}+\frac{4x-8}{3}-\frac{2x-7}{6}-2=0$$

$$\frac{3x-12}{12}+\frac{16x-32}{12}-\frac{4x-14}{12}-\frac{24}{12}=0$$

$$\frac{3x-12+16x-32-4x+14-24}{12}=0$$

$$\frac{15x-54}{12}=0$$

$$15x-54=0$$

$$15x=54$$

$$x=\frac{54}{15}=\underline{3.6} \quad\rightarrow\quad L=\underline{\underline{\{3.6\}}}$$

5. a) Berechnen Sie den Ausdruck $A=\sqrt{2z}\left(\sqrt{2z}-\dfrac{z}{\sqrt{2z}}\right)$

Lösung:

$$A=\sqrt{2z}\left(\sqrt{2z}-\frac{z}{\sqrt{2z}}\right)=\left(\sqrt{2z}\right)^2-\frac{\sqrt{2z}\cdot z}{\sqrt{2z}}=2z-z=\underline{\underline{z}}$$

b) Berechnen Sie den Ausdruck B mit dem Taschenrechner.

$$B=\frac{1.2(9.4+4.2\cdot 0.6)^2}{3.1\sqrt{17.8+5.9^2}}$$

Runden Sie das Resultat auf 2 Stellen nach dem Komma!

Lösung:

$$B=\frac{1.2(9.4+4.2\cdot 0.6)^2}{3.1\sqrt{17.8+5.9^2}}=\underline{\underline{7.58}}$$

c) Faktorisieren Sie so weit wie möglich:

$$(7r-st)(3a^2-b^2)-(7r-st)(2a^2-b^2)$$

Lösung:

$$(7r-st)\left[(3a^2-b^2)-(2a^2-b^2)\right]=$$

$$(7r-st)(3a^2-b^2-2a^2+b^2)=\underline{\underline{(7r-st)a^2}}$$

d) Faktorisieren Sie so weit wie möglich:

$$a-2-3x(a-2)$$

Lösung:

$$1\cdot(a-2)-3x(a-2)=\underline{\underline{(a-2)(1-3x)}}$$

Diverse BM Aufnahmeprüfungen

Grundoperationen

1. a) Schreiben Sie als einen einzigen Bruch:

$$\frac{1}{5x}\left(\frac{2}{3x}-\frac{1}{6xy}\right)$$

Lösung:

$$\frac{1}{5x}\left(\frac{4y}{6xy}-\frac{1}{6xy}\right)=\frac{1}{5x}\left(\frac{4y-1}{6xy}\right)=\underline{\underline{\frac{4y-1}{30x^2y}}}$$

b) Vereinfachen Sie möglichst weitgehend und entfernen Sie die Klammern:

$$2t\cdot\left(\frac{4s}{t^2}+5t\right)\cdot\left(\frac{4s}{t^2}-5t\right)$$

Lösung:

$$2t\cdot\left(\frac{16s^2}{t^4}-25t^2\right)=\underline{\underline{\frac{32s^2}{t^3}-50t^3}}\quad\text{oder}\quad\underline{\underline{\frac{32s^2-50t^6}{t^3}}}$$

2. a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung bezüglich G = Q:

$$\frac{x}{3}-\frac{4x-6}{5}=\frac{7-x}{2}$$

Lösung:

$$\frac{10x}{30}-\frac{24x-36}{30}=\frac{105-15x}{30}$$

$$10x-24x+36=105-15x$$

$$-14x+36=105-15x$$

$$x=\underline{69}\quad\rightarrow\quad L=\underline{\underline{\{69\}}}$$

b) Bestimmen Sie zuerst den Definitionsbereich und anschliessend die Lösungsmenge der Gleichung bezüglich G = Q:

$$\frac{3x+0.5}{5x-0.2}=0.8$$

Lösung:

$$5x-0.2\neq 0\quad\rightarrow\quad 5x\neq 0.2\quad\rightarrow\quad x\neq\frac{2}{10\cdot 5}\quad\rightarrow\quad \underline{D=Q\setminus\left\{\frac{1}{25}\right\}}$$

$$3x+\frac{1}{2}=\frac{4}{5}\left(5x-\frac{1}{5}\right)$$

$$3x+\frac{1}{2}=4x-\frac{4}{25}$$

$$\underline{\frac{25}{50}+\frac{8}{50}}=x\quad\rightarrow\quad L=\underline{\underline{\left\{\frac{33}{50}\right\}}}$$

3. Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf: (Aarau 2000)

$$\frac{x+1}{3}-\frac{3x-1}{5}-x=-2$$

Lösung:

$$\frac{5x+5}{15}-\frac{9x-3}{15}-\frac{15x}{15}=\frac{-30}{15}$$

$$5x+5-9x+3-15x=-30$$

$$-19x+8=-30$$

$$-19x=-38$$

$$x=\underline{2} \quad \rightarrow \quad L=\underline{\underline{\{2\}}}$$

4. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: (Aarau 2000)

a) $$\frac{(3m+9n)(m^2-4n^2)}{6m^2+6mn-36n^2}-n$$

Lösung:

$$\frac{3(m+3n)(m+2n)(m-2n)}{6(m^2+mn-6n^2)}-n=\frac{3(m+3n)(m+2n)(m-2n)}{6(m+3n)(m-2n)}-n=$$

$$\frac{(m+2n)}{2}-n=\frac{m+2n-2n}{2}=\underline{\underline{\frac{m}{2}}}$$

b) $$\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}:\frac{1}{a-b}$$

Lösung:

$$\frac{a(a+b)}{(a+b)(a-b)}\cdot\frac{a-b}{1}=\underline{\underline{a}}$$

5. Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf: (Aarau 2001)

$$\frac{25(2x-5)}{5(2x+1)}-\frac{32}{8(4x^2-1)}=\frac{2x+1}{2x-1}\cdot 5$$

Lösung:

$$\frac{5(2x-5)}{(2x+1)}-\frac{4}{(2x+1)(2x-1)}=\frac{5(2x+1)}{2x-1}$$

$$\frac{5(2x-5)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)}-\frac{4}{(2x+1)(2x-1)}=\frac{5(2x+1)^2}{(2x+1)(2x-1)}$$

$$5(4x^2-2x-10x+5)-4=5(4x^2+4x+1)$$

$$20x^2-60x+25-4=20x^2+20x+5$$

$$16=80x$$

$$x=\frac{16}{80}=\underline{\frac{1}{5}} \quad \rightarrow \quad L=\underline{\underline{\left\{\frac{1}{5}\right\}}}$$

6. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: (Aarau 2001)

a) $\dfrac{4a-2}{(2a+1)^2\left(4a^2-4a+1\right)}\cdot\left(4a^2-1\right)$

Lösung:

$$\frac{2(2a-1)(2a-1)(2a+1)}{(2a+1)^2(2a-1)^2}=\underline{\underline{\frac{2}{2a+1}}}$$

b) $\dfrac{7}{b+1}-\dfrac{14b}{b}-\dfrac{8}{b-1}-\dfrac{1}{1-b}$

Lösung:

$$\frac{7(b-1)}{(b+1)(b-1)}-\frac{14(b+1)(b-1)}{(b+1)(b-1)}-\frac{8(b+1)}{(b+1)(b-1)}-\frac{(b+1)}{(b+1)\cdot(-1)(1-b)}=$$

$$\frac{7b-7-\left[14\left(b^2-1\right)\right]-8b-8+b+1}{(b+1)(b-1)}=\frac{7b-7-14b^2+14-8b-8+b+1}{(b+1)(b-1)}=$$

$$\frac{-14b^2}{(b+1)(b-1)}=\underline{\underline{\frac{14b^2}{1-b^2}}}$$