

# Grundoperationen Aufgaben

## Ausklammern

Haben alle Summanden einer algebraischen Summe einen gemeinsamen Faktor, so kann man diesen gemeinsamen Faktor ausklammern. Die *Summe* wird dadurch in ein *Produkt umgewandelt*. Vor dem Kürzen von Bruchtermen müssen oft zuerst geeignete Faktoren ausgeklammert werden.

Zerlegen Sie in möglichst viele Faktoren:

1.  $26x^2 - 52mx + 65nx$
2.  $\frac{5}{12}xy^2z^3 - \frac{7}{12}x^2yz^3 + \frac{11}{12}x^3y^3z^3$
3.  $3a^3 - 4a^2b - 5ab^2 - 3a^2x + 4abx + 5b^2x$
4.  $5ax^2 - 3ay^2 - 5x^2 + 3y^2 + 5bx^2 - 3by^2$
5.  $x^6 - x^2$
6.  $12a^2 + 60ab + 75b^2$
7.  $80eg^2 - 40egh + 5ch^2$
8.  $18x^2y^2 + 12x^2yz + 2x^2z^2$
9.  $c^2 - 3c - 11cd + 33d$
10.  $6y(y+1) - 3d(y+1) + 6(y+1)$
11.  $m + x - mh^2 - h^2x$
12.  $3an + 6bn - 21n - 5am - 10bm + 35m$
13.  $r^2 + s^2 + 4st - 4t^2$
14.  $48a^7 - 243a^3$
15.  $y^2(2z-1) - 2y(2z-1) + (1-2z)$
16.  $8b^2cd - 4b^2c + 4b^2d^2 - 2b^2d$
17.  $12(4-p^2) + q(p^2-4) + q^2(p^2-4)$
18.  $3a^3 - 9a^2 - 30a$
19.  $-2t^2 + 20t - 18$

## Binome

In der mathematischen Praxis treten oft Binome auf. Binome sind Multiplikationen einer Summe respektive Differenz mit sich selber.

Berechnen Sie die Resultate mit Hilfe der binomischen Formeln:

1.  $(b+c)^2$

2.  $(a-2b)^2$

3.  $(a+2b)(a-2b)$

4.  $(c^2+2d^2)(c^2-2d^2)$

5.  $(-a-b)(a-b)$

6.  $(e^2-3f)(e^2-3f)$

7.  $(-r^2-r)^2$

8.  $\left(\frac{y^2}{4} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{y^2}{4} - \frac{1}{2}\right)$

9.  $(-3z^2-1)(3z^2-1)$

Schreiben Sie die Aufgabe ab und ergänzen Sie die fehlenden Werte:

10.  $(\_ + \_)^2 = 4a^2 + \_ + b^2$

11.  $(3a - \_)^2 = \_ - 12a + \_$

12.  $\frac{9}{64} \_ - \_xy - \_ = (\_x - 7y)^2$

Zerlegen Sie die Summen und Differenzen in binomische Formeln:

13.  $4a^2 + 24ab + 36b^2$

14.  $4c^2 - d^2$

15.  $-36c^2 + 24cd - 4d^2$

16.  $-100 + 80b - 16b^2$

17.  $12x^2 - 60x + 75$

18.  $-18a^2 + 8b^2$

## Kürzen von Brüchen

Ein Bruch wird *gekürzt*, indem Zähler und Nenner durch denselben Term *dividiert* werden. Beim Kürzen ändert sich die Form, *nicht aber der Wert* des Bruchs. Bei Termen mit Variablen müssen oft zuerst geeignete Faktoren ausgeklammert werden, damit ein Bruch gekürzt werden kann.

Kürzen Sie die folgenden Brüche soweit als möglich:

$$1. \frac{20xy^2z^2}{12x^2yz^3}$$

$$2. \frac{12abc^2d}{10a^2bc^2d}$$

$$3. \frac{9a^2 - 6b}{6a^2 - 4b}$$

$$4. \frac{15 \cdot (6m^2n - 9mn^2)}{6 \cdot (8m - 12n)}$$

$$5. \frac{6m^2 - 3mn}{18m^2n^2 - 9mn^3}$$

$$6. \frac{9a - 6ab}{6a - 9ab}$$

$$7. \frac{2a - 2}{3 - 3a}$$

$$8. \frac{-16x^2 + 16xy - 4y^2}{20x - 10y}$$

$$9. \frac{16a^2 - 24ab + 9b^2}{16a^2 - 9b^2}$$

$$10. \frac{c^2 - 13c + 42}{14 - 2c}$$

$$11. \frac{2x^2 - 2x - 40}{3x^3 + 3x^2 - 90x}$$

$$12. \frac{6bx - 3xy - 2bu + uy}{3bx - 6xy - bu + 2uy}$$

$$13. \frac{ab - a - b + 1}{ab + a - b - 1}$$

$$14. \frac{a^2 - 10a + 25}{a^2 - a - 20}$$

$$15. \frac{4a^2 - 8ab + 4b^2}{8a^2 - 8b^2}$$

## Erweitern von Brüchen

Ein Bruch wird *erweitert*, indem Zähler und Nenner mit demselben Term *multipliziert* werden. Beim Erweitern ändert sich die Form, *nicht aber der Wert* des Bruchs.

Erweitern Sie jeweils den Bruch so, dass der neue Nenner dem Term in den eckigen Klammern entspricht. Achten Sie auf die korrekte Schreibweise und vereinfachen Sie soweit wie möglich! Beispiel:

$$1. \frac{5y+14x}{y^2} \qquad [5y^3+14xy^2]$$

Anleitung:

$$\frac{5y+14x}{y^2} \cdot \frac{?}{?} = \frac{(5y+14x) \cdot ?}{5y^3+14xy^2}$$

$$2. \frac{z+4}{2z-6} \qquad [4z^2-24z+36]$$

$$3. \frac{z-30}{z^2+2z} \qquad [z^4-28z^3-60z^2]$$

$$4. \frac{6b+9}{4b-6} \qquad [18b-24b^2+8b^3]$$

$$5. \frac{8t+10}{4t+3} \qquad [48t^3-24t^2-45t]$$

$$6. \frac{4z+5y}{7a+3d} \qquad [28az+35ay+12dz+15dy]$$

$$7. \frac{3y-2b}{c-x} \qquad [2bc+3cy-2bx-3xy]$$

$$8. \frac{3a+5}{7a-9} \qquad [126a^3-64a^2-126a]$$

## Addition und Subtraktion von Brüchen

Schreiben Sie als einen Bruch und vereinfachen Sie:

1. 
$$\frac{-p^2+p}{gh} - \frac{-p^2-p}{gh}$$

2. 
$$\frac{12}{4ef} - \frac{7}{4fg}$$

3. 
$$m+2 - \frac{3m-m^2}{m}$$

4. 
$$\frac{a}{a+2} + \frac{a+1}{a-3}$$

5. 
$$\frac{2e-f}{12e^2+16ef} - \frac{1.5}{9e+12f}$$

6. 
$$\frac{m+n}{m^2+4mn+4n^2} - \frac{3}{3m+6n}$$

7. 
$$\frac{e}{e-f} + \frac{-f^2}{e^2-f^2} - \frac{f}{e+f}$$

8. 
$$\frac{2a}{(2a-b)^3} + \frac{a}{(b-2a)^3}$$

9. 
$$\frac{v^2-8v}{2v^2+v-15} - \frac{v}{5-2v}$$

10. 
$$\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a} - \frac{a+b-1}{a+b}$$

11. 
$$\frac{-a^2b}{a^2+4a-ab-4b} + \frac{4a^4b}{4a^4+16a^3}$$

12. 
$$\frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{(y-1)(z-1)} - \frac{1}{(y-1)(z-1)}$$

## Multiplikation und Division von Brüchen

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

1.  $\frac{5a-b}{a+b} \cdot (2a+2b)$

2.  $\frac{2u}{11-u} \cdot (u-11)$

3.  $\frac{ef}{3f-3e} \cdot (12e-12f)$

4.  $\frac{2ux^2 - x^2w}{y} : (4uv - 2vw)$

5.  $(-10r-10s) : \frac{r+s}{-3}$

6.  $(g^2 - h^2) : \frac{g^2 - 2g + gh - 2h}{g}$

7.  $\frac{6y^2}{1-x} \cdot \frac{x-1}{-18y}$

8.  $\frac{u^2 + 7u + 12}{8-8u} \cdot \frac{2u-2}{u^2 - u - 12}$

9.  $\frac{1}{4r^2 + 4rs + s^2} \cdot \frac{2r^2 - 3rs - 2s^2}{2}$

10.  $\frac{e+1}{e^2 - 16e + 60} : \frac{2e+2}{e^2 - 36}$

11.  $\frac{m^2 - n^2}{2-m} : \frac{m-n}{m-2}$

12.  $\frac{x^2 + 2xy}{4x^2 - 4xy + y^2} : \frac{3xy + 6y^2}{2x^2 - 2x - xy + y}$

13.  $\frac{\left(\frac{k-2}{3k}\right)^2}{k^2 - 3k + 2}$   
 $18k^2$

14.  $\frac{2}{12c} + \frac{6c^2d + 2cd^2}{8c + 8d} : \frac{3c^2d^2}{c+d}$

## Mehrfachbrüche

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$1. \frac{\frac{-5x^3}{-6y^2}}{\frac{4x^2}{-3y^4}}$$

$$2. \frac{p + \frac{1}{2}}{p - \frac{1}{2}}$$

$$3. \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{g}}$$

$$4. \frac{\frac{1}{z} - z^3}{z - \frac{1}{z^3}}$$

$$5. \frac{b + \frac{2}{b^2 - 1}}{b - \frac{1}{b^2 - 1}}$$

$$6. \frac{\frac{2m}{m-2} - \frac{m}{m+3}}{\frac{m+8}{m^2 + m - 6}}$$

$$7. \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

$$8. \frac{\frac{a}{1 + \frac{a}{1 + \frac{a}{1 + a}}}}{1 + \frac{a}{1 + a}}$$

$$9. \frac{-\frac{1}{a+1}}{1 - \frac{a}{a - \frac{1}{a}}}$$

$$10. \frac{\frac{1}{a} + \frac{a}{1 - \frac{1}{a}}}{a(a+1) + \frac{2a-1}{a-1}}$$

BM Aufnahmeprüfung Uri 2004

1. Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck so weit wie möglich:

$$(2a)^3 - (2a + 3)^2 - 8a^2(a - 5) + (-3)^2$$

2. Berechnen Sie den folgenden Ausdruck:

$$\frac{5}{2}a - \left[ \frac{4}{3}b + \frac{5}{6}c - \left( 4c + \frac{1}{4}b \right) + 2a \right] - \frac{7}{6}c - \left( \frac{1}{2}a - \frac{3}{4}b \right)$$

3. Berechnen Sie x:

$$\frac{x-21}{14} - \frac{x-28}{21} - 2 = \frac{x-14}{7}$$

4. a) Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck so weit wie möglich:

$$\left( -\frac{18a^3b}{5c^2} \right) : \left( -\frac{3ab}{5} \right)^2$$

- b) Schreiben Sie die Aufgabe ab und ergänzen Sie die fehlenden Werte:

$$9x^2 - 42xy \quad \_ \_ = (\_ \_ )^2$$

5. a) Berechnen Sie den Term:

$$T(x) = -x^3 - 2x^2 - 5x + 3 \quad \text{für } x = -3$$

- b) Berechnen Sie den Term:

$$T(x, y) = 3x^2 - 4xy \quad \text{für } x = -\frac{2}{3}; y = \frac{1}{2}$$



BM Aufnahmeprüfung Uri 2005

1. Berechnen Sie den Term

$$T = \frac{x^2 - 2y}{x} - \frac{y^2 - 2x}{x}$$

für folgende Werte:

- a)
- $x = 2; y = 3$
- b)
- $x = 1; y = 0$
- c)
- $x = 0; y = 1$
- d)
- $x = -1; y = -1$

Stellen Sie die Aufgaben so dar, dass man den Rechnungsweg erkennt.

2. Berechnen Sie x:

$$(x + 2)(2x - 9) + (x + 3)^2 = (2x - 1)^2 - (x - 5)(x + 5)$$

3. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{2(3xy)^3 z^4}{5(-a)^2 b} : \frac{9x^2 yz^4}{10ab}$$

4. Berechnen Sie x:

$$\frac{x-4}{4} + 2 \cdot \frac{2x-4}{3} - \frac{2x-7}{6} - 2 = 0$$

5. a) Berechnen Sie den Ausdruck
- $A = \sqrt{2z} \left( \sqrt{2z} - \frac{z}{\sqrt{2z}} \right)$

- b) Berechnen Sie den Ausdruck B mit dem Taschenrechner.

$$B = \frac{1.2(9.4 + 4.2 \cdot 0.6)^2}{3.1\sqrt{17.8 + 5.9^2}}$$

Runden Sie das Resultat auf 2 Stellen nach dem Komma!

- c) Faktorisieren Sie so weit wie möglich:

$$(7r - st)(3a^2 - b^2) - (7r - st)(2a^2 - b^2)$$

- d) Faktorisieren Sie so weit wie möglich:

$$a - 2 - 3x(a - 2)$$

## Diverse BM Aufnahmeprüfungen

1. a) Schreiben Sie als einen einzigen Bruch:

$$\frac{1}{5x} \left( \frac{2}{3x} - \frac{1}{6xy} \right)$$

- b) Vereinfachen Sie möglichst weitgehend und entfernen Sie die Klammern:

$$2t \cdot \left( \frac{4s}{t^2} + 5t \right) \cdot \left( \frac{4s}{t^2} - 5t \right)$$

2. a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung bezüglich
- $G = \mathbb{Q}$
- :

$$\frac{x}{3} - \frac{4x-6}{5} = \frac{7-x}{2}$$

- b) Bestimmen Sie zuerst den Definitionsbereich und anschliessend die Lösungsmenge der Gleichung bezüglich
- $G = \mathbb{Q}$
- :

$$\frac{3x+0.5}{5x-0.2} = 0.8$$

3. Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{x+1}{3} - \frac{3x-1}{5} - x = -2$$

4. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$a) \frac{(3m+9n)(m^2-4n^2)}{6m^2+6mn-36n^2} - n$$

$$b) \frac{a^2+ab}{a^2-b^2} : \frac{1}{a-b}$$

5. Lösen Sie folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{25(2x-5)}{5(2x+1)} - \frac{32}{8(4x^2-1)} = \frac{2x+1}{2x-1} \cdot 5$$

6. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$a) \frac{4a-2}{(2a+1)^2(4a^2-4a+1)} \cdot (4a^2-1)$$

$$b) \frac{7}{b+1} - \frac{14b}{b} - \frac{8}{b-1} - \frac{1}{1-b}$$