

Quadratische Gleichungen und Funktionen 2015, M2a

- Prüfungsdauer ■ 70 Minuten
- Hilfsmittel ■ Formelsammlung, Taschenrechner ohne CAS!
- Bedingungen ■ Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
 ■ Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
 ■ Das Resultat ist so weit wie möglich zu vereinfachen.
 ■ Erstellen Sie Skizzen und **kontrollieren Sie Ihre Resultate!**
 ■ Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Zusatzblätter am Ende des Dokuments. Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Seite 11».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname

Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Gesamtpunkte
Punkte	1	2	2	2	2	4	13

Note

Aufgabe 1**1 Punkt**Berechnen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung **mit Hilfe der Faktorzerlegung**.

$$-9x^2 + 153x - 540 = 0$$

$$G = \mathbb{R}$$

0.25

0.5

0.25

Total 1

Lösung:

$$D = \mathbb{R}$$

$$-9x^2 + 153x - 540 = 0$$

$$| : (-9)$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0$$

(0.25)

$$\begin{array}{l} (-1)(-60) \\ (-2)(-30) \\ (-3)(-20) \\ (-4)(-15) \\ (-5)(-12) \\ (-6)(-10) \end{array}$$

$$(x - 5) \cdot (x - 12) = 0$$

(0.5)

$$x_1 - 5 = 0 \rightarrow x_1 = \underline{5}$$

$$x_2 - 12 = 0 \rightarrow x_2 = \underline{12}$$

$$L = \underline{\underline{\{5; 12\}}}$$

(0.25)

Aufgabe 2**2 Punkte**Berechnen Sie die Lösungsmenge **durch quadratische Ergänzung!**

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{10}x - \frac{2}{5} = 0$$

G = R

Lösung:

D = R

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{10}x - \frac{2}{5} = 0$$

|·4

$$x^2 + \frac{12}{10}x - \frac{8}{5} = 0$$

(0.25)

$$x^2 + \frac{6}{5}x + \underbrace{\left(\frac{6}{5 \cdot 2}\right)^2}_{\text{Binom}} - \left(\frac{6}{5 \cdot 2}\right)^2 - \frac{8}{5} = 0$$

(0.5)

$$\left(x + \frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{8}{5} = \frac{49}{25}$$

|√

$$x_{1,2} + \frac{3}{5} = \pm \sqrt{\frac{49}{25}} = \pm \frac{7}{5}$$

$$x_{1,2} = \pm \frac{7}{5} - \frac{3}{5}$$

(0.5)

$$x_1 = \frac{4}{5}$$

(0.25)

$$x_2 = -\frac{10}{5} = -2$$

(0.25)

$$L = \underline{\underline{\left\{-2; \frac{4}{5}\right\}}}$$

(0.25)

0.25

0.5

0.5

0.25

0.25

0.25

Total 2

Aufgabe 3, Achtung: Nur eine Funktionsgleichung verlangt!**2 Punkte**

Berechnen Sie **eine** der beiden Funktionsgleichungen der Parabeln auf Seite 5. Markieren Sie die für die Berechnung verwendeten Punkte auf dem entsprechenden Graphen. Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein! (**ABC-Form** der Parabel angeben!)

a.	0.5
b.	0.5
	0.5
	0.5
Total 2	

Lösung:

y_1 berechnen $\rightarrow S_1 \left(\begin{array}{c|c} \overbrace{x_s} & \overbrace{y_s} \\ \hline -4 & 6 \end{array} \right)$ und $N_2 \left(\begin{array}{c|c} \overbrace{x} & \overbrace{y} \\ \hline -1 & 0 \end{array} \right)$ in Scheitelform einsetzen:

$$0 = A(-1+4)^2 + 6$$

$$-6 = 9 \cdot A$$

$$A = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3} \quad (0.5)$$

A und $S_1 \left(\begin{array}{c|c} \overbrace{x_s} & \overbrace{y_s} \\ \hline -4 & 6 \end{array} \right)$ in Scheitelform einsetzen:

$$y_1 = \underbrace{-\frac{2}{3}(x+4)^2 + 6}_{(0.5)} = -\frac{2}{3}(x^2 + 8x + 16) + 6 = \underbrace{-\frac{2}{3}x^2 - \frac{16}{3}x - \frac{14}{3}}_{(0.5)}$$

y_2 berechnen $\rightarrow S_2 \left(\begin{array}{c|c} \overbrace{x_s} & \overbrace{y_s} \\ \hline 6 & -7 \end{array} \right)$ und $Q \left(\begin{array}{c|c} \overbrace{x} & \overbrace{y} \\ \hline 1 & -2 \end{array} \right)$ in Scheitelform einsetzen:

$$-2 = A \cdot (1-6)^2 - 7$$

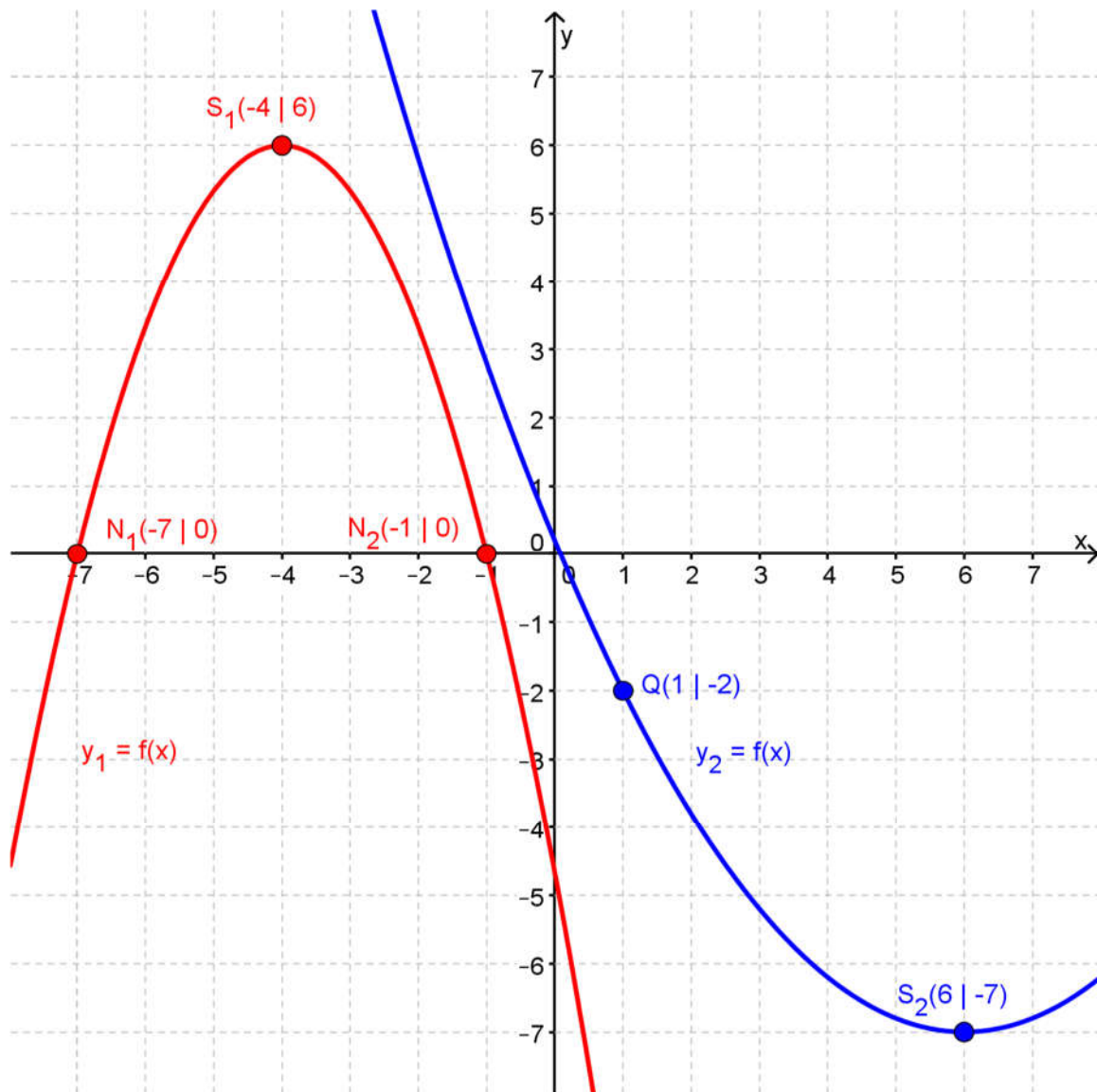
$$5 = 25 \cdot A$$

$$A = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \quad (0.5)$$

A und $S_2 \left(\begin{array}{c|c} \overbrace{x_s} & \overbrace{y_s} \\ \hline 6 & -7 \end{array} \right)$ in Scheitelform einsetzen:

$$y_2 = \underbrace{\frac{1}{5}(x-6)^2 - 7}_{(0.5)} = \frac{1}{5}(x^2 - 12x + 36) - 7 = \underbrace{\frac{1}{5}x^2 - \frac{12}{5}x + \frac{1}{5}}_{(0.5)}$$

Graphen für die Aufgabe 3:



Bewertung:

- a. sinnvolle Punkte für die Berechnung verwendet (0.5)
- b. für die korrekte Funktionsgleichung y_1 **oder** für die Funktionsgleichung y_2 (1.5)

$$y_1 = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{16}{3}x - \frac{14}{3}$$

(ABC-Form der Parabel angeben!)

$$y_2 = \frac{1}{5}x^2 - \frac{12}{5}x + \frac{1}{5}$$

(ABC-Form der Parabel angeben!)

Aufgabe 4, Achtung: Nur ein Graph verlangt!

2 Punkte

Zeichnen Sie den Graph **einer** der beiden Funktionen ins nebenstehende Koordinatensystem ein! Das Vorgehen muss dokumentiert werden und die zum Einzeichnen verwendeten Punkte müssen erkennbar sein!

1. $y_1 = 3x^2 + 36x + 97$

2. $y_2 = -(x - 9)(x - 1)$

a.	0.5
	0.5
	0.5
b.	0.5
Total 2	

Lösung:

y_1 : zuerst in Scheitelform umformen:

$$y_2 = 3\left(x^2 + 12x + 6^2 - 6^2 + \frac{97}{3}\right) = 3\left[(x + 6)^2 - \frac{11}{3}\right] = 3(x + 6)^2 - 11$$

$S_b(-6|-11)$ und $A=3$

y_2 : zuerst Scheitelpunkt berechnen:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{9 + 1}{2} = 5$$

$$y_s = y(x_s) = -(5 - 9)(5 - 1) = -(-4)(4) = 16$$

$S_a(5|16)$ und $A=-1$

Bewertung:

a. Scheitel und Faktor A berechnet (0.5)

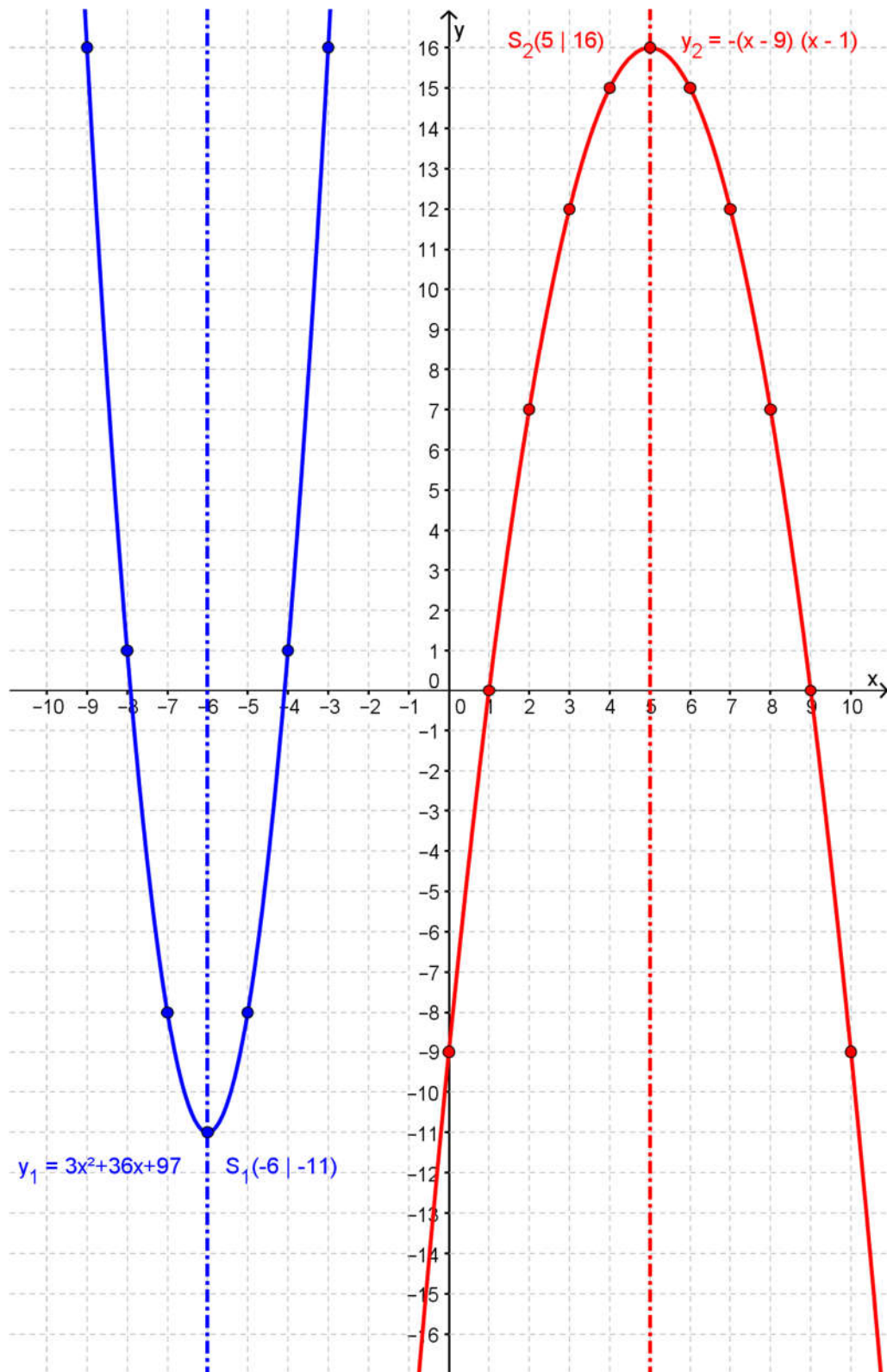
Scheitel korrekt eingezeichnet (0.5)

Graph korrekt gezeichnet (Faktor A) und beschriftet (0.5)

b. Koordinatensystem ausgenutzt (genügend Punkte eingezeichnet) (0.5)

pro Fehler (-1)

Koordinatensystem für Aufgabe 4:



Bewertung:

- a. für den korrekt gezeichneten und beschrifteten Graphen (1.5)
- b. Koordinatensystem ausgenutzt (genügend Punkte eingezeichnet) (0.5)

Aufgabe 5**2 Punkte**Berechnen Sie den Parameter **m** so, dass die Gleichung $mx^2 = 4x + 3$ genau eine Lösung hat.**Lösung:**

$$mx^2 - 4x - 3 = 0$$

$$A = m, B = -4, C = -3$$

Ansatz: Diskriminante = 0**(0.5)**

$$B^2 - 4AC = 0$$

$$(-4)^2 - 4 \cdot m \cdot (-3) = 0$$

(0.5)

$$16 + 12m = 0$$

$$16 = -12m \rightarrow m = \frac{16}{-12} = -\frac{4}{3}$$

(1)Wenn der Parameter $m = -\frac{4}{3}$ ist, dann hat die Gleichung genau eine Lösung.

0.5
0.5
1
Total 2

Aufgabe 6

4 Punkte

Gegeben sind folgende Funktionen: $y_1 = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$ und $y_2 = \frac{1}{2}x + 1$

- a. Berechnen Sie die Nullstellen der beiden Funktionen (Resultat auf 2 Stellen runden).
- b. Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel.
- c. Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Funktionen.

a.	0.5
	0.5
	0.5
b.	0.5
	0.5
c.	0.5
	0.5
	0.5
Total 4	

Geg: $y_1 = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$, $y_2 = \frac{1}{2}x + 1$

- Ges: a. $y_1(x) = 0$, $y_2(x) = 0$
 b. $S = ?$
 c. $A = ?$, $B = ?$ (wenn $y_1 = y_2$)

Lösung:

a. $y_1 = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3 = 0$ | -4
 $x^2 + 8x - 12 = 0$
 $x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{112}}{2}$
 $x_1 = \underline{1.2915}$ \vee $x_2 = \underline{-9.2915}$ $N_1(1.29; 0)$, $N_2(-9.29; 0)$
(0.5) (0.5)

$y_2 = \frac{1}{2}x + 1 = 0 \rightarrow \frac{1}{2}x = -1$
 $x = \underline{-2}$ $N_3(-2; 0)$
(0.5)

b. $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1.2915 - 9.2915}{2} = \underline{-4}$
 $y_s = y_1(x_s) = \frac{1}{4}(-4)^2 + 2(-4) - 3 = \underline{-7}$ $S\left(\begin{matrix} \underline{-4} \\ \underline{-7} \end{matrix}\right)$
(0.5) (0.5)

c. $y_1 = y_2 \rightarrow \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3 = \frac{1}{2}x + 1$ | -4
(0.5)
 $x^2 + 8x - 12 = 2x + 4$ | -2x | -4
 $x^2 + 6x - 16 = 0 = (x + 8) \cdot (x - 2)$
 $x_1 = \underline{-8}$ \vee $x_2 = \underline{2}$ $A(-8; -3)$, $B(2; 2)$
(0.5) (0.5)

