

Gleichungen und Ungleichungen

Zeit
Maximale Punktzahl
Gruppe
Hinweise

60 Minuten

20 Punkte

B

■ Lösen Sie die Aufgaben auf separatem Papier (Ausnahme: Aufgabe 7)!

■ **Beachten Sie den Definitionsbereich!**

■ Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein!

■ Schlechte Darstellungen ergeben einen Abzug!

■ Das Resultat ist soweit wie möglich zu vereinfachen.

■ Kontrollieren Sie Ihre Resultate!

■ Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgabenstellung

1. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. $G = \mathbf{R}$ 2 Pkt.

$$\frac{4}{x+3} + \frac{3}{x-3} = \frac{5x+3}{x^2-9} \quad x = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} x+3 \neq 0 \rightarrow \underline{x \neq -3} \\ x-3 \neq 0 \rightarrow \underline{x \neq 3} \end{array} \right\} D = \underline{\mathbf{R} \setminus \{-3; 3\}} \quad (0.5)$$

$$4(x-3) + 3(x+3) = 5x+3 \quad (0.5)$$

$$4x-12+3x+9 = 5x+3$$

$$7x-3 = 5x+3 \rightarrow 2x = 6$$

$$x = \underline{3} \quad (3 \notin D) \quad (0.5)$$

$$L = \underline{\underline{\{ \}}} \quad (0.5)$$

2. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. Halten Sie die Bedingungen fest, damit nicht durch Null dividiert wird. $G = \mathbf{R}$. 3 Pkt.

$$\frac{x+c}{x-b} = \frac{x-c}{x+b} + \frac{2bc}{x^2-b^2} \quad x = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} x-b \neq 0 \rightarrow \underline{x \neq b} \\ x+b \neq 0 \rightarrow \underline{x \neq -b} \end{array} \right\} D = \underline{\mathbf{R} \setminus \{-b; b\}} \quad (0.5)$$

$$(x+c) \cdot (x+b) = (x-c) \cdot (x-b) + 2bc \quad (0.5)$$

$$x^2 + bx + cx + bc = x^2 - bx - cx + bc + 2bc$$

$$2bx + 2cx = 2bc \rightarrow bx + cx = bc$$

$$x \cdot (b+c) = bc \quad (0.5)$$

$$x = \frac{bc}{b+c} \quad (0.5) \rightarrow b+c \neq 0 \rightarrow \underline{\underline{\frac{b \neq -c}{(0.5)}}}$$

$$L = \underline{\underline{\left\{ x \mid x = \frac{bc}{b+c} \right\}}} \quad x \neq -b \wedge x \neq b \wedge b \neq -c \quad (0.5)$$

3. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. Halten Sie die Bedingungen fest, damit nicht durch Null dividiert wird. $G = \mathbf{R}$ 3.5 Pkt.

$$\frac{2c^2}{b(x-b)} + 1 = \frac{x^2 - c^2}{x^2 + b^2 - 2bx} \quad x = ?$$

$$\underline{b \neq 0} \quad (0.25)$$

$$x - b \neq 0 \rightarrow x \neq b \rightarrow D = \mathbf{R} \setminus \{b\} \quad (0.25)$$

$$\frac{2c^2 \cdot (x-b)}{b(x-b)^2} + \frac{b \cdot (x-b)^2}{b \cdot (x-b)^2} = \frac{b \cdot (x^2 - c^2)}{b \cdot (x^2 + b^2 - 2bx)} \quad (0.5)$$

$$2c^2x - 2bc^2 + b \cdot (x^2 + b^2 - 2bx) = bx^2 - bc^2$$

$$2c^2x - 2bc^2 + bx^2 + b^3 - 2b^2x = bx^2 - bc^2$$

$$2c^2x - 2b^2x = bc^2 - b^3 \quad (0.5)$$

$$2x \cdot (c^2 - b^2) = b(c^2 - b^2) \quad (0.5)$$

$$x = \frac{b \cdot (c^2 - b^2)}{2 \cdot (c^2 - b^2)} = \frac{b}{2} \quad (c-b) \cdot (c+b) \neq 0 \rightarrow \underline{\underline{b \neq c}} \wedge \underline{\underline{b \neq -c}} \quad (0.5)$$

$$L = \left\{ x \mid x = \frac{b}{2} \right\} \quad b \neq 0 \wedge x \neq b \wedge b \neq c \wedge b \neq -c \quad (0.5)$$

4. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. $G = \mathbf{R}$ 3 Pkt.

$$\frac{x-1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{3x-1}{2} - \frac{1}{3} \quad x = ?$$

$$\text{Nenner} \neq 0 \rightarrow \frac{x-2}{2} - \frac{2}{3} \neq 0 \text{ und } \frac{x-1}{3} - \frac{1}{2} \neq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{4}{3} \quad (0.5) \\ 2x - 3 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{3}{2} \quad (0.5) \end{array} \right\} D = \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3}, \frac{3}{2} \right\}$$

$$\frac{6x-4}{4x-6} = \frac{9x-2}{6x-8} \quad (0.5)$$

$$\frac{6x-4}{4x-6} = \frac{9x-2}{6x-8} \quad (0.5)$$

$$(6x-4) \cdot (6x-8) = (9x-2) \cdot (4x-6) \quad (0.5)$$

$$36x^2 - 48x - 24x + 32 = 36x^2 - 54x - 8x + 12$$

$$-72x + 32 = -62x + 12$$

$$20 = 10x$$

$$x = 2 \quad (0.25)$$

$$L = \underline{\underline{\{2\}}} \quad (0.25)$$

5. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich der Ungleichung. $G = \mathbf{R}$ 1.5 Pkt.

$$\frac{3(3x-1)}{5} - \frac{5(4x+3)}{6} + 2 > \frac{4(5x-4)}{15} - 3x$$

$$D = \mathbf{R}$$

$$18(3x-1) - 25(4x+3) + 60 > 8(5x-4) - 90x \quad (0.25)$$

$$54x - 18 - 100x - 75 + 60 > 40x - 32 - 90x \quad (0.5)$$

$$-46x - 33 > -50x - 32$$

$$4x > 1$$

$$x > \frac{1}{4} \quad (0.5)$$

$$L = \left\{ x \mid x > \frac{1}{4} \right\} \quad (0.25)$$

6. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich der Ungleichung. $G = \mathbf{R}$ 4 Pkt.

$$\frac{x-3}{3x-2} \geq \frac{1}{2}$$

$$D = \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\} \quad (0.5)$$

$$\mathbf{1. Fall : HN > 0} \rightarrow 3x - 2 > 0 \rightarrow x > \frac{2}{3} \quad (0.5)$$

$$2 \cdot (x-3) \geq 3x-2 \quad (0.25)$$

$$2x - 6 \geq 3x - 2$$

$$\underline{-4 \geq x} \quad (0.25)$$

$$\underline{L_1 = \{ \}} \quad (0.5)$$

$$\mathbf{2. Fall : HN < 0} \rightarrow 3x - 2 < 0 \rightarrow x < \frac{2}{3} \quad (0.5)$$

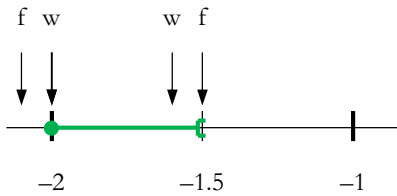
$$2 \cdot (x-3) \leq 3x-2 \quad (0.25)$$

$$2x - 6 \leq 3x - 2$$

$$\underline{-4 \leq x} \quad (0.25)$$

$$\underline{L_2 = \left\{ x \mid -4 \leq x < \frac{2}{3} \right\}} \quad (0.5)$$

$$\text{somit: } L = L_1 \vee L_2 = \left\{ x \mid -4 \leq x < \frac{2}{3} \right\} \quad (0.5)$$



7. Eine Berufsmaturitätsschülerin hat die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung wie folgt angegeben. $G = \mathbf{R}$ 3 Pkt.

Ungleichung: $\frac{x+2}{2x+3} \leq \frac{1}{3}$

Definitionsmenge: $D = \mathbf{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$

Lösungsmenge: $L = \left\{ x \mid -2 \leq x < -\frac{3}{2} \right\}$

- a) Wie viele Zahlenwerte sind für eine sinnvolle Kontrolle der Lösungsmenge notwendig?

4 Zahlenwerte

(1)

- b) Mit welchen Zahlen testen Sie, ob die Lösungsmenge korrekt berechnet wurde? Geben Sie jeweils an, ob die gewählte Zahl zu einer *wahren* bzw. zu einer *falschen Aussage* führen muss.

Zahl	wahre Aussage	falsche Aussage
-2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-2.1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$-\frac{3}{2}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
-1.6	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
.....	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
.....	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(1)

- c) Geben Sie an, ob die Lösungsmenge korrekt oder falsch ist! (mit -2.1 wird bemerkt, dass die Lösungsmenge falsch ist)

Lösungsmenge	korrekt	falsch
$L = \left\{ x \mid -2 \leq x < -\frac{3}{2} \right\}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

(1)

Zufall (-0.5) Abzug

Zufall: falls kein Testwert auf eine falsche Lösungsmenge schliessen lässt!