

Gleichungen und Ungleichungen

Zeit
Maximale Punktzahl
Gruppe
Hinweise

60 Minuten
15 Punkte

A

- Lösen Sie die Aufgaben auf separatem Papier!
- **Beachten Sie den Definitionsbereich!**
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein!
- Schlechte Darstellungen ergeben einen Abzug!
- Das Resultat ist soweit wie möglich zu vereinfachen.
- Kontrollieren Sie Ihre Resultate!
- Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgabenstellung

1. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. $G = \mathbf{R}$ 2 Pkt.

$$\frac{2 + \frac{5x}{3}}{5} - \frac{3x - \frac{5}{2}}{3} = \frac{x+4}{4} - \frac{7}{120} \quad x = ?$$

$$D = \mathbf{R} \quad (0.25)$$

$$\frac{2}{5} + \frac{5x}{15} - \frac{3x}{3} + \frac{5}{6} = \frac{x+4}{8} - \frac{7}{120} \quad | \cdot 120 \quad (0.5)$$

$$48 + 40x - 120x + 100 = 15x + 60 - 7 \quad | \text{orden}$$

$$48 + 100 - 60 + 7 = 15x - 40x + 120x \quad (0.5)$$

$$95 = 95x \quad | : 95$$

$$x = \underline{1} \in D \quad (0.5)$$

$$L = \underline{\underline{\{1\}}} \quad (0.25)$$

2. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. $G = \mathbf{R}$ 2 Pkt.

$$\frac{5x+12}{x^2-16} = \frac{3}{x+4} + \frac{4}{x-4} \quad x = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} x+4 \neq 0 \rightarrow \underline{x \neq -4} \\ x-4 \neq 0 \rightarrow \underline{x \neq 4} \end{array} \right\} D = \underline{\underline{\mathbf{R} \setminus \{-4; 4\}}} \quad (0.5)$$

$$5x+12 = 3(x-4) + 4(x+4) \quad (0.5)$$

$$5x+12 = 3x-12+4x+16$$

$$5x+12 = 7x+4 \rightarrow 8 = 2x$$

$$x = \underline{4} \notin D \quad (0.5)$$

$$L = \underline{\underline{\{ \}}} \quad (0.5)$$

3. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. Halten Sie die Bedingungen fest, damit nicht durch Null dividiert wird. $G = \mathbf{R}$. 3.5 Pkt.

$$\frac{2b^2}{a(x-a)} + 1 = \frac{x^2 - b^2}{\underbrace{x^2 + a^2 - 2ax}_{\text{Binom: } (x-a)^2}} \quad x = ?$$

$$x - a \neq 0 \rightarrow x \neq a \rightarrow D = \mathbf{R} \setminus \{a\} \quad (0.25)$$

$$a \neq 0 \quad (0.25)$$

$$\frac{2b^2 \cdot (x-a)}{a(x-a)^2} + \frac{a \cdot (x-a)^2}{a \cdot (x-a)^2} = \frac{a \cdot (x^2 - b^2)}{a \cdot (x-a)^2} \quad (0.5)$$

$$2b^2x - 2ab^2 + ax^2 - 2a^2x + a^3 = ax^2 - ab^2 \quad | \text{orden}$$

$$2b^2x - 2a^2x = ab^2 - a^3 \quad | \text{faktorisieren} \quad (0.5)$$

$$2x \cdot (b^2 - a^2) = a(b^2 - a^2) \quad (0.5)$$

$$x = \frac{a \cdot (b^2 - a^2)}{2 \cdot (b^2 - a^2)} = \frac{a}{2} \quad (b-a) \cdot (b+a) \neq 0 \rightarrow \underbrace{a \neq b}_{(0.25)} \wedge \underbrace{a \neq -b}_{(0.25)}$$

$$L = \left\{ x \mid x = \frac{a}{2} \right\} \quad a \neq 0 \wedge a \neq b \wedge a \neq -b \quad (0.5)$$

4. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich. $G = \mathbf{R}$ 3 Pkt.

$$\frac{\frac{3x-1}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{x}{2} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{x-1}{2} - \frac{3}{3}}{\frac{x-1}{3} - \frac{1}{2}} \quad x = ?$$

$$\text{Nenner} \neq 0 \rightarrow \frac{x}{2} - \frac{2}{3} \neq 0 \text{ und } \frac{x-1}{3} - \frac{1}{2} \neq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{4}{3} \quad (0.5) \\ 2x - 3 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{3}{2} \quad (0.5) \end{array} \right\} D = \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3}, \frac{3}{2} \right\}$$

$$\frac{\frac{9x-2}{6x-8} - \frac{6x-4}{4x-6}}{\frac{12}{6x-8} - \frac{12}{4x-6}} = \frac{12}{4x-6} \quad (0.5)$$

$$\frac{9x-2}{6x-8} = \frac{6x-4}{4x-6} \quad (0.5)$$

$$(9x-2) \cdot (4x-6) = (6x-4) \cdot (6x-8) \quad (0.5)$$

$$36x^2 - 54x - 8x + 12 = 36x^2 - 48x - 24x + 32$$

$$-62x + 12 = -72x + 32$$

$$10x = 20$$

$$x = 2 \quad (0.25)$$

$$L = \{2\} \quad (0.25)$$

5. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich der Ungleichung. $G = \mathbf{R}$ 1.5 Pkt.

$$\frac{3(3x-1)}{5} - \frac{5(4x+3)}{6} + 2 > \frac{4(5x-4)}{15} - 3x$$

$$D = \mathbf{R} \quad (0.25)$$

$$18(3x-1) - 25(4x+3) + 60 > 8(5x-4) - 90x \quad (0.5)$$

$$54x - 18 - 100x - 75 + 60 > 40x - 32 - 90x$$

$$-46x - 33 > -50x - 32$$

$$4x > 1$$

$$x > \frac{1}{4} \quad (0.5)$$

$$L = \left\{ x \mid x > \frac{1}{4} \right\} \quad (0.25)$$

6. Berechnen Sie die Lösungsmenge und den Definitionsbereich der Ungleichung. $G = \mathbf{R}$ 3 Pkt.

$$\frac{x+2}{2x+3} \leq \frac{1}{3}$$

$$D = \mathbf{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} \right\} \quad (0.5)$$

$$\mathbf{1. Fall : HN > 0} \rightarrow 2x+3 > 0 \rightarrow x > -\frac{3}{2} \quad (0.25)$$

$$3 \cdot (x+2) \leq 2x+3 \quad (0.25)$$

$$3x+6 \leq 2x+3$$

$$x \leq -3 \quad (0.25)$$

$$L_1 = \{ \} \quad (0.25)$$

$$\mathbf{2. Fall : HN < 0} \rightarrow 2x+3 < 0 \rightarrow x < -\frac{3}{2} \quad (0.25)$$

$$3 \cdot (x+2) \geq 2x+3 \quad (0.25)$$

$$3x+6 \geq 2x+3$$

$$x \geq -3 \quad (0.25)$$

$$L_2 = \left\{ x \mid -3 \leq x < -\frac{3}{2} \right\} \quad (0.25)$$

$$\text{somit: } L = L_1 \vee L_2 = \left\{ x \mid -3 \leq x < -\frac{3}{2} \right\} \quad (0.5)$$