Lineare Optimierung, M2a

Prüfungsdauer	■ 50 Minuten
Hilfsmittel	■ **Nicht programmierbarer** Taschenrechner, **ohne CAS**!
Bedingungen	■ Aufgabe 2 **ohne Grafik**, Aufgabe 4 **mit Grafik**! ■ Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber. ■ Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein. ■ Das Resultat ist soweit wie möglich zu vereinfachen. ■ **Kontrollieren Sie Ihre Resultate!** ■ Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte das Zusatzblatt am Ende des Dokuments. Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Seite 8».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname ……………………………………………………………………

Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	Gesamtpunkte
Punkte	5	4	2	3	14

Note

Aufgabe 1

5 Punkte

Aus einer Optimierungsaufgabe ist das nachfolgende lineare System entstanden.

① $D = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$

② $x \geq 0$

③ $y \geq 0$

④ $x \leq 450$

⑤ $y \leq 500$

⑥ $x + y \leq 750$

⑦ $60x + 40y \geq 12'000$

⑧ $50x + 100y \leq 55'000$

⑨ $y \geq \frac{x}{5}$

⑩ $z_{max} = 2'000x + 3'000y$

a. Zeichnen Sie die Graphen des Systems und die Zielfunktion in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite ein.
b. Kennzeichnen Sie sämtliche Graphen und das Planungspolygon!
c. Berechnen Sie das Maximum der Zielfunktion.

a.	0.25
	0.25
	0.25
	0.25
	0.5
	0.5
	0.5
	0.25
	0.5
b.	0.5
c.	0.5
	0.25
	0.5
Total 5	

a. Graphen einzeichnen

2. $x \geq 0$ (0.25)
3. $y \geq 0$ (0.25)
4. $x \leq 450$ (0.25)
5. $y \leq 500$ (0.25)
6. $x + y \leq 750 \quad \rightarrow \quad y \leq -x + 750$ (0.5)
7. $60x + 40y \geq 12'000 \quad \rightarrow \quad y \geq -\frac{3}{2}x + 300$ (0.5)
8. $50x + 100y \leq 55'000 \quad \rightarrow \quad y \leq -\frac{1}{2}x + 550$ (0.5)
9. $y \geq \frac{x}{5}$ (0.25)
10. $z_{max} = 2'000x + 3'000y \quad \rightarrow \quad y = -\frac{2}{3}x + \frac{z_{max}}{3'000}$ (0.5)

b. Graphen und Planungspolygon kennzeichnen

Graphen und Planungspolygon beschriftet (0.5)

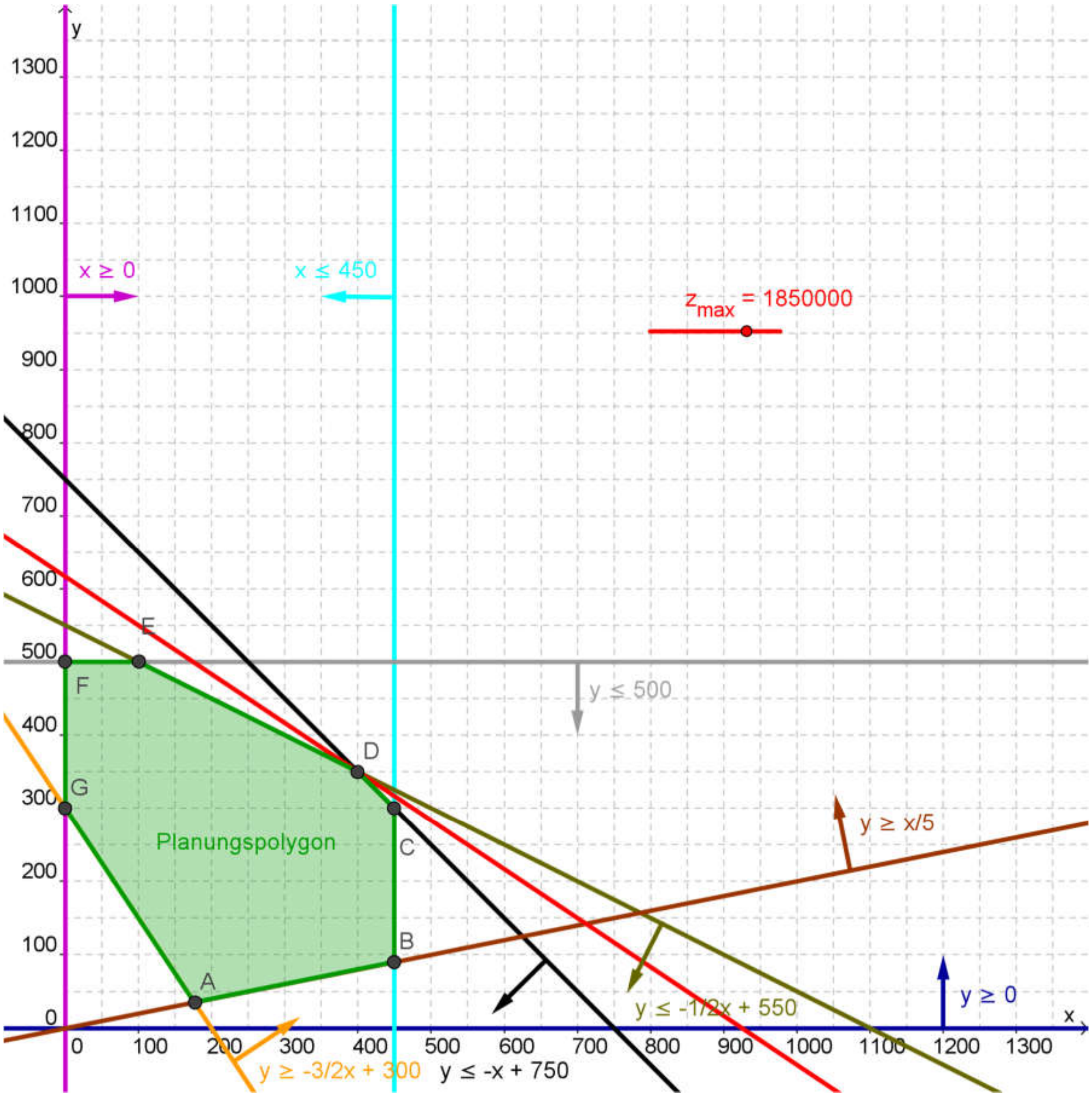
c. Maximum berechnet (Koordinaten von Punkt D)

$-x + 750 = -\frac{1}{2}x + 550 \quad \rightarrow \quad 200 = \frac{1}{2}x \quad \rightarrow \quad x = \underline{400}$ (0.5)

$y = -400 + 750 = \underline{350} \quad \rightarrow \quad \underline{D(400|350)}$ (0.25)

$z_{max} = 2'000 \cdot 400 + 3'000 \cdot 350 = \underline{\underline{1'850'000}}$ (0.5)

Koordinatensystem für Aufgabe 1



Aufgabe 2 (keine Grafik) 4 Punkte

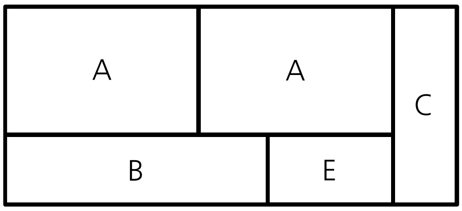
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
1
Total 4

Eine Tischlerei erhält einen Auftrag, für den unterschiedliche Tischplatten mit den folgenden Stückzahlen hergestellt werden müssen:

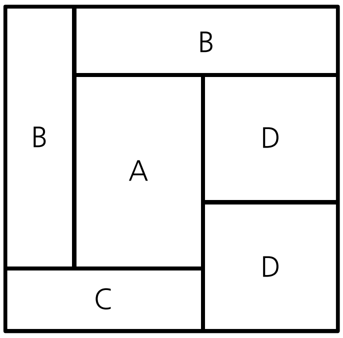
10 Tischplatten der Grösse A,
12 Tischplatten der Grösse B,
8 Tischplatten der Grösse C,
4 Tischplatten der Grösse D.

Die Tischlerei bezieht dazu aus einem Sägewerk zwei verschiedene Typen von Holzplatten, die auf vorgegebene Weise zerschnitten werden können:

Typ 1



Typ 2



Der Preis einer Holzplatte des Typs 1 beträgt CHF 300 und der einer Holzplatte des Typs 2 CHF 200. Die überschüssigen Tischplatten kommen ins Lager, wobei höchstens 5 Tischplatten der Grösse E gelagert werden sollen.

Stellen Sie nur die Nebenbedingungen und die Zielfunktion auf, damit der Gesamteinkaufspreis der Platten so gering wie möglich ausfällt. Die Anzahl Holzplatten vom Typ 1 beträgt x, die der Holzplatten vom Typ 2 beträgt y.

Die Nebenbedingungen und die Zielfunktion müssen nicht nach y aufgelöst werden.

Definitionen (bereits vorgegeben)

$x =$ Anzahl Holzplatten von Typ 1

$y =$ Anzahl Holzplatten von Typ 2

$D = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$

Nebenbedingungen und Zielfunktion

$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$ (0.5)

$2x + y \geq 10$ (0.5)

$x + 2y \geq 12$ (0.5)

$x + y \geq 8$ (0.5)

$2y \geq 4$ oder $y \geq 2$ (0.5)

$x \leq 5$ (0.5)

$z_{min} = 300x + 200y$ (1)

Aufgabe 3 2 Punkte

a.	0.25
	0.25
b.	0.25
	0.25
c.	0.5
d.	0.25
	0.25
Total 2	

Schreiben Sie den Text als Ungleichung. Die Ungleichungen sind nach A aufzulösen!
Tipp: mit konkreten Werten kontrollieren!

a. B erhält höchstens 3 Mal so viel wie A.
b. B erhält mindestens 40 % mehr als A.
c. A enthält weniger als doppelt so viel wie B.
d. A erhält mindestens 20 % weniger als B.

a. $\underbrace{B \le 3A}_{(0.25)} \quad \rightarrow \quad \underbrace{\underline{\underline{A \ge \frac{B}{3}}}}_{(0.25)}$

Kontrolle: $\underbrace{A = 30 \quad \rightarrow \quad B \le 90}_{\text{linke Relation testen} \rightarrow \text{korrekt!}}$

b. $\underbrace{B \ge \frac{140}{100}A}_{(0.25)} \quad \rightarrow \quad \underbrace{\underline{\underline{A \le \frac{5}{7}B}}}_{(0.25)}$

Kontrolle: $\underbrace{A = 100 \quad \rightarrow \quad B \ge 140}_{\text{linke Relation testen} \rightarrow \text{korrekt!}}$

c. $\underbrace{\underline{\underline{A < 2B}}}_{(0.5)}$

Kontrolle: $\underbrace{B = 50 \quad \rightarrow \quad A < 100}_{\text{korrekt!}}$

d. $\underbrace{A \le \frac{80}{100}B}_{(0.25)} \quad \rightarrow \quad \underbrace{\underline{\underline{A \le \frac{4}{5}B}}}_{(0.25)}$

Kontrolle: $\underbrace{B = 100 \quad \rightarrow \quad A \le 80}_{\text{linke Relation testen} \rightarrow \text{korrekt!}}$

Aufgabe 4 (mit Grafik) — 3 Punkte

Damit eine Halle optimal beleuchtet werden kann, sind mindestens 10 Beleuchtungskörper notwendig. Bei Verwendung von 250 Watt-Leuchten und 500 Watt-Leuchten darf die Leistung maximal 4'500 Watt betragen. Wie viele verschiedene Installationen sind möglich?

a.	0.25
b.	0.25
	0.25
	0.25
c.	0.25
	0.25
	0.25
	0.25
d.	1
Total 3	

a. **Zuordnung der Variablen und Festlegung der Definitionsmenge :**

x = Anzahl 250 Watt-Leuchten

y = Anzahl 500 Watt-Leuchten

$D = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ (0.25)

b. **Ungleichungen (Nebenbedingungen, Einschränkungen, Restriktionen) :**

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$ (0.25)

$x + y \geq 10 \quad \rightarrow \quad y \geq -x + 10$ (0.25)

$x \cdot 250 + y \cdot 500 \leq 4'500 \quad \rightarrow \quad y \leq -\frac{1}{2}x + 9$ (0.25)

c. **Graph (siehe nächste Seite) :**

$x \geq 0$ (0.25)

$y \geq 0$ (0.25)

$y \geq -x + 10$ (0.25)

$y \leq -\frac{1}{2}x + 9$ (0.25)

d. **Antwortsatz**

Es sind <u>45 Installationen</u> möglich, die die Bedingungen einhalten! (1)

Koordinatensystem für Aufgabe 4