

# 1 Einführung

## 1.1 Zahlenmengen

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Menge aller natürlichen Zahlen

$$\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Menge aller natürlichen Zahlen einschliesslich der Zahl 0

$$\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

Menge aller ganzen Zahlen

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid \text{mit } a, b \in \mathbf{Z}; b \neq 0 \right\}$$

Menge aller rationalen Zahlen

$$\mathbf{I} = \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \dots\}$$

Irrationale Zahlen

(nichtperiodische Dezimalbrüche mit unendlich vielen Stellen)

$\mathbf{R}$

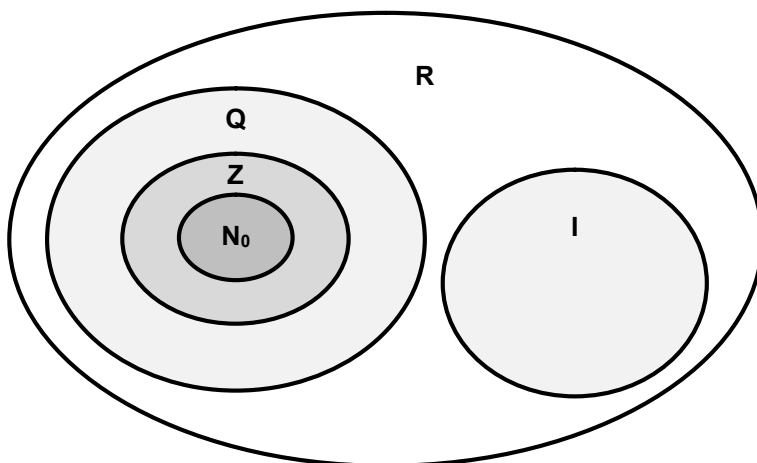
Alle rationalen Zahlen ( $\mathbf{Q}$ ) und alle irrationalen Zahlen ( $\mathbf{I}$ )

bilden zusammen die reellen Zahlen

## 1.2 Euler-Diagramm der Zahlenmengen

Die Menge der reellen Zahlen enthält die rationalen und die irrationalen Zahlen:  $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I}$ .

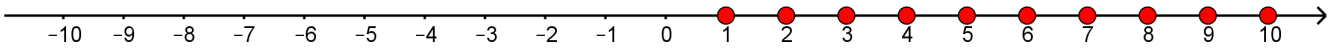
Wie aus dem Venn-Diagramm ersichtlich ist, sind alle Zahlenmengen letztlich Teilmengen von  $\mathbf{R}$ . Es gilt somit:



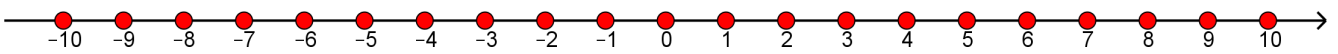
$$\mathbf{N}_0 \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \text{ und } \mathbf{I} \subset \mathbf{R}$$

### 1.3 Zahlenmengen auf Zahlenstrahl dargestellt

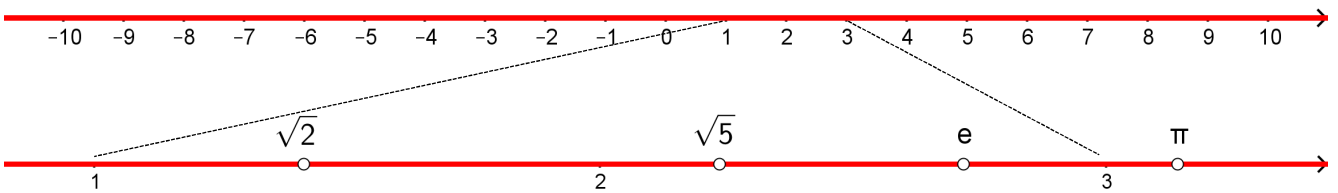
Menge der natürlichen Zahlen:  $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$



Menge der ganzen Zahlen:  $\mathbf{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

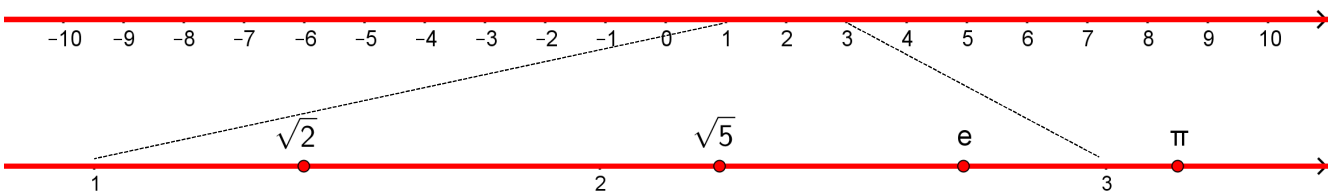


Menge der rationalen Zahlen:  $\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbf{Z} \text{ und } b \neq 0 \right\}$



Die einzelnen Zahlenpunkte liegen nur **scheinbar** unendlich dicht beieinander, der Zahlenstrahl ist **durchlöchert**! Löcher z.B. bei  $\sqrt{2} = 1.414213\dots$ ;  $\sqrt{5} = 2.236067\dots$ ;  $e = 2.718281\dots$ ;  $\pi = 3.141592\dots$

Menge der reellen Zahlen:  $\mathbf{R}$



Die einzelnen Zahlenpunkte liegen **unendlich dicht** beieinander, der Zahlenstrahl ist **nicht mehr durchlöchert**!

## 1.4 Symbole

Zeichen	Bedeutung
=	gleich
≠	ungleich, nicht gleich
≈	nahezu gleich, ungefähr
<	kleiner als
>	grösser als
≤	kleiner als oder gleich
≥	grösser als oder gleich
∈	... Element von ...
∉	... nicht Element von ...
∩	geschnitten mit
∪	vereinigt mit
∧	... und ...
∨	... oder ...
⊂	... Teilmenge von ...
{ }	Mengenklammern, leere Menge
⇒	daraus folgt
\	ohne

## 1.5 Rundungsregeln

Je nach verlangter Genauigkeit müssen entweder das Resultat oder einzelnen Zahlen, mit denen gerechnet wird, gerundet werden. Dabei gelten folgende Regeln (Beispiele werden auf 2 Dezimalstellen gerundet):

- Folgt auf die letzte beibehaltene Ziffer eine 0, 1, 2, 3, 4 oder eine aufgerundete 5, so bleibt sie unverändert.

$$5.314 \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 5 & 3 & 1 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

$$5.3148 \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 5 & 3 & 1 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

- Ist die erste nicht beibehaltene Ziffer eine abgerundete 5, eine 6, 7, 8 oder 9, dann wird die letzte beibehaltene Ziffer um 1 vergrössert.

$$5.466 \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 5 & 4 & 7 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

$$5.4654 \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 5 & 4 & 7 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

- Ist die erste nicht beibehaltene Ziffer genau 5, so wird die letzte beibehaltene Ziffer um 1 vergrössert.

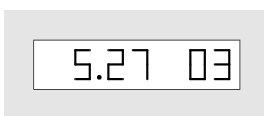
$$3.785 \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 7 & 9 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

$$3.735 \approx \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & 7 & 4 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

1.6 Zehnerpotenzen

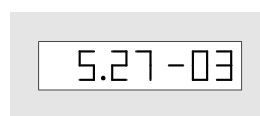
Vorsatzzeichen	Vorsätze	Beispiele
T	Tera- = $10^{12}$	1 TΩ = 1 Teraohm = $1 \cdot 10^{12} \Omega$
<b>G</b>	<b>Giga- = <math>10^9</math></b>	<b>5 GHz = 5 Gigahertz = <math>5 \cdot 10^9</math> Hz</b>
<b>M</b>	<b>Mega- = <math>10^6</math></b>	<b>7 MHz = 7 Megahertz = <math>7 \cdot 10^6</math> Hz</b>
<b>k</b>	<b>Kilo- = <math>10^3</math></b>	<b>2 kV = 2 Kilovolt = <math>2 \cdot 10^3</math> V</b>
h	Hekto- = $10^2$	9 hl = 9 Hektoliter = $9 \cdot 10^2$ l
da	Deka- = $10^1$	1 dag = 1 Dekagramm = $1 \cdot 10^1$ g
d	Dezi- = $10^{-1}$	1 dm = 1 Dezimeter = $1 \cdot 10^{-1}$ m
c	Zenti- = $10^{-2}$	9 cm = 9 Zentimeter = $9 \cdot 10^{-2}$ m
<b>m</b>	<b>Milli- = <math>10^{-3}</math></b>	<b>2 mW = 2 Milliwatt = <math>2 \cdot 10^{-3}</math> W</b>
<b>μ</b>	<b>Mikro- = <math>10^{-6}</math></b>	<b>7 μV = 7 Mikrovolt = <math>7 \cdot 10^{-6}</math> V</b>
<b>n</b>	<b>Nano- = <math>10^{-9}</math></b>	<b>5 nm = 5 Nanometer = <math>5 \cdot 10^{-9}</math> m</b>
<b>p</b>	<b>Piko- = <math>10^{-12}</math></b>	<b>1 pF = 1 Pikofarad = <math>1 \cdot 10^{-12}</math> F</b>
f	Femto- = $10^{-15}$	9 fm = 9 Femtometer = $9 \cdot 10^{-15}$ m
a	Atto- = $10^{-18}$	2 ag = 2 Attogramm = $2 \cdot 10^{-18}$ g

1.7 Potenzschreibweise des Taschenrechners



$5.27 \cdot 10^3 = 5'270 = 5.27 \text{ k}$  (k für Kilo)

Reihenfolge beim Eintippen:



$5.27 \cdot 10^{-3} = 0.00527 = 5.27 \text{ m}$  (m für Milli)

Reihenfolge beim Eintippen von **negativen** Exponenten:



↳ Vorzeichentaste

- Änderung der Darstellung:
  - Gleitkomma Anzeigeformat **FLO**, z. B. 12345 = **12345.00** (auf 2 Stellen gerundet)
  - Wissenschaftliches Anzeigeformat **SCI**, z. B. 12345 = **1.23 <sup>04</sup>** (auf 2 Stellen gerundet)
  - Technisches Anzeigeformat **ENG**, z. B. 12345 = **12.35 <sup>03</sup>** (auf 2 Stellen gerundet)
- Runden:
  - **FIX** 2 (rundet die **Anzeige der Ergebnisse** auf 2 Nachkommastellen)

## 1.8 Übung

Geben Sie die folgenden Zahlen mit Zehnerpotenzen an, die durch 3 teilbare Exponenten haben:

1.  $4'500'000 = \underline{4.5 \cdot 10^6}$  Probe: 4 500 000. Punkt verschiebt sich um 6 Stellen nach rechts!
2.  $0.0125 = \underline{12.5 \cdot 10^{-3}}$  Probe: 0.012 5 Punkt verschiebt sich um 3 Stellen nach links!
3.  $46'770'000 = ?$
4.  $0.004567 = ?$
5.  $0.0000000456 = ?$
6.  $0.000342 = ?$

Geben Sie die folgenden Werte mit dem günstigsten Vorsatz an:

7.  $0.0000034 \text{ m} = 3.4 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \underline{3.4 \mu\text{m}}$
8.  $10'000 \text{ V} = 10 \cdot 10^3 \text{ V} = \underline{10 \text{ kV}}$
9.  $0.0000000034 \text{ m} = ?$
10.  $35'200 \text{ V} = ?$
11.  $0.000000000234 \text{ A} = ?$
12.  $2'700'000 \Omega = ?$

Berechnen Sie:

13.  $0.003 \text{ km} + 7.5 \text{ m} + 45.5 \text{ cm} - 3'500 \text{ mm} = 0.003 \cdot 10^3 \text{ m} + 7.5 \text{ m} + 45.5 \cdot 10^{-2} \text{ m} - 3'500 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{7.455 \text{ m}}$
14.  $0.0012 \text{ km} - 2.25 \text{ dm} + 4.75 \text{ m} - 3.5 \text{ cm} = \dots \text{ m}$
15.  $80'000 \mu\text{V} + 3 \cdot 10^{-1} \text{ V} + 0.0004 \text{ kV} = \dots \text{ V}$
16.  $420 \mu\text{V} - 0,22 \text{ mV} + 1.57 \text{ V} - 25 \text{ mV} = \dots \text{ V}$
17.  $12'000 \Omega + 12 \cdot 10^6 \Omega - 1'200 \Omega - 10 \text{ k}\Omega = \dots \Omega$

## 1.9 Taschenrechner

Folgende Anwendungen müssen angewendet werden können:

- Darstellungen mit und ohne Exponenten
- Speichern und Zurückrufen von Zahlen
- Umkehrtaste  $\frac{1}{x}$
- Quadrat  $x^2$
- Quadratwurzel  $\sqrt{x}$
- Änderung der Darstellung:
  - Gleitkomma Anzeigeformat **FLO**
  - Wissenschaftliches Anzeigeformat **SCI**
  - Technisches Anzeigeformat **ENG**
  - Runden der angezeigten Ergebnisse **FIX**
- Trigonometrische Funktionen:
  - Sinusfunktion **SIN**
  - Kosinusfunktion **COS**
  - Tangensfunktion **TAN**

**Tipp:**

Falls Sie die Bedienungsanleitung Ihres Taschenrechners nicht mehr haben, finden Sie auf meiner Website Links zu den häufigsten Taschenrechnertypen der Marken TI, HP und Casio:

<http://fraengg.ch/pm1-und-pm2>

**1.10 Übungen**

Berechnen Sie mit dem Taschenrechner (die Resultate sind auf zwei Stellen zu runden):

1.  $\sqrt{19} = ?$

2.  $\sqrt{13+14} = ?$

3.  $\sqrt{\frac{1}{2+5}} = ?$

4.  $12^2 + 4 \cdot 37^2 = ?$

5.  $\frac{1}{7 \cdot 3^2} = ?$

6.  $25 - \left[ (14 - 9 + 3) - (12 + 13 - 56) + 12 - \frac{1}{4} \right] = ?$

7.  $37 + \left[ 22 - (17 + 12 - 11) + 25 \right] - \left[ 18 - \left( 2 \cdot 3^2 - 6 + \frac{1}{7} \right) \right] = ?$

8.  $\frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} - \frac{1}{11.9}} = ?$

9.  $1 \cdot 10^7 + 14 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^4 = ?$

10.  $12 \cdot 10^{-2} - 4 \cdot 10^{-6} + 15 \cdot 10^{-9} + 22 \cdot 10^{-4} = ?$

11.  $10^2 \cdot 10'000 \cdot 10^6 = 10^?$

12.  $0.1 \text{ kg} + 4 \text{ g} - 133 \text{ } \mu\text{g} + 600 \text{ mg} = ? \text{ g}$

13.  $128 \text{ nm} + 1.4 \text{ mm} + 455 \text{ } \mu\text{m} = ? \text{ mm}$

14.  $4.26 \text{ cm} + 63 \text{ } \mu\text{m} + 2.3 \text{ mm} + 0.08 \text{ cm} - 0.11 \text{ mm} = ? \text{ mm}$

15.  $5.35 \text{ mm} + 255 \text{ } \mu\text{m} + 870 \text{ } \mu\text{m} - 0.1 \text{ cm} + 0.015 \text{ m} = ? \text{ mm}$

16.  $3.33 \text{ km} + 325 \text{ m} - 0.004 \text{ km} + 15.8 \text{ dm} + 7.5 \text{ m} = ? \text{ m}$