



19 Textgleichungen

19.1 Einführung

Die Abhängigkeit von Zahlen und Grössen kann man auch durch Worte ausdrücken. Das Übersetzen der Worte in die mathematische Zeichensprache nennt man das **Aufstellen** von Gleichungen. Man muss also versuchen, aus dem gegebenen Text eine Zahlengleichung aufzustellen. Die gesuchte Zahl oder das, wonach gefragt wird, bezeichnet man meist mit der Variablen x . Beim Aufstellen der Gleichungen ist darauf zu achten, dass auf beiden Seiten Gleichheit herrscht.

Dieser Zweig der Mathematik ist deshalb so wichtig, weil Zusammenhänge in der Technik und in den Naturwissenschaften oft durch Texte beschrieben werden.

Beim Lösen von Textaufgaben sind folgende Hinweise zu beachten:

1. Lesen Sie den Text mehrmals durch, und achten Sie auf alle Einzelheiten (eventuell hilft eine farbige Skizze).
2. Überlegen Sie, wonach bei dieser Aufgabe gefragt wird. Bestimmen Sie, welche Grösse(n) als Variable(n) angesehen werden soll(en).
3. Machen Sie eine Aufstellung von gegebenen Werten und gesuchten Werten.
4. Stellen Sie die Gleichung auf. Pro Unbekannte benötigen Sie eine Gleichung (bei zwei Unbekannten brauchen Sie zwei unabhängige Gleichungen).
5. Lösen Sie nach den üblichen Rechenregeln (Äquivalenzumformungen) die Gleichung auf.
6. **Diskussion der Gleichung: Führen Sie die Probe am Aufgabentext durch.** Wird die Probe mit der Ausgangsgleichung durchgeführt, so können Sie damit nur feststellen, ob die Äquivalenzumformungen richtig waren.
7. Falls möglich: Einheitenkontrolle
8. Lösung in Worten.

Beispiel 1

Ein Vater ist 30 Jahre alt. Seine Tochter ist 4 Jahre alt. In wievielen Jahren ist der Vater genau dreimal so alt wie seine Tochter?

Lösung

Geg: $A_V = 30$ Jahre, $A_T = 4$ Jahre

Ges: Anzahl **Jahre x** , die noch verfließen müssen bis der Vater dreimal so alt wie die Tochter ist.

Gleichung

Alter des Vaters nach **x Jahren:** $A_V + x$

Alter der Tochter nach **x Jahren:** $A_T + x$

Somit:

$$A_V + x = 3 \cdot (A_T + x)$$

$$A_V + x = 3 \cdot A_T + 3 \cdot x$$

$$A_V - 3 \cdot A_T = 2 \cdot x$$

$$x = \frac{A_V - 3 \cdot A_T}{2} = \frac{30 - 3 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{9}} \text{ [Jahre]}$$

Probe: Der Vater ist in 9 Jahren 39 Jahre alt, die Tochter 13 Jahre \rightarrow i.O.

Lösung in Worten: In 9 Jahren ist der Vater dreimal so alt wie seine Tochter.

Beispiel 2

Ein Autohändler verlangt für einen Occasionswagen Fr. 5'300. Der Kunde ist aber vorerst nur bereit, Fr. 4'700 zu bezahlen. Schliesslich einigen sie sich so, dass der Händler seine Forderungen um gleich viele Prozent senkt wie der Kunde sein Angebot erhöht. Zu welchem Preis wird das Auto verkauft?

Lösung

Geg: $P_H = 5'300$ Fr., $P_K = 4'700$ Fr.

Ges: **Preis?** → wird über die $x\%$ berechnet!

Gleichung

Preis vom Händler aus „betrachtet“: gesuchter Preis = $P_H - \frac{P_H \cdot x}{100}$

Preis vom Kunden aus „betrachtet“: gesuchter Preis = $P_K + \frac{P_K \cdot x}{100}$

Somit: $P_H - \frac{P_H \cdot x}{100} = P_K + \frac{P_K \cdot x}{100}$

$$100 \cdot P_H - P_H \cdot x = 100 \cdot P_K + P_K \cdot x$$

$$100 \cdot (P_H - P_K) = x \cdot (P_H + P_K)$$

$$x = \frac{100 \cdot (P_H - P_K)}{(P_H + P_K)} = \frac{100 \cdot (5'300 - 4'700)}{(5'300 + 4'700)} = 6 \quad [\%]$$

Prozente einsetzen in „Händlerpreis“: Gesuchter Preis = $5'300 - \frac{5'300 \cdot 6}{100} = \underline{\underline{4'982}} \quad [\text{Fr.}]$

Probe vom Kunden aus „betrachtet“: Gesuchter Preis = $4'700 + \frac{4'700 \cdot 6}{100} = \underline{\underline{4'982}} \quad [\text{Fr.}]$

Lösung in Worten: Händler und Kunde einigten sich auf 4'982 Franken.

Beispiel 3

Ein armer Mann macht einen Pakt mit dem Teufel. Jedesmal wenn er über eine Brücke geht, soll sich sein Kapital verdoppeln, dafür soll er anschliessend aber jedesmal Fr. 16.-- in den Fluss werfen. Nach der dritten Überschreitung der Brücke muss er sein letztes Geld in den Fluss werfen. Wieviel Geld hatte er ursprünglich?

Lösung

Geg: 3 Überschreitungen, „Flussgeld“ = Fr. 16.--

Ges: Ursprünglicher Geldbetrag = x Fr.

Gleichung

Geld nach 1. Überschreitung: $2 \cdot x - 16$

Geld nach 2. Überschreitung: $(2 \cdot x - 16) \cdot 2 - 16$

Geld nach 3. Überschreitung: $[(2 \cdot x - 16) \cdot 2 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$

Somit: $[4 \cdot x - 32 - 16] \cdot 2 - 16 = 0$

$$8 \cdot x - 96 - 16 = 0$$

$$8 \cdot x = 112$$

$$x = \underline{\underline{14}} \quad [\text{Fr.}]$$

Probe

$$2 \cdot 14 - 16 = 12$$

$$2 \cdot 12 - 16 = 8$$

$$2 \cdot 8 - 16 = 0$$

Der Mann hatte 14 Franken.

19.2 Übungen zu Textgleichungen

1. Multipliziert man den fünften Teil einer Zahl mit 4, so erhält man die Zahl 28. Wie heisst die Zahl?
2. Drei Arbeiter (A, B, C) haben zusammen in zwei Tagen 540 Franken verdient, B das Doppelte von A und C 30 Franken weniger als B. Wieviel Franken verdiente jeder?
3. Subtrahiert man vom Dreifachen einer Zahl 11 und multipliziert die Differenz mit 2, so erhält man das Neunfache der Zahl, vermindert um 33. Wie heisst die Zahl?
4. In einem Dreieck ist die Seite $c = 5$ cm, die Höhe $h_c = 8$ cm lang. Um wie viele cm muss man die Seite c verlängern, wenn man die Höhe um 2 cm verkürzt, damit der Flächeninhalt um 4 cm^2 grösser wird?
5. Ein Wasserbehälter fasst 30 l Wasser. Er ist innen 30 cm breit und 50 cm lang. Jemand hat eine unbekannte Menge Wasser hinein gegossen. Der Abstand des Wasserspiegels vom Boden ist 10 cm grösser als von der Oberkante. Wieviel Liter Wasser enthält der Behälter?
6. Ein Zimmer hat bei unbekannter Breite eine Länge von 10 m. Verkürzt man die Länge und Breite um 1 m, so wäre der Flächeninhalt um 15 m^2 geringer. Wie breit ist das Zimmer?
7. Ein Bauer musste wegen Futtermangels 38 Kühe verkaufen, weil sonst der Futtermvorrat statt für acht Wochen nur für sechs Wochen reichen würde. Wie viele Kühe besass er, wenn jede Kuh die gleiche Futtermenge braucht?
8. Zwei Kapitalien von 8'000 Franken und 15'000 Franken bringen jährlich zusammen 1'300 Franken Zinsen. Zu wieviel Prozent ist das erste Kapital ausgeliehen, wenn das zweite Kapital um 1 % höher verzinst wird als das erste?
9. Ein Mann will in einem Geschäft eine Anzahl Schrauben kaufen. Kauft er 45 Schrauben, so fehlen ihm 0,75 Franken, kauft er 35 Schrauben, so hat er 0,25 Franken zuviel. Wieviel Franken besitzt er, und wieviel Franken kostet eine Schraube?
10. Ein Kaufmann hat zwei Stücke Stoff. Verkauft er vom längeren 13 m, so sind beide Stücke gleich lang; verkauft er vom kürzeren 13 m, so ist dessen Rest gleich dem dritten Teil der beiden ursprünglichen Stücke. Wie lang sind die Stücke?
11. Ein Auto fährt am ersten Tag den 5. Teil seines ganzen Weges und noch 300 km, am 2. Tag den 4. Teil des ganzen Weges und noch 250 km, doch an beiden Tagen gleich viel Kilometer. Wie viele km betrug der Weg?
12. Ein Stab wird in 20 gleiche Abstände a unterteilt. Würde jeder Abstand um 1,6 mm kleiner gemacht, ergäben sich 2 Abstände mehr. Welche Gleichung ist richtig zur Berechnung von a ?
 - a) $20a = (a - 1,6) 22$
 - b) $22a = (a - 1,6) 20$
 - c) $22a - 1,6 = 2 (a + 20)$
 - d) $20a = (20 - 1,6) a$
 - e) Keine Antwort ist richtig.

13. Zwei Radfahrer (A und B) fahren von zwei Orten, die 140 km voneinander entfernt sind, gleichzeitig einander entgegen. A legt in der Stunde 12,5 km zurück, B 15,5 km. Nach wieviel Stunden Fahrt begegnen sie einander? Wie weit sind sie dann vom Ort des Radfahrers A entfernt?
14. Vermindert man die neunfache Besucherzahl eines Kinos um 492 Besucher, so erhält man die siebenfache Besucherzahl, vermehrt um 84 Besucher. Wie viele Kinobesucher sind vorhanden?
15. Dividiert man 817,8 durch eine Zahl und addiert zum Dezimalbruch 13, so erhält man die Zahl 100. Wie heisst die Zahl?
16. Ein Brückenpfeiler ist 24 m lang und wird in einen Fluss gestellt. Das Stück des Pfeilers, das im Erdboden versenkt wird, ist doppelt so lang, und das Stück, das aus dem Wasser herausragt, ist fünfmal so lang wie das Stück, das sich im Wasser befindet. Wie tief ist der Fluss?
17. Ein Dreieck hat einen Umfang von 43 cm. Die Seite b ist 2 cm länger als die Seite a, und die Seite c ist 6 cm länger als die Seite b. Wie lang ist jede Seite?
18. Addiert man zum dritten Teil einer Zahl 9 und multipliziert die Summe mit 6, so erhält man das Fünffache der Zahl, vermehrt um 45. Wie heisst die Zahl?
19. Zwei Arbeiter gehen jeden Tag von Ort A nach Ort B zur Arbeit. Der erste Arbeiter legt in der Minute 80 m, der zweite 66 m zurück. Der zweite Arbeiter geht zehn Minuten früher fort. Wieviel Minuten nach Aufbruch des ersten Arbeiters werden sie sich treffen?
20. Addiert man zu einer Zahl 7, dividiert die Summe durch 3 und addiert zum Quotienten 1, so erhält man das gleiche, als addierte man zur gesuchten Zahl 31, dividierte die Summe durch 6 und subtrahierte vom Quotienten 1. Wie heisst die Zahl?
21. Bei einer Tombola kauft jemand eine Anzahl Lose zu je Fr. 2.--. Neben 45 Nieten brachten die Treffer im Durchschnitt je Fr. 15.--, so dass schlussendlich ein Gewinn von Fr. 27.-- übrigblieb. Wie viele Lose wurden gekauft?
22. Eine Mutter von 42 Jahren hat eine zwölfjährige Tochter. In wieviel Jahren ist die Mutter dreimal so alt wie ihre Tochter?
23. Ein Verein zählt 300 Mitglieder. Durch Herabsetzen des bisherigen Mitgliederbeitrages um Fr. 2.-- hofft der Vorstand, den Mitgliederbestand um 50 % zu erhöhen und eine Mehreinnahme von Fr. 150.-- aus den Mitgliederbeiträgen zu erzielen. Wie hoch war der bisherige Mitgliederbeitrag?
24. Die drei Flächen D = Dreieck, Q = Quadrat und R = Rechteck sind gleich gross. Die Grundseite a der Figur misst 30 cm. Berechnen Sie die Höhe h.

