

Gesamtprüfung 4. Semester 2013, PM2e

- Prüfungsdauer ■ 60 Minuten
- Hilfsmittel ■ **Nicht programmierbarer** Taschenrechner, **ohne CAS!**
- Bedingungen ■ **15 Punkte ergeben die Note 6.0!**
- Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
 - Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
 - Es ist anzugeben **was gegeben** und **was gesucht** wird.
 - Das Resultat ist so weit wie möglich zu vereinfachen.
 - **Kontrollieren Sie Ihre Resultate!**
 - Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Zusatzblätter am Ende des Dokuments. Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Seite 10».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname

Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	3	3	3	3	3	3

Gesamtpunkte
18

Note

Aufgabe 1**3 Punkte**

Der ursprüngliche Preis eines Gerätes betrug CHF 3'500. Zunächst stieg der Preis um x %. Später wurde der neue Preis um 5 % erhöht. Zuletzt ist dieser neue Preis wieder um 4 % gesenkt worden, so dass das Gerät nun für CHF 3'704.40 verkauft wird. Berechnen Sie x !

Geg: $K_0 = 3'500$, $K_n = 3'704.40$, $q_2 = 1.05$, $q_3 = 0.96$

(0.5)

Ges: $x = ?$ (Prozentsatz bei der ersten Preiserhöhung)

(0.5)

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5

Total 3

Lösung:

$$K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = K_n \quad \text{mit} \quad q_1 = 1 + \frac{x}{100}$$

$$\underbrace{3'500 \cdot q_1 \cdot 1.05 \cdot 0.96}_{(0.5)} = \underbrace{3'704.40}_{(0.5)}$$

$$q_1 = \frac{3'704.40}{3'500 \cdot 1.05 \cdot 0.96} = \underline{1.05}$$

(0.5)

$$x = (q_1 - 1) \cdot 100 = (1.05 - 1) \cdot 100 = \underline{5}$$

(0.5)

x (die erste Preiserhöhung in Prozenten) betrug 5 %.

Aufgabe 2

3 Punkte

Ein Malerlehrling benötigt für eine Arbeit 12 Stunden. Nachdem er 3.5 Stunden alleine gearbeitet hat, kommt ihm der Lehrmeister zu Hilfe.
Für den Rest der Arbeit benötigen beide zusammen noch 2.5 Stunden.

Wie lange hätte der Lehrmeister für die ganze Arbeit alleine gebraucht?

Analyse:

Größen	Lehrling	Meister
Arbeit	A	A
Zeit alleine in Stunden	12	x
Leistung $\left(\frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}\right)$	$\frac{A}{12}$	$\frac{A}{x}$

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
Total 3

Ges: $x = ?$ (Zeit in Stunden, die der Lehrmeister alleine benötigt) (0.5)

Lösung:

Deklaration sorgfältig und eindeutig (z. B. mit Tabelle) (0.5)

$$\overbrace{\frac{1}{12} \cdot 3.5}^{(0.5)} + \overbrace{\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{x}\right) \cdot 2.5}^{(0.5)} = \overbrace{1}^{(0.5)}$$

Lehrling arbeitet 3.5 Stunden alleine Lehrling und Lehrmeister arbeiten 2.5 Stunden gemeinsam

$$\frac{3.5}{12} + \frac{2.5}{12} + \frac{2.5}{x} = 1$$

$$\frac{2.5}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \underline{\underline{5}} \quad \text{span style="float: right;">(0.5)}$$

Der Lehrmeister hätte alleine 5 Stunden benötigt!

Aufgabe 3

3 Punkte

Legen Sie **genau** fest was Sie mit x bzw. mit y bezeichnen und stellen Sie die zur Lösung notwendigen Gleichungen auf. Das Gleichungssystem ist **nicht** aufzulösen!

Aufgabenstellung: 150 Personen, Erwachsene und Kinder, nehmen an einem Skiausflug teil. Die Gesamtkosten für die Kinder betragen CHF 5'040, diejenigen für die Erwachsenen CHF 2'090, wobei ein Erwachsener CHF 10 mehr als ein Kind bezahlen muss.

Wie viele Kinder nehmen am Skiausflug teil und wie viel muss ein Erwachsener für den Skiausflug zahlen?

0.25
0.25
0.25
0.25
1
1

Total 3

Notizen, Überlegungen:

Grössen	Kinder	Erwachsene
Anzahl	x	$150 - x$
Kosten pro Person	$y - 10$	y
Gesamtkosten	$x \cdot (y - 10) = 5'040$	$(150 - x) \cdot y = 2'090$

Festlegung der gesuchten Variablen (genaue Bedeutung):

1Pkt.

$$x = \underbrace{\text{Anzahl}}_{(0.25)} \underbrace{\text{Kinder}}_{(0.25)}$$

$$y = \underbrace{\text{Kosten Skiausflug für einen}}_{(0.25)} \underbrace{\text{Erwachsenen}}_{(0.25)}$$

Gleichungen:

2 Pkt.

$$\underbrace{x \cdot (y - 10)}_{(1)} = 5'040$$

$$\underbrace{(150 - x) \cdot y}_{(1)} = 2'090$$

Aufgabe 4

3 Punkte

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems. $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$(1) \quad \frac{3}{5x} - \frac{4}{3y} = \frac{8}{15}$$

$$(2) \quad \frac{2}{3x} - \frac{5}{2y} = \frac{1}{12}$$

$$x \neq 0 \wedge y \neq 0$$

Lösung:

$$(1) \quad \frac{3}{5x} - \frac{4}{3y} = \frac{8}{15}$$

$$| \cdot \frac{5}{2}$$

(0.5)

$$(2) \quad \frac{2}{3x} - \frac{5}{2y} = \frac{1}{12}$$

$$| \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$$

(0.5)

$$(1a) \quad \frac{15}{10x} - \frac{20}{6y} = \frac{4}{3}$$

$$(2a) \quad -\frac{8}{9x} + \frac{20}{6y} = -\frac{1}{9}$$

$$(1a) + (2a) \quad \frac{15}{10x} - \frac{8}{9x} = \frac{4}{3} - \frac{1}{9}$$

(0.5)

$$\frac{135}{90x} - \frac{80}{90x} = \frac{4}{3} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{55}{90x} = \frac{11}{9}$$

$$(3) \quad x = \frac{9 \cdot 55}{90 \cdot 11} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

(0.5)

$$(3 \text{ in } 2) \quad \frac{2}{3 \cdot \frac{1}{2}} - \frac{5}{2y} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{5}{2y} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{12} = \frac{5}{2y}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{5}{2y}$$

$$y = \underline{\underline{2}}$$

(0.5)

somit: $L = \left\{ \left(\frac{1}{2}; 2 \right) \right\}$

(0.5)

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
Total 3

Aufgabe 5

3 Punkte

Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden auf der nächsten Seite. Alle Zahlen, ausser den ganzzahligen, müssen als **gekürzte unechte Brüche** angegeben werden. Markieren Sie die für die Berechnung verwendeten Punkte auf dem entsprechenden Graphen.

Lösung:

$$y_1 = m_1x + b_1 : \quad m_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{7}{2} \quad \text{und} \quad b_1 = y_1 - m_1x$$

$$P_1(3|7) \text{ eingesetzt:} \quad b_1 = 7 - \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot 3 = \frac{35}{2} \quad \text{somit:} \quad \underline{\underline{y_1 = -\frac{7}{2}x + \frac{35}{2}}}$$

$$y_2 = m_2x + b_2 : \quad m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{13}{3} \quad \text{und} \quad b_2 = y_2 - m_2x$$

$$P_2(-3|-7) \text{ eingesetzt:} \quad b_2 = -7 - \left(-\frac{13}{3}\right) \cdot (-3) = -20 \quad \text{somit:} \quad \underline{\underline{y_2 = -\frac{13}{3}x - 20}}$$

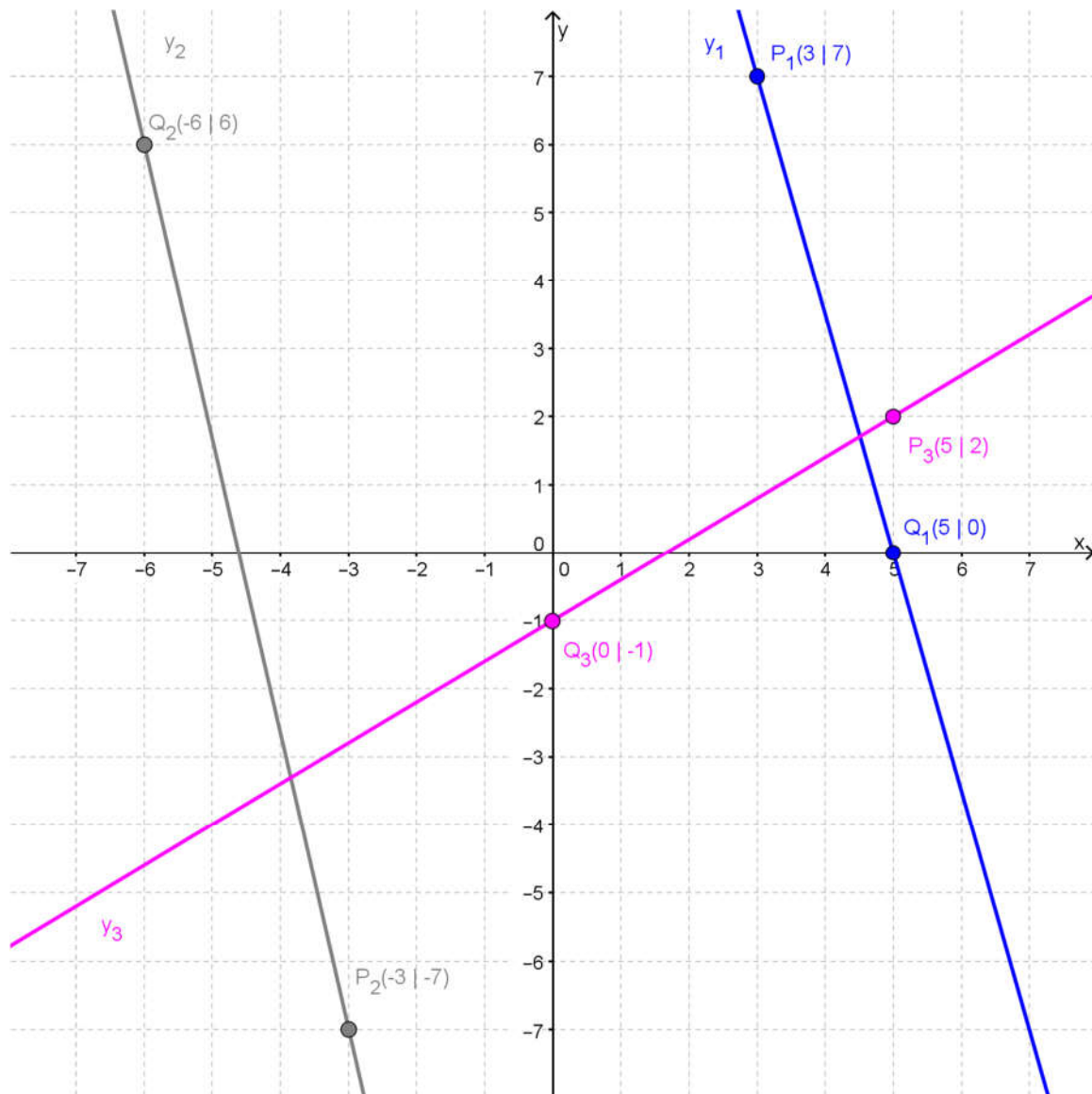
$$y_3 = m_3x + b_4 : \quad m_3 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{5} \quad \text{und} \quad b_3 = -1 \quad (\text{direkt aus Graph ablesen})$$

$$\text{somit:} \quad \underline{\underline{y_3 = \frac{3}{5}x - 1}}$$

y ₁	0.25
	0.5
	0.25
y ₂	0.25
	0.5
	0.25
y ₃	0.25
	0.5
	0.25

Total 3

Graphen für die Aufgabe 5:



Bewertung (pro Funktionsgleichung):

- a. sinnvolle Punkte für die Berechnung verwendet (0.25)
- b. Steigung und y-Achsabschnitt korrekt berechnet (0.5)
- c. Funktionsgleichung mit **gekürzten unechten Brüchen** angegeben (0.25)

$$y_1 = -\frac{7}{2}x + \frac{35}{2}$$

$$y_2 = -\frac{13}{3}x - 20$$

$$y_3 = \frac{3}{5}x - 1$$

Aufgabe 6**3 Punkte**

Zeichnen Sie die folgenden Geraden ins nebenstehende Koordinatensystem ein.
Wählen Sie zum Einzeichnen **ganzzahlige Koordinaten**.
Die gewählten Punkte müssen klar erkennbar sein! Beschriften Sie die Geraden!

$$y_1 = 3.5x - 5$$

$$y_2 = -\frac{5}{3}x + \frac{10}{3}$$

$$y_3 = -3x - 19$$

y ₁	1
y ₂	1
y ₃	1
Total 3	

Lösung:

$$y_1 = 3.5x - 5$$

$$x = 0 \rightarrow y = 3.5 \cdot 0 - 5 = -5 \quad \rightarrow \underline{A_1(0|-5)}$$

$$y_2 = -\frac{5}{3}x + \frac{10}{3}$$

$$x = 2 \rightarrow y = -\frac{5}{3} \cdot 2 + \frac{10}{3} = 0 \quad \rightarrow \underline{A_2(2|0)}$$

$$y_3 = -3x - 19$$

$$x = -4 \rightarrow y = -3 \cdot (-4) - 19 = -7 \quad \rightarrow \underline{A_3(-4|-7)}$$

pro Fehler

(-1)

Koordinatensystem für die Aufgabe 6:

