

## Prozente und Proportionen 2012, PM2e

- Prüfungsdauer                    ■ 60 Minuten
- Hilfsmittel                        ■ **Nicht programmierbarer** Taschenrechner, **ohne CAS!**
- Bedingungen
- Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
  - Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
  - Es ist anzugeben **was gegeben** und **was gesucht** wird.  
Die korrekte Deklaration wird bewertet!
  - Das Resultat ist soweit als möglich zu vereinfachen.
  - Erstellen Sie Skizzen und **kontrollieren Sie Ihre Resultate!**
  - Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Zusatzblätter am Ende des Dokuments. Versehen Sie die Aufgabenseite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Seite 8».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname .....

### Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	2.5	2.5	3.5	2.5	3	3

Gesamtpunkte
17

  

Note

**Aufgabe 1**

**2.5 Punkte**

Ein Polymechniker hat sein Geld zu folgenden Konditionen angelegt: CHF 1'500 zu 5 %, CHF 4'800 zu 4.5 % und CHF 6'300 zu 3.75%. Wie viele Tage geht es, bis diese drei Kapitalien zusammen CHF 400 Zins gebracht haben? Runden Sie sinnvoll!

**Geg:**  $K_1 = \text{CHF } 1'500$ ,  $K_2 = \text{CHF } 4'800$ ,  $K_3 = \text{CHF } 6'300$  (0.25)  
 $p_1 = 5 \%$ ,  $p_2 = 4.5 \%$ ,  $p_3 = 3.75 \%$ ,  $z = \text{CHF } 400$

**Ges:**  $t = ?$  (Anzahl Tage) (0.25)

**Lösung:**

$$z = z_1 + z_2 + z_3$$

$$z = \frac{K_1 \cdot p_1 \cdot t}{100 \cdot 360} + \frac{K_2 \cdot p_2 \cdot t}{100 \cdot 360} + \frac{K_3 \cdot p_3 \cdot t}{100 \cdot 360}$$

$$\underbrace{400}_{(0.25)} = \underbrace{\frac{1'500 \cdot 5 \cdot t}{100 \cdot 360}}_{(0.25)} + \underbrace{\frac{4'800 \cdot 4.5 \cdot t}{100 \cdot 360}}_{(0.25)} + \underbrace{\frac{6'300 \cdot 3.75 \cdot t}{100 \cdot 360}}_{(0.25)}$$

$$400 = t \cdot \left( \frac{15 \cdot 5}{360} + \frac{48 \cdot 4.5}{360} + \frac{63 \cdot 3.75}{360} \right) = t \cdot \frac{527.25}{360}$$

$$t = \frac{400 \cdot 360}{527.25} = \underline{273.12} \quad (0.5)$$

Es vergehen 274 Tage, bis die drei Kapitalien zusammen CHF 400 ergeben! (0.5)

0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.5
0.5
Total 2.5

**Aufgabe 2****2.5 Punkte**

Ein Anfangskapital von CHF 1'000 ist nach 20 Jahren auf CHF 1'877.55 angewachsen.  
Wie hoch ist der durchschnittliche Jahreszinssatz für die gesamte Laufzeit?

**Geg:**  $K_0 = \text{CHF } 1'000$ ,  $K_{20} = \text{CHF } 1'877.55$ ,  $n = 20$

**(0.25)**

**Ges:**  $p = ?$  (durchschnittlicher Jahreszinssatz in Prozenten)

**(0.25)****Lösung:**

$$K_{20} = K_0 \cdot q^n \quad \text{mit} \quad q = 1 + \frac{p}{100}$$

$$1'877.55 = 1'000 \cdot q^{20}$$

**(0.5)**

$$1.87755 = q^{20}$$

**(0.5)**

$$q = \sqrt[20]{1.87755} = 1.032 = 1 + \frac{p}{100}$$

**(0.5)**

$$p = (1.032 - 1) \cdot 100 = \underline{\underline{3.2}}$$

**(0.5)**

Der durchschnittliche Jahreszinssatz beträgt 3.2 %.

0.25

0.25

0.5

0.5

0.5

0.5

--

Total 2.5

**Aufgabe 3****3.5 Punkte**

Drei Personen A, B und C gewinnen bei einem gemeinsamen Geschäft CHF 10'000.–. Weil ihr Einsatz verschieden gross war, vereinbaren sie: A als Chef bekommt zum Voraus 15 % des Betrages. Der Rest wird so verteilt, dass B 40 % mehr als A und C 20 % weniger als A erhalten. Wie viel bekommt A im Ganzen?

**Geg:**  $0.85 \cdot 10'000 = x + B + C$ ,  $B = 1.4 \cdot x$ ,  $C = 0.8 \cdot x$  (0.25)

**Ges:**  $A = x + 0.15 \cdot 10'000$  ( $x =$  Anteil in CHF von A vom Rest) (0.25)

**Lösung:**

$$\underbrace{0.85 \cdot 10'000}_{(0.25)} = \underbrace{x + 1.4x + 0.8x}_{(0.75)}$$

$$8'500 = 3.2x \quad (0.5)$$

$$x = \frac{8'500}{3.2} = \underline{2'656.25} \quad (0.5)$$

$$\text{somit: } A = 2'656.25 + 0.15 \cdot 10'000 = \underline{4'156.25} \quad (1)$$

A bekommt im Ganzen CHF 4'156.25.

0.25

0.25

0.25

0.75

0.5

0.5

1

Total 3.5

**Aufgabe 4**

**2.5 Punkte**

Der ursprüngliche Preis eines Gerätes betrug CHF 5'500. Zunächst sank der Preis um  $x$  %. Später wurde der neue Preis um 10 % erhöht. Zuletzt ist dieser neue Preis wieder um 5 % gesenkt worden, so dass das Gerät nun für CHF 5'632.55 verkauft wird. Berechnen Sie  $x$ !

**Geg:**  $K_0 = 5'500$ ,  $K_n = 5'632.55$ ,  $q_2 = 1.1$ ,  $q_3 = 0.95$  (0.25)

**Ges:**  $x = ?$  (Prozentsatz bei der ersten Preissenkung) (0.25)

0.25
0.25
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5

Total 2.5

**Lösung:**

$$K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = K_n \quad \text{mit} \quad q_1 = 1 - \underbrace{\frac{x}{100}}_{\substack{\text{Minus wegen} \\ \text{Preissenkung}}}$$

$$\underbrace{5'500 \cdot q_1 \cdot 1.1 \cdot 0.95}_{(0.5)} = \underbrace{5'632.55}_{(0.5)}$$

$$q_1 = \frac{5'632.55}{5'500 \cdot 1.1 \cdot 0.95} = \underline{0.98} \quad (0.5)$$

$$x = (1 - q_1) \cdot 100 = (1 - 0.98) \cdot 100 = \underline{2} \quad (0.5)$$

$x$  (die erste Preissenkung in Prozenten) betrug 2%.

**Aufgabe 5**

**3 Punkte**

Eine Gartenarbeit wird vom Gärtner A allein in 25 Tagen, von den Gärtnern A und B zusammen in 16 Tagen ausgeführt. Wie lange braucht B allein für die Arbeit?

**Notizen, Überlegungen:**

	Gärtner A	Gärtner B	beide zusammen
Arbeit (unbekannt)	W	W	W
Zeit t in Tagen	25	t <sub>B</sub>	16
Leistung pro Tag	W/25	W/t <sub>B</sub>	W/16

0.25
0.25
0.5
0.5
0.5
1
Total 3

**Geg:** t<sub>A</sub> = 25 Tage, t<sub>A+B</sub> = 16 Tage (0.25)

**Ges:** t<sub>B</sub> = ? (Anzahl Tage, die Gärtner B alleine für die Arbeit benötigt) (0.25)

**Lösung:**

$$\underbrace{\left( \frac{W}{25} + \frac{W}{t_B} \right)}_{\substack{\text{Leistung pro Tag,} \\ \text{wenn A und B} \\ \text{gemeinsam arbeiten}}} \cdot \underbrace{16}_{(0.5)} = W \quad | : W$$

$$\left( \frac{1}{25} + \frac{1}{t_B} \right) \cdot 16 = 1 \quad | \text{ausmultiplizieren}$$

$$\frac{16}{25} + \frac{16}{t_B} = 1 \quad | - \frac{16}{25}$$

$$\frac{16}{t_B} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{25}{25} - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \quad | \text{nach } t_B \text{ umformen} \quad (0.5)$$

$$t_B = \frac{16 \cdot 25}{9} = t_B = \underline{\underline{44.44}} \quad (1)$$

Gärtner B benötigt alleine 44.44 Tage.

**Aufgabe 6**

**3 Punkte**

Ein Schwimmbassin wird durch zwei Zuflussröhren gefüllt. Die erste Röhre allein füllt das Bassin in 10 Stunden, die zweite allein in 15 Stunden. Nachdem die erste Röhre während 2 Stunden Wasser geliefert hat, wird die zweite zugeschaltet. Wie viele Stunden muss nun noch Wasser aus den beiden Röhren fließen, bis das Bassin gefüllt ist?

Lösen Sie diese Aufgabe mit Hilfe einer Gleichung!

**Notizen, Überlegungen:**

	1. Röhre	2. Röhre
Arbeit (Volumen in Litern)	V	V
Zeit alleine (in Stunden)	10	15
Leistung (Liter pro Stunde)	V/10	V/15

0.25
0.25
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
Total 3

**Geg:**  $t_1 = 10 \text{ h}$ ,  $t_2 = 15 \text{ h}$ ,  $\Delta t_1 = 2 \text{ h}$  (0.25)

**Ges:**  $t = ?$  (Zeitraum in Stunden, in dem beide Röhren geöffnet sind) (0.25)

**Lösung:**

$$\underbrace{\frac{1}{10} \cdot 2}_{\substack{\text{Röhre 1} \\ \text{in 2 Stunden}}} + \underbrace{\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) \cdot t}_{\substack{\text{beide Röhren in } t \text{ Stunden}}} = \hat{1} \quad (0.5)$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot t = 1$$

$$\frac{1}{6} \cdot t = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \quad (0.5)$$

$$t = \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 1} = \underline{4.8} \quad (0.5)$$

Gemeinsam arbeiteten die Röhren 4.8 Stunden.

