

# Pythagoras, Trigonometrie und Körperberechnungen

Zeit  
Maximale Punktzahl  
Hinweise

60 Min.

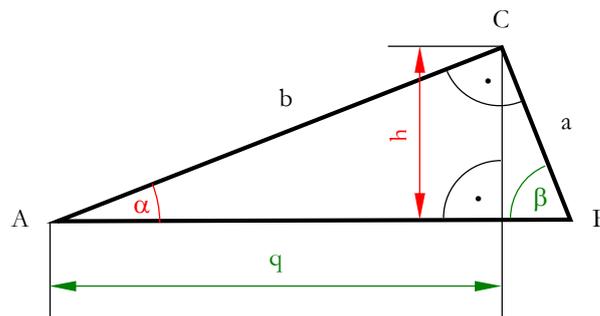
23 Pkt.

- Lösen Sie die Aufgaben auf separatem Papier!
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein!
- Es ist anzugeben was gegeben und was gesucht wird.
- Erstellen Sie Skizzen und kontrollieren Sie Ihre Resultate!
- Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgabenstellung

1. Der Winkel  $\beta$  beträgt  $66^\circ$  und die Seite  $q$  ist 5 cm lang.  
Berechnen Sie die Seite  $a$ !

2 Pkt.



Geg:  $\beta = 66^\circ$ ,  $q = 5$  cm

Ges:  $a = ?$

Lösung:

$$\alpha = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 66^\circ = \underline{24^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{q} \rightarrow h = \tan \alpha \cdot q = \tan 24^\circ \cdot 5 \text{ cm} = \underline{2.23 \text{ cm}} \quad (1)$$

$$\sin \beta = \frac{h}{a} \rightarrow a = \frac{h}{\sin \beta} = \frac{2.23 \text{ cm}}{\sin 66^\circ} = \underline{2.44 \text{ cm}} \quad (1)$$

2. Die Höhe eines kegelförmigen, gusseisernen Stückes ( $\rho = 7'250 \text{ kg/m}^3$ ) beträgt 325 mm. Der Durchmesser der Grundfläche beträgt 255 mm. Berechnen Sie die Masse des Kegels.

Geg:  $h = 325 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $d = 255 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $\rho = 7'250 \text{ kg/m}^3$

Ges:  $m = ?$

Lösung:

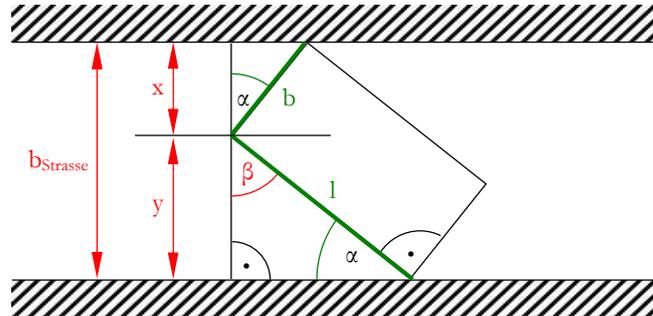
$$(1) m = V \cdot \rho$$

$$(2) V = \frac{A \cdot h}{3} = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot 3} = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{12}$$

(2) in (1):

$$m = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{12} \cdot \rho = \frac{\overbrace{(255 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 325 \cdot 10^{-3} \text{ m}}^{5.53 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}}{12} \cdot \frac{7'250 \text{ kg}}{\text{m}^3} = \underline{\underline{40.11 \text{ kg}}}$$

3. Eine rechteckige Kiste, 1,5 m breit und 3,4 m lang, blockiert eine Durchfahrt. Wie breit ist die Durchfahrt, wenn  $\alpha = 25^\circ$  ist? 2 Pkt.



Geg:  $\alpha = 25^\circ$ ,  $l = 3.4 \text{ m}$ ,  $b = 1.5 \text{ m}$

Ges:  $b_{\text{Strasse}} = ?$

Lösung:

Winkel korrekt erkannt (0.5)

$$\cos \alpha = \frac{x}{b} \rightarrow x = b \cdot \cos \alpha = 1.5 \text{ m} \cdot \cos 25^\circ = \underline{1.36 \text{ m}} \quad (0.5)$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{l} \rightarrow y = l \cdot \sin \alpha = 3.4 \text{ m} \cdot \sin 25^\circ = \underline{1.44 \text{ m}} \quad (0.5)$$

$$b_{\text{Strasse}} = x + y = 1.36 \text{ m} + 1.44 \text{ m} = \underline{\underline{2.80 \text{ m}}} \quad (0.5)$$

4. Berechnen Sie den Kotanges von  $30^\circ$ . 2 Pkt.

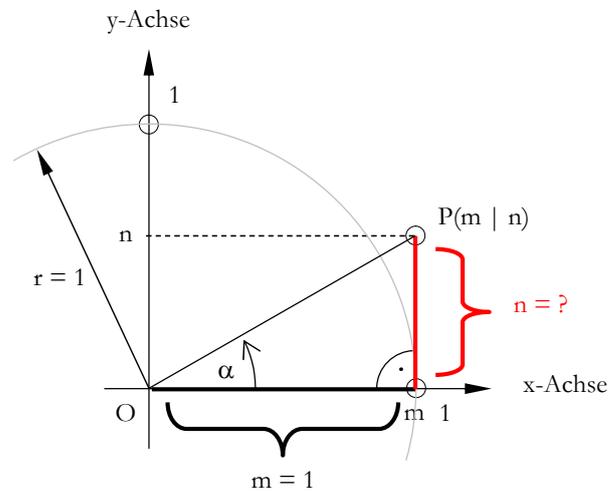
Geg:  $\alpha = 30^\circ$

Ges:  $\cot \alpha = ?$

Lösung:

$$\cot \alpha = \tan(90^\circ - \alpha) = \tan(90^\circ - 30^\circ) = \tan 60^\circ = \underline{\underline{1.73}}$$

5. a) Welche Winkelfunktion entspricht direkt der Länge von  $n$ ? 2 Pkt.  
 b) Wie gross wird  $n$ , wenn  $\alpha = 90^\circ$  ist?



Geg: Skizze

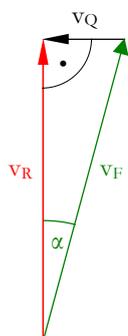
Ges: Winkelfunktion = ?,  $n_{(\alpha = 90^\circ)} = ?$

Lösung:

a)  $\underline{\underline{\tan \alpha = \frac{n}{m} = \frac{n}{1} = n}}$  (1)

b)  $\underline{\underline{n_{(\alpha=90^\circ)} = \infty}}$  (1)

6. Ein Flugzeug fliegt gegenüber der Luft mit 80 m/s. Die Flugstrecke von A nach B beträgt 500 km. Wegen Querwind muss der Pilot einen Winkel zur Flugstrecke von 14 Grad fliegen. Wie lange braucht das Flugzeug für die Flugstrecke? 3 Pkt.



Geg:  $v_F = 80 \text{ m/s}$ ,  $s = 500 \cdot 10^3 \text{ m}$ ,  $\alpha = 14^\circ$

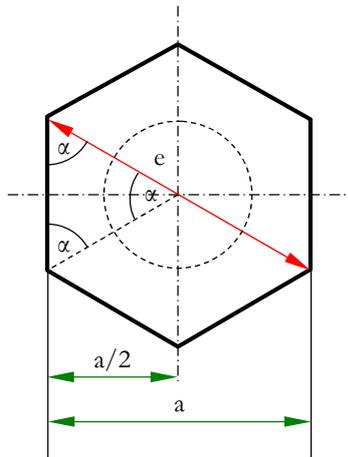
Ges:  $t = ?$

Lösung:

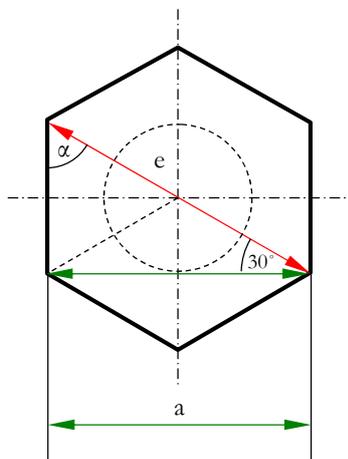
$\cos \alpha = \frac{v_R}{v_F}$  (1)  $\rightarrow v_R = \cos \alpha \cdot v_F = \cos 14^\circ \cdot 80 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 77.62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (2)

$v_R = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v_R} = \frac{500 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}}{77,62 \text{ m}} = \underline{\underline{6'441.34 \text{ s}}} = \underline{\underline{1 \text{ h } 47' 21''}}$  (3)

7. Bei einer Sechskantschraube M8 kennen Sie die Länge  $a = 13 \text{ mm}$ . Berechnen Sie die Länge  $e$ . Das Resultat ist auf 2 Stellen nach dem Komma zu runden! 3 Pkt.



oder



Geg:  $a = 13 \text{ mm}$   
 Ges:  $e = ?$

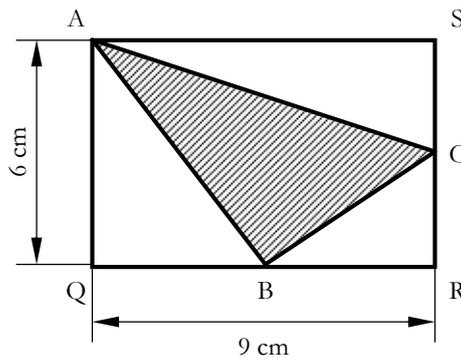
Lösung:

$$\angle \alpha = 60^\circ$$

(1)

$$\sin \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{e} = \frac{a}{2e} \rightarrow e = \frac{a}{2 \sin \alpha} = \frac{13 \text{ mm}}{2 \sin 60^\circ} = \underline{\underline{15.01 \text{ mm}}}$$

8. Berechne Umfang und Flächeninhalt des schraffierten Dreiecks, wenn das Rechteck 9 cm lang und 6 cm breit ist. Die Ecken B und C des Dreiecks liegen in den Seitenmitten des Rechtecks. 3 Pkt.



Geg:  $l = 9 \text{ cm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$   
 Ges:  $U = ?$ ,  $A = ?$

Lösung:

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 \text{ cm}^2 + 4.5^2 \text{ cm}^2} = \underline{7.5 \text{ cm}}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4.5^2 \text{ cm}^2 + 3^2 \text{ cm}^2} = \underline{5.41 \text{ cm}}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{9^2 \text{ cm}^2 + 3^2 \text{ cm}^2} = \underline{9.49 \text{ cm}}$$

$$U = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 7.5 \text{ cm} + 5.41 \text{ cm} + 9.49 \text{ cm} = \underline{\underline{22.40 \text{ cm}}} \quad (1)$$

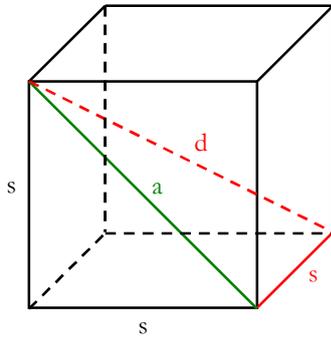
$$A_{AQB} = \frac{6 \text{ cm} \cdot 4.5 \text{ cm}}{2} = \underline{13.5 \text{ cm}^2} \quad (0.5)$$

$$A_{BRC} = \frac{4.5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{2} = \underline{6.75 \text{ cm}^2} \quad (0.5)$$

$$A_{CSA} = \frac{3 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm}}{2} = \underline{13.5 \text{ cm}^2} \quad (0.5)$$

$$A_{\text{schraffiert}} = A_{AQRS} - A_{AQB} - A_{BRC} - A_{CSA}$$

$$A_{\text{schraffiert}} = 54 \text{ cm}^2 - 13.5 \text{ cm}^2 - 6.75 \text{ cm}^2 - 13.5 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{20.25 \text{ cm}^2}} \quad (0.5)$$



9. Die Flächendiagonale eines Würfels beträgt  $a$ . Berechnen Sie die Raumdiagonale des Würfels! Das Resultat ist soweit wie möglich zu vereinfachen. 4 Pkt.

*Geg:*  $a$

*Ges:*  $d = ?$

*Lösung:*

$$a^2 = s^2 + s^2 = 2s^2 \rightarrow \text{nach } s^2 \text{ auflösen}$$

$$s^2 = \frac{a^2}{2} \quad (1)$$

$$d = \sqrt{a^2 + s^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \sqrt{\frac{2a^2 + a^2}{2}} = \sqrt{\frac{3a^2}{2}} = a \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (4)$$