

Prüfung Pythagoras und Trigonometrie

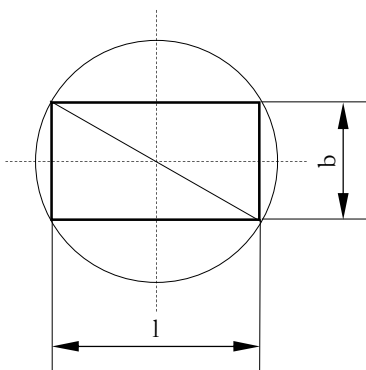
Zeit
Maximale Punktzahl
Hinweise

60 Min.

18 Pkt.

- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein!
- Es ist anzugeben was gegeben und was gesucht wird.
- Erstellen Sie Skizzen!
- Ohne Angabe ist das Resultat auf 2 Kommastellen zu runden.
- Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgabenstellung



1. Kann man aus einem kreisrunden Tischtuch mit dem Durchmesser 150 cm ein rechteckiges Tischtuch der Länge 130 cm und der Breite 85 cm schneiden? Die Antwort muss begründet werden.

2 Pkt.

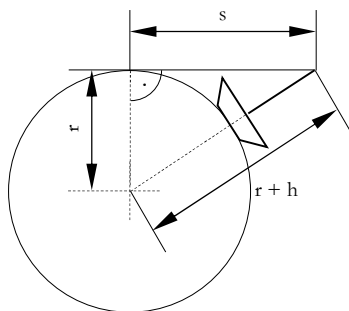
Geg: $d = 150$ cm, $l = 130$ cm, $b = 85$ cm

Ges: $d_{\text{Rechteck}} \leq d$

Lösung:

$$d_{\text{Rechteck}} = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{130^2 + 85^2} = \underline{\underline{155,3 \text{ cm}}}$$

Somit: Die Diagonale des Rechtecks ist grösser als der Durchmesser. Deshalb kann man das rechteckige Tischtuch nicht aus dem kreisrunden Tischtuch ausschneiden!



2. Die Mastspitze eines Schiffes liegt 38 m über dem Meeresspiegel. Wie weit ist sie entfernt, wenn sie hinter dem Horizont verschwindet? Rechnen Sie mit einem Erdradius von 6'370 km. Resultat auf Kilometer runden.

2 Pkt.

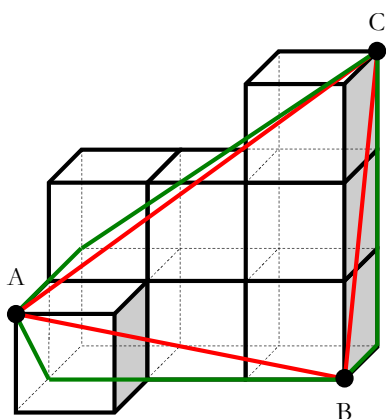
Geg: $h = 38$ m, $r = 6'370'000$ m

Ges: $s = ?$

Lösung:

$$s = \sqrt{(r+h)^2 - r^2} = \sqrt{(6'370'000 + 38)^2 - 6'370'000^2} = \underline{\underline{22'002,7 \text{ m}}}$$

Die Mastspitze ist 22 km entfernt!



3. Alle Würfel haben die Seitenlänge 1 cm.
Wie lang sind die Strecken AB, AC und BC?

3 Pkt.

Geg: Skizze und $s = 1$ cm
Ges: AB = ?, AC = ?, BC = ?

Lösung:

$$AB = \sqrt{(\sqrt{1^2 + 1^2})^2 + 3^2} = \sqrt{2 + 3^2} = \sqrt{11} = \underline{\underline{3,32 \text{ cm}}}$$

$$AC = \sqrt{(\sqrt{3^2 + 2^2})^2 + 2^2} = \sqrt{13 + 2^2} = \sqrt{17} = \underline{\underline{4,12 \text{ cm}}}$$

$$BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} = \underline{\underline{3,16 \text{ cm}}}$$

4. Wie kann man nur mit einem Massband testen, ob eine Zimmerecke tatsächlich rechtwinklig ist. (mit Hilfe des sog. Maurerdreiecks)?

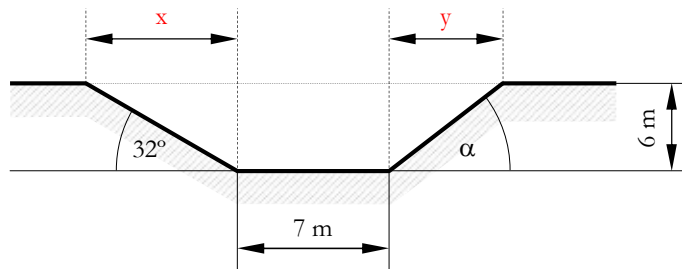
2 Pkt.

Lösung:

Man misst zum Beispiel 30 cm und 40 cm als Katheten ab. Die Hypotenuse muss dann 50 cm betragen.

5. Für die NEAT soll ein 600 m langer Geländeeinschnitt von nebenstehendem Querschnitt hergestellt werden. Insgesamt müssen $62'795 \text{ m}^3$ Erdreich fortgeschafft werden. Wie gross ist der Winkel α ?

4 Pkt.



Geg: Skizze mit Massen, $l = 600 \text{ m}$, $V = 62'795 \text{ m}^3$
Ges: $\alpha = ?$

Lösung:

$$V = A_{\text{Trapez}} \cdot l \rightarrow A_{\text{Trapez}} = \frac{V}{l} = \frac{62'795 \text{ m}^3}{600 \text{ m}} = \underline{\underline{104,66 \text{ m}^2}}$$

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{x + 7 \text{ m} + y + 7 \text{ m}}{2} \cdot 6 \text{ m} \quad (1)$$

$$\tan 32^\circ = \frac{6 \text{ m}}{x} \rightarrow x = \frac{6 \text{ m}}{\tan 32^\circ} = \underline{\underline{9,60 \text{ m}}} \quad (2)$$

$$(2) \text{ in } (1): y = \frac{2 \cdot A_{\text{Trapez}}}{6 \text{ m}} - 14 \text{ m} - x$$

$$y = \frac{2 \cdot 104,66 \text{ m}^2}{6 \text{ m}} - 14 \text{ m} - 9,60 \text{ m} = \underline{\underline{11,28 \text{ m}}}$$

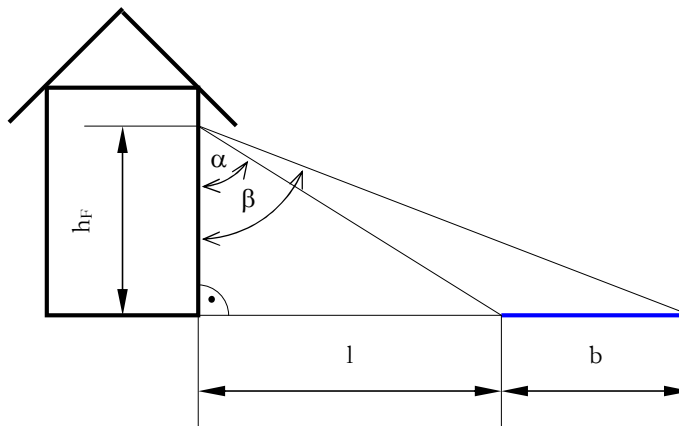
$$\text{Somit: } \tan \alpha = \frac{6 \text{ m}}{y} = \frac{6 \text{ m}}{11,28 \text{ m}} = \underline{\underline{0,53}} \rightarrow \alpha = \underline{\underline{28^\circ}}$$

6. Vom Fenster eines Hauses, das 25 m vom Ufer eines Flusses entfernt ist, erscheint das eine Ufer unter dem Senkungswinkel $\alpha = 17^\circ 20'$ und das andere Ufer unter dem Senkungswinkel $\beta = 42^\circ 15'$. Wie breit ist der Fluss? 4 Pkt.

Geg: $l = 25$ m, $\alpha = 17^\circ 20'$, $\beta = 42^\circ 15'$

Ges: $b = ?$

Lösung:



$$\tan \alpha = \frac{l}{h_F} \rightarrow h_F = \frac{l}{\tan \alpha} = \frac{25}{0,31} = \underline{80,10} \quad (1)$$

$$\tan \beta = \frac{l+b}{h_F} \rightarrow h_F = \frac{l+b}{\tan \beta} \quad (2)$$

Aus (1) und (2):

$$\frac{l}{\tan \alpha} = \frac{l+b}{\tan \beta} \rightarrow l \cdot \tan \beta = \tan \alpha \cdot (l+b)$$

$$l \cdot \tan \beta = \tan \alpha \cdot l + \tan \alpha \cdot b$$

$$l \cdot \tan \beta - \tan \alpha \cdot l = \tan \alpha \cdot b$$

$$b = \frac{l \cdot (\tan \beta - \tan \alpha)}{\tan \alpha} = \frac{25 \cdot (\tan 42,25^\circ - \tan 17,33^\circ)}{\tan 17,33^\circ} = \underline{\underline{47,76 \text{ m}}}$$

oder aus (1) und (2):

$$80,10 = \frac{l+b}{\tan \beta} \rightarrow b = 80,10 \cdot \tan \beta - l = 80,10 \cdot 0,91 - 25 = \underline{\underline{47,76 \text{ m}}}$$

7. Berechnen Sie den Kotanges von 75° .

1 Pkt.

Geg: $\alpha = 75^\circ$

Ges: $\cot \alpha = ?$

Lösung:

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\tan 75^\circ} = \underline{\underline{0,27}}$$