

Zeit, Winkel- u. Kreisberechnungen

Zeit

Maximale Punktzahl

Hinweise

70 Min.

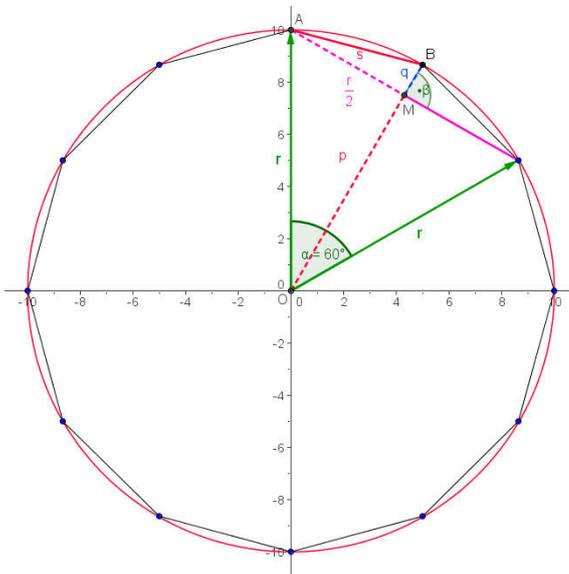
20 Pkt. für Niveau E und 16 Punkte für Niveau G

- Lösen Sie die Aufgaben auf separatem Papier!
- Es ist anzugeben was gegeben und was gesucht wird.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein!
- Das Resultat ist soweit als möglich zu vereinfachen.
- Kontrollieren Sie Ihre Resultate!
- Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgabenstellung

1. Als Hausaufgabe haben Sie die Zahl Pi anhand eines einbeschriebenen 12-Ecks (12-Eck innerhalb eines Kreises) selber hergeleitet. Der Kreisdurchmesser d beträgt 10 cm. 3 Pkt.

- a) Erstellen Sie eine saubere Skizze (muss nicht massstäblich sein)! Die Skizze wird bewertet! (Sauberkeit, Übereinstimmung der Namen in Skizze und Berechnung, etc.) 1 Pkt.



- b) Berechnen Sie die Zahl Pi, wenn angenommen wird, dass der Kreisumfang = Umfang 12-Eck ist! 1.5 Pkt.

Geg: $d = 10 \text{ cm}$ Ges: $\pi = ?$

$$p = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \sqrt{(5 \text{ cm})^2 - (2.5 \text{ cm})^2} = \underline{4.33 \text{ cm}} \quad (0.25)$$

$$q = r - p = 5 \text{ cm} - 4.33 \text{ cm} = \underline{0.67 \text{ cm}} \quad (0.25)$$

$$s = \sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 + q^2} = \sqrt{(2.5 \text{ cm})^2 + (0.67 \text{ cm})^2} = 2.59 \text{ cm} \quad (0.25)$$

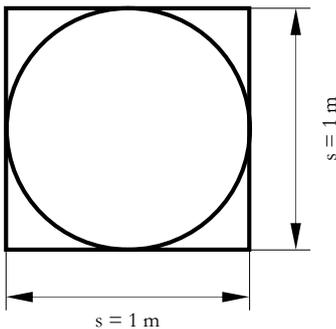
$$U = 12 \cdot s = 12 \cdot 2.59 \text{ cm} = \underline{31.0583 \text{ cm}} = 2 \cdot r \cdot \pi \quad (0.25)$$

$$\text{somit: } \pi = \frac{U}{2r} = \frac{31.0583 \text{ cm}}{2 \cdot 5 \text{ cm}} = \underline{3.1058} \quad (0.5)$$

c) Runden Sie das berechnete Pi auf 4 Nachkommastellen! 0.5 Pkt.

$$\pi = \underline{3.1058} \quad (0.5)$$

2. 2'400 Regentropfen fallen gleichmässig auf ein Quadrat mit der Seitenlänge $s = 1 \text{ m}$. 1'863 dieser Regentropfen befinden sich innerhalb des Kreises. Berechnen Sie anhand des Verhältnisses Tropfen im Quadrat zu Tropfen im Kreis die Zahl Pi. Runden Sie das Resultat auf 3 Nachkommastellen! 2 Pkt.



Geg: $A_{\square} = 2'400 \text{ Tropfen} = 1 \text{ m}^2$, $A_{\circ} = 1'863 \text{ Tropfen}$, $s = d = 1 \text{ m}$

Ges: $\pi = ?$

Lösung :

$$2'400 \text{ Tropfen} = 1 \text{ m}^2$$

$$1'863 \text{ Tropfen} = \frac{1 \text{ m}^2 \cdot 1'863 \text{ Tropfen}}{2'400 \text{ Tropfen}} = \underbrace{0.776 \text{ m}^2}_{(0.5)} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\text{somit: } \pi = \frac{4 \cdot 0.776 \text{ m}^2}{\underbrace{1^2 \text{ m}^2}_{(0.5)}} = \underline{3.105} \quad (0.5)$$

3. Um ein kreisförmiges Wasserbecken mit der Fläche 113 m^2 soll ein 1.35 m breiter Spazierweg angelegt werden. Wie hoch sind die Kosten, wenn 1 m^2 Fr. 46.20 kostet? Runden Sie das Resultat auf ganze Franken! 3 Pkt.

Geg: $A_{\text{Wasser}} = 113 \text{ m}^2$, $R - r = 1.35 \text{ m}$, $P = 46.2 \frac{\text{CHF}}{\text{m}^2}$

Ges: $K = ?$ (Gesamtkosten in CHF)

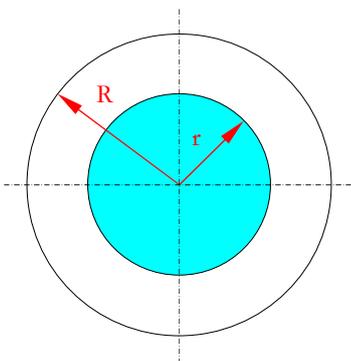
Lösung :

$$A_{\text{Wasser}} = r^2 \cdot \pi \rightarrow r = \sqrt{\frac{A_{\text{Wasser}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{113 \text{ m}^2}{\pi}} = \underline{6.00 \text{ m}} \quad (1)$$

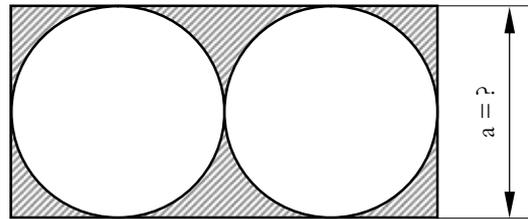
$$R = r + 1.35 \text{ m} = 6.00 \text{ m} + 1.35 \text{ m} = \underline{7.35 \text{ m}}$$

$$A_{\text{Weg}} = R^2 \cdot \pi - A_{\text{Wasser}} = 7.35^2 \text{ m}^2 \cdot \pi - 113 \text{ m}^2 = \underline{56.60 \text{ m}^2} \quad (1)$$

$$\text{somit: } K = \frac{A_{\text{Weg}} \cdot P}{\text{m}^2} = \frac{56.60 \text{ m}^2 \cdot 46.20 \text{ Fr.}}{\text{m}^2} = \underline{2'615 \text{ Fr.}} \quad (1)$$



4. Die schraffierte Fläche der Figur beträgt 96.57 cm^2 . Berechnen Sie die Länge a in cm. Das Resultat ist auf zwei Stellen zu runden. 3 Pkt.



Geg: $A = 96.57 \text{ m}^2$

Ges: $a = ?$

Lösung :

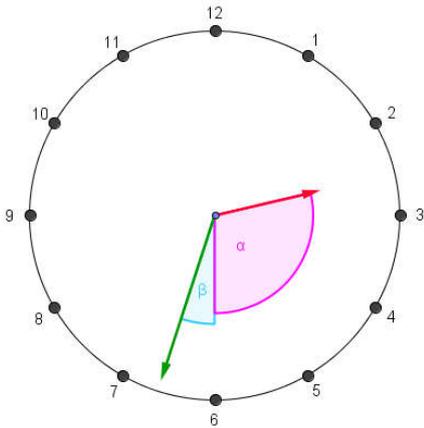
$$A = A_{\text{Rechteck}} - 2 \cdot A_{\text{Kreis}} \quad (0.5)$$

$$A = \underbrace{2a^2}_{A_{\text{Rechteck}}} - 2 \cdot \underbrace{\frac{a^2 \cdot \pi}{4}}_{A_{\text{Kreis}}} = a^2 \cdot \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) = a^2 \cdot \left(\frac{4 - \pi}{2}\right)$$

$$\text{somit: } a = \sqrt{\frac{A \cdot 2}{4 - \pi}} = \sqrt{\frac{96.57 \text{ cm}^2 \cdot 2}{4 - \pi}} = \underbrace{15.00 \text{ cm}}_{\text{korrekt gerundet?}} \quad (0.5)$$

5. Berechnen Sie die fehlenden Werte in untenstehender Tabelle! Resultate auf 4 Stellen gerundet, bzw. in Grad, Minuten und Sekunden! 3 Pkt.

Altgrad [Grad Minuten Sekunden]	Neugrade [dezimal]	Bogenmass [dezimal]
$14^\circ 23' 40''$	15.9938^g	0.2512 rad
$65^\circ 20' 24''$	72.6000^g	1.1404 rad
$160^\circ 25' 41''$	178.2535^g	2.8000 rad



6. Berechnen Sie den kleineren Winkel, den die Zeiger einer Uhr um 14.33 Uhr einschliessen. **Saubere Skizze wird bewertet!**

2 Pkt.

Geg: 14.33 Uhr

Ges: $\angle = \angle\alpha + \angle\beta = ?$

Lösung :

saubere Skizze (0.5)

$$\angle = \angle\alpha + \angle\beta$$

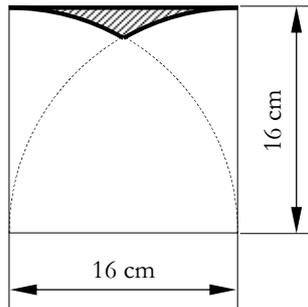
$$\angle\alpha = \frac{30^\circ}{60'} \cdot 27' + 90^\circ = \underline{103.5^\circ} \quad (0.5)$$

$$\angle\beta = \frac{360^\circ}{60'} \cdot 3' = \underline{18.0^\circ} \quad (0.5)$$

$$\text{somit: } \angle = \angle\alpha + \angle\beta = 103.5^\circ + 18.0^\circ = \underline{\underline{121.5^\circ}} \quad (0.5)$$

7. Berechnen Sie die schraffierte Fläche der folgenden Figur! Das Resultat ist in cm^2 anzugeben und auf zwei Stellen zu runden.

4 Pkt.



Tipp: Die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a berechnet sich wie folgt:

$$A = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Geg: $a = 16 \text{ cm}$

Ges: $A_{\text{schraffiert}} = ?$

Lösung :

Lsg klar ersichtlich und gut dokumentiert (z.B. mit Farben) (1)

$$A_{\text{schraffiert}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Dreieck}} - 2 \cdot A_{\text{Kreisausschnitt}} \quad (1)$$

$$A_{\text{schraffiert}} = a^2 - \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - 2 \cdot \frac{a^2 \cdot \pi}{12} = a^2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6} \right) \quad (1.5)$$

$$A_{\text{schraffiert}} = 16^2 \text{ cm}^2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6} \right) = \overline{\overline{11.11 \text{ cm}^2}} \quad (0.5)$$