

3 Zerlegen in Faktoren (Ausklammern)

3.1 Einführung

$3a + 3b$	=	$3 \cdot (a + b)$
↓		↓
Summe		Produkt

Merke:

Haben alle Summanden einer algebraischen Summe einen gemeinsamen Faktor, so kann man diesen gemeinsamen Faktor ausklammern. Die Summe wird dadurch in ein Produkt umgewandelt.

3.2 Aussondern eines gemeinsamen Faktors aus allen Gliedern zugleich

$15ab - 21bc + 9b$	=	$3b(5a - 7c + 3)$
Polynom mit 3 Gliedern		Faktoren

Beispiele:

1. $15a + 10a^2b - 5a = 10a + 10a^2b = 10a(1 + ab)$
2. $3ab - 9ac + 6ax = 3a(b - 3c + 2x)$
3. $\frac{8a}{5b} - \frac{2ax}{b} + \frac{6a}{b^2} = \frac{2a}{b} \left(\frac{4}{5} - \frac{x}{1} + \frac{3}{b} \right)$
4. $x(a - b) - y(a - b) = (a - b)(x - y)$
5. $2a(2x - y) - (2x - y) = (2x - y)(2a - 1)$
6. $m + n + x(m + n) = (m + n)(x + 1)$
7. $-a + 2x(a - b) + b = -a + b + 2x(a - b) = (a - b)(2x - 1)$

3.4 Übungen

1. $25 \cdot 11 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25$

2. $bx - b$

3. $ax - 4az + 5ay$

4. $(a + b) \cdot n + (a + b) \cdot m$

5. $(b - c) \cdot z + b - c$

6. $am + bm - cm + xm$

7. $(4a - 2b) \cdot (x + y) - (3a + 4b) \cdot (x + y)$

8. $2ax + 2ay + 3bx + 3by$

9. $(c + 3d) \cdot 4a - c - 3d$

10. $axnd - axnc + abnd - abnc$

11. $6x^3y^2 - 8x^2y^3$

12. $60a^3b^3c^2 + 70a^2b^2c^2 - 30ab^3c^3$

3.7 Rückbildung in zwei ungleiche Binome

Beispiele:

1. $1x^2$ - $7x$ + 12 = $(x-3)(x-4)$

 ↓ ↓ ↓

 Quadrat $(-3) + (-4)$ $(-3) \cdot (-4)$

 mit Koeff. 1 Summe = -7 Produkt = -12

2. $x^2 - 6x + 5 = ?$



3. $h^4 - 7h^2i - 18i^2 = ?$



4. $h^4 + 7h^2i - 18i^2 = ?$

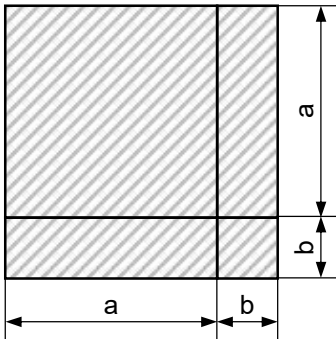


5. $y^2 - 17y + 60 = ?$



3.9 Geometrische Interpretation der binomischen Formeln

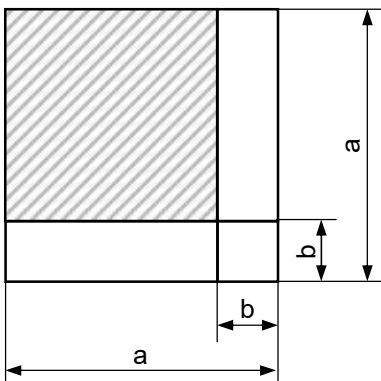
Bestimmen Sie den Flächeninhalt der schraffierten Figuren:



1. Binomische Formel



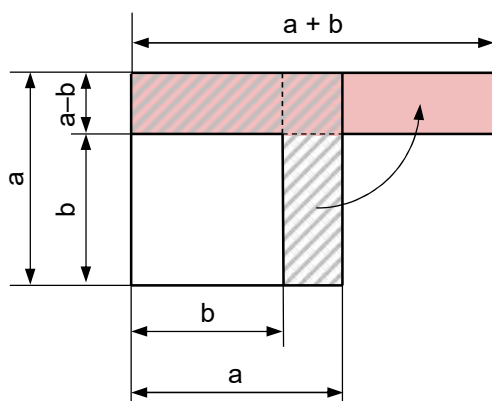
mit Symbolen: $(\Delta + \text{O})^2 = \Delta^2 + 2\Delta\text{O} + \text{O}^2$



2. Binomische Formel



mit Symbolen: $(\Delta - \text{O})^2 = \Delta^2 - 2\Delta\text{O} + \text{O}^2$



3. Binomische Formel



mit Symbolen: $(\Delta + \text{O})(\Delta - \text{O}) = \Delta^2 - \text{O}^2$

3.10 Übersicht über die verschiedenen Vorgehensweisen

1. Ausklammern eines gemeinsamen Faktors aus allen Gliedern.	$\underbrace{15ab - 6ac + 3ad}_{\text{Summe}} = 3a \underbrace{(5b - 2c + d)}_{\text{Produkt}}$
2. Ausklammern eines gemeinsamen Faktors aus Gruppen von zwei oder mehreren Gliedern (mehrfachiges Ausklammern).	$\underbrace{21ax - 6x}_{3x(7a-2)} - \underbrace{35a + 10}_{-5(7a-2)} = 3x \underbrace{(7a - 2)} - 5 \underbrace{(7a - 2)} = \underbrace{(7a - 2)}(3x - 5)$
3. Differenz zweier Quadrate (Binom). Typ: $a^2 - b^2$	$\underbrace{a^2}_{\text{Quadrat}} - \underbrace{b^2}_{\text{Quadrat}} = (a - b)(a + b)$
4. Rückbildung zum Quadrat eines Binoms. Typen: $a^2 + 2ab + b^2$ bzw. $a^2 - 2ab + b^2$	$\underbrace{4x^2}_{\text{Quadrat (Basis 2x)}} - \underbrace{28x}_{\text{doppeltes Produkt der beiden Basen } 2(2x \cdot 7)} + \underbrace{49}_{\text{Quadrat (Basis 7)}} = (2x - 7)^2$
5. Rückbildung in zwei ungleiche Binome, wenn der Faktor vor dem Quadrat 1 ist.	$\underbrace{1x^2}_{\text{Quadrat mit Faktor 1}} + \underbrace{7x}_{\text{Summe (3)+(4)}} + \underbrace{12}_{\text{Produkt (3)(4)}} = (x + 3)(x + 4)$
6. Rückbildung in zwei ungleiche Binome, wenn der Faktor vor dem Quadrat $\neq 1$ ist.	$\underbrace{10x^2}_{\text{Quadrat mit Faktor } \neq 1}} + \underbrace{19x}_{\text{Summe } 5x \cdot 3 + 2x \cdot 2}} + \underbrace{6}_{\text{Produkt } 3 \cdot 2}} = (2x + 3)(5x + 2)$
7. Rückbildung von Summen und Differenzen gleichhoher ungerader Potenzen.	$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $(a^5 - b^5) = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ $(a^7 - b^7) = (a - b)(a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$ <p>usw.</p> $(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $(a^5 + b^5) = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ $(a^7 + b^7) = (a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$ <p>usw.</p>

3.11 Übungen**Potenzieren von Summen**

1. $(y + 1)^2$

2. $(4 - v)^2$

3. $(2x + 3y)^2$

4. $(t + 1)(t - 1)$

5. $(9 + 3a)(9 - 3a)$

6. $(z^2 - 2)^2$

7. $(6m - 6n)^2$

8. $(x + 2)(x - 2)$

9. $(a + b - c)^2$

10. $(2u^2 - 3v^2)^2$

11. $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

12. $(5 + m)^2 - (3 - m)^2$

Zerlegen in Faktoren

13. $6ax + 6ay$
14. $(4a - 2b) \cdot (x + y) - (3a + 4b) \cdot (x + y)$
15. $x + y + ax + ay$
16. $3a \cdot (x - 2) - x + 2$
17. $16my - 24ny + 18y$
18. $3a^2 + 2ab + 6a + 4b$
19. $ab + 5b - ac - 5c$
20. $20ab + 4b - 5a - 1$
21. $45mn - 30m^2 + 6an - 4am$
22. $4a \cdot (x + y) + x + y$
23. $x^2 - 1$
24. $9x^3 - 36x$
25. $16a^2 + 24ab + 9b^2$
26. $2x^2 - 4x + 2$
27. $a^2 - a - 30$
28. $2ax + ay + az - 2bx - by - bz$
29. $15a^2b^2 + 25ab^3$
30. $45a^2y^2 - 63a^2y^3 + 36a^3y^2$
31. $4x^3 - 10x^2y - 24xy^2$

Kürzen

32. $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{2x + 2}$
33. $\frac{5am + 7an - 10bm - 14bn}{3a - 6b}$
34. $\frac{a^2 - b^2 + 4a + 4b}{a^2 + 2ab + b^2}$

Zerlegen in Faktoren

35. $25ab + 125ac - 75ax$

36. $7ax - 14a - 21$

37. $x^2 + ax + ab + bx$

38. $b(4n + 3m) + 4n + 3m$

39. $z(b - c) - c + b$

40. $2ax - 2ay + bx - by - cx + cy$

41. $(c + 3d)4a - c - 3d$

42. $(a - c)(15xy + 12bx) - (5bx + 10xy)(a - c)$

43. $b^4 - 16b^2$

44. $9b^3 - b$

45. $x^4 - 16$

46. $b^2 - 4b + 4$

47. $\frac{a^2 + ax}{a^2 - ax}$

48. $\frac{81a^2 - 49b^2}{63a - 49b}$

49. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4}$

50. $\frac{a^4 - 1}{a^2 - 1}$

51. $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$

52. $\frac{(x + 3)(x - 5)}{2x^2 - 18}$