

8 Logarithmieren

8.13 Übungen Frommenwiler

359. a) $3^x = 2^{x+1}$ |ln D = \mathbf{R}

$$\begin{aligned} \ln(3^x) &= \ln(2^{x+1}) && \text{|Potenzregel} \\ x \cdot \ln 3 &= (x+1) \cdot \ln 2 && \text{|TU} \\ x \cdot \ln 3 &= x \cdot \ln 2 + \ln 2 && \text{|} -x \cdot \ln 2 \\ x \cdot \ln 3 - x \cdot \ln 2 &= \ln 2 && \text{|x ausklammern} \\ x \cdot (\ln 3 - \ln 2) &= \ln 2 && \text{|:} (\ln 3 - \ln 2) \\ x &= \frac{\ln 2}{\ln 3 - \ln 2} = \underline{\underline{1.7095}} && \text{|Kontrolle mit TR} \end{aligned}$$

$$L = \{\underline{\underline{1.7095}}\}$$

c) $6^{\sqrt{y}} = 3^y$ |ln D = $\{y \in \mathbf{R} \mid y \geq 0\}$

$$\begin{aligned} \ln(6^{\sqrt{y}}) &= \ln(3^y) && \text{|Potenzregel} \\ \sqrt{y} \cdot \ln 6 &= y \cdot \ln 3 && \text{|} -\sqrt{y} \cdot \ln 6 \\ 0 &= y \cdot \ln 3 - \sqrt{y} \cdot \ln 6 && \text{|} \sqrt{y} \text{ ausklammern} \\ 0 &= \sqrt{y} \cdot (\sqrt{y} \cdot \ln 3 - \ln 6) && \text{|2 Lösungen} \\ \sqrt{y_1} &= 0 && \\ y_1 &= \underline{\underline{0}} && \text{Kontrolle } \underline{\underline{6^{\frac{\sqrt{0}}{1}}} = \underline{\underline{3^{\frac{0}{1}}}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{y_2} \cdot \ln 3 - \ln 6 &= 0 \\ \sqrt{y_2} \cdot \ln 3 &= \ln 6 \\ y_2 &= \left(\frac{\ln 6}{\ln 3}\right)^2 = \underline{\underline{2.6599}} && \text{|Kontrolle mit TR} \end{aligned}$$

$$L = \{\underline{\underline{0; 2.6599}}\}$$

$$d) \left(\frac{1}{5}\right)^{3m-1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{2-m} \quad |TU \quad D = \mathbf{R}$$

$$\left[(5^{-1})^3\right]^m \cdot (5^{-1})^{-1} = (7^{-1})^2 \cdot (7^{-1})^{-m}$$

$$\frac{(5^{-3})^m}{(7^{-1})^{-m}} = \frac{7^{-2}}{5}$$

$$(5^{-3})^m \cdot (7^{-1})^m = \frac{1}{7^2 \cdot 5}$$

$$\left(\frac{1}{5^3 \cdot 7}\right)^m = \frac{1}{7^2 \cdot 5} \quad | \ln$$

$$m \cdot \ln\left(\frac{1}{875}\right) = \ln\left(\frac{1}{245}\right)$$

$$-m \cdot \ln 875 = -\ln 245$$

$$m = \frac{-\ln 245}{-\ln 875} = \frac{\ln 245}{\ln 875} = \underline{0.8121} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \{\underline{0.8121}\}$$

$$f) e^{2t} = 2^{t+e} \quad | \ln \quad D = \mathbf{R}$$

$$\ln(e^{2t}) = \ln(2^{t+e}) \quad | \text{Potenzregel}$$

$$2t \cdot \ln(e) = (t+e) \cdot \ln 2 \quad | TU$$

$$2t = t \cdot \ln 2 + e \cdot \ln 2 \quad | -t \cdot \ln 2$$

$$2t - t \cdot \ln 2 = e \cdot \ln 2 \quad | t \text{ ausklammern}$$

$$t \cdot (2 - \ln 2) = e \cdot \ln 2 \quad | : (2 - \ln 2)$$

$$t = \frac{e \cdot \ln 2}{2 - \ln 2} = \underline{1.4418} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \{\underline{1.4418}\}$$

360. a) $2 \cdot 3^{y+1} = 10^y$ D = R

$$2 \cdot 3 \cdot 3^y = 10^y \quad | : 3^y$$

$$6 = \left(\frac{10}{3}\right)^y \quad | \ln$$

$$\ln 6 = y \cdot \ln\left(\frac{10}{3}\right) \quad | : \ln\left(\frac{10}{3}\right)$$

$$y = \frac{\ln 6}{\ln\left(\frac{10}{3}\right)} = \frac{\ln 6}{\ln 10 - \ln 3} = \underline{1.4882} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \{\underline{1.4882}\}$$

b) $5^{u+1} = 4^u \cdot 6^{2u}$ D = R

$$5^u \cdot 5 = 4^u \cdot (6^2)^u \quad | : 5^u$$

$$5 = \left(\frac{4 \cdot 6^2}{5}\right)^u \quad | \ln$$

$$\ln 5 = u \cdot \ln\left(\frac{144}{5}\right) \quad | : \ln\left(\frac{144}{5}\right)$$

$$u = \frac{\ln 5}{\ln\left(\frac{144}{5}\right)} = \frac{\ln 5}{\ln 144 - \ln 5} = \underline{0.4789} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \{\underline{0.4789}\}$$

c) $5^{2k+1} = 10 \cdot 4^{2k-1}$ D = R

$$5^{2k} \cdot 5 = 10 \cdot 4^{2k} \cdot 4^{-1} \quad | \text{alle Terme mit k auf eine Seite}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{2k} = \frac{10 \cdot 4^{-1}}{5} = \frac{10}{5 \cdot 4} = \frac{1}{2} = 2^{-1} \quad | \ln$$

$$\ln\left[\left(\frac{5}{4}\right)^{2k}\right] = \ln(2^{-1}) \quad | \text{Potenzregel}$$

$$2k \cdot \ln\left(\frac{5}{4}\right) = -\ln 2 \quad | k \text{ isolieren}$$

$$k = \frac{-\ln 2}{2 \cdot \ln\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\ln 2}{-2 \cdot \ln\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\ln 2}{\ln\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]} = \underline{\underline{-1.5531}} \quad \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{-1.5531\}}}$$

d) $12^x + 4 \cdot 3^{4-x} = 0$ | -12^x $D = \mathbb{R}$

$$4 \cdot 3^{4-x} = -12^x \quad \quad \quad | \ln$$

$$\ln(4 \cdot 3^{4-x}) = \ln \underbrace{(-12^x)}_{\substack{\text{negativer Numerus} \\ \text{ist nicht definiert} \\ e^{\text{Zahl}} \neq -12^x}}$$

$$L = \underline{\underline{\{ \}}}$$

361. a) $2^{x+1} = \underbrace{3^x + 3^{x-1}}_{\substack{\text{Summe in} \\ \text{Produkt umformen}}}$ | 3^x ausklammern $D = \mathbb{R}$

$$2^x \cdot 2 = 3^x \underbrace{(1 + 3^{-1})}_{\frac{2}{3}} \quad \quad \quad | x \text{ isolieren}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 \quad \quad \quad | \text{gleiche Basis} \rightarrow \text{Exponenten auch gleich}$$

$$x = \underline{1} \quad \quad \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{1\}}}$$

b) $6^t + 7^t = 7^{t+2}$ | -7^t $D = \mathbb{R}$
gleiche Basis ausnutzen \rightarrow Produkt

$$6^t = 7^{t+2} - 7^t = 7^t \cdot \underbrace{(7^2 - 1)}_{48} \quad \quad \quad | : (7^2 - 1)$$

$$\left(\frac{6}{7}\right)^t = 48 \quad \quad \quad | \ln$$

$$\ln\left[\left(\frac{6}{7}\right)^t\right] = \ln 48 \quad | \text{Potenzregel}$$

$$t \cdot \ln\left(\frac{6}{7}\right) = \ln 48 \quad | : \ln\left(\frac{6}{7}\right)$$

$$t = \frac{\ln 48}{\ln\left(\frac{6}{7}\right)} = \frac{\ln 48}{\ln 6 - \ln 7} = \underline{\underline{-25.1131}} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{-25.1131\}}}$$

c) $\underbrace{3^{n+3} - 5^{n+2} = 3^n - 5^{n+3}}_{\substack{\text{gleiche Basis} \\ \text{ausnutzen} \rightarrow \text{Produkt}}} \quad | \text{TU} \quad D = \mathbb{R}$

$$3^{n+3} - 3^n = 5^{n+2} - 5^{n+3} \quad | \text{faktorisieren}$$

$$3^n \cdot (3^3 - 1) = 5^n \cdot (5^2 - 5^3) \quad | : 5^n \quad | : (3^3 - 1)$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^n = \frac{5^2 - 5^3}{3^3 - 1} = \frac{-100}{26} = -\frac{50}{13} \quad | \ln$$

$$n \cdot \ln\left(\frac{3}{5}\right) = \ln\left(-\frac{50}{13}\right)$$

negativer Numerus
ist nicht definiert
 $e^{\text{Zahl}} \neq \frac{50}{13}$

$$L = \underline{\underline{\{ \}}}$$

d) $2 \cdot 5^{p-2} + 2^p = 12 \cdot 5^{p-3} + 3 \cdot 2^{p-3} \quad | \text{ordnen} \quad D = \mathbb{R}$

$$2^p - 3 \cdot 2^{p-3} = 12 \cdot 5^{p-3} - 2 \cdot 5^{p-2} \quad | \text{faktorisieren}$$

$$2^p \cdot \underbrace{(1 - 3 \cdot 2^{-3})}_{\frac{5}{8}} = 5^p \cdot \underbrace{(12 \cdot 5^{-3} - 2 \cdot 5^{-2})}_{\frac{2}{125}} \quad | : 5^p \quad | : \frac{5}{8}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^p = \frac{2}{125} \cdot \frac{8}{5} = \frac{2 \cdot 2^3}{5^3 \cdot 5} = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \quad | \text{Exponenten gleichsetzen}$$

$$p = 4 \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{4\}}}$$

362. b) $3^{2t+1} = 50 + 3^{2t-1}$ | ordnen $D = \mathbb{R}$

$$3^{2t+1} - 3^{2t-1} = 50 \quad | \text{faktorisieren}$$

$$3^{2t} \cdot \underbrace{(3 - 3^{-1})}_{\frac{8}{3}} = 50 \quad | \cdot \frac{8}{3}$$

$$(3^2)^t = \frac{50 \cdot 3}{8} = \frac{75}{4} \quad | \ln$$

$$t \cdot \ln 9 = \ln\left(\frac{75}{4}\right) \quad | : \ln 9$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{75}{4}\right)}{\ln 9} = \frac{\ln 75 - \ln 4}{\ln 9} = \underline{\underline{1.3340}} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \{\underline{\underline{1.3340}}\}$$

c) $\underbrace{e^x + e^{x+1} + e^{x+2}}_{\substack{\text{gleiche Basis} \\ \text{ausnutzen} \rightarrow \text{Produkt}}} = 1$ | faktorisieren $D = \mathbb{R}$

$$e^x \cdot (1 + e^1 + e^2) = 1 \quad | : (1 + e^1 + e^2)$$

$$e^x = \frac{1}{1 + e^1 + e^2} = (1 + e^1 + e^2)^{-1} \quad | \ln$$

$$x \cdot \underbrace{\ln e}_1 = \underbrace{-\ln(1 + e^1 + e^2)}_{-2.4076} = \underline{\underline{-2.4076}} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \{\underline{\underline{-2.4076}}\}$$

d) $2 \cdot 7^{y+2} - 3 \cdot 7^y + 5 \cdot 7^{y+1} = 13$ | ordnen $D = \mathbb{R}$

$$7^y \cdot (2 \cdot 7^2 - 3 + 5 \cdot 7) = 13$$

$$7^y = \frac{13}{2 \cdot 7^2 - 3 + 5 \cdot 7} = \frac{13}{130} = \frac{1}{10} \quad | \lg$$

$$y \cdot \lg 7 = \underbrace{\lg(10^{-1})}_{-1}$$

$$y = \frac{-1}{\lg 7} = \underline{\underline{-1.18}} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \{\underline{\underline{-1.18}}\}$$

$$363. \text{ a) } 3^x + 3^{2x} = 20 \quad \left| \text{sei } u = 3^x \quad D = \mathbf{R} \right.$$

$$\begin{aligned} 3^x + (3^x)^2 - 20 &= 0 & \left| \text{Substitution} \right. \\ u^2 + u - 20 &= 0 & \left| \text{faktorisieren} \right. \\ (u+5) \cdot (u-4) &= 0 & u_1 = -5 \quad \vee \quad u_2 = 4 \end{aligned}$$

Rücksubstitution:

$$\text{mit } u_1: \quad -5 = 3^x \quad \text{unmöglich, da 3 positiv ist!}$$

$$\text{mit } u_2: \quad 4 = 3^x \\ \ln 4 = x \cdot \ln 3$$

$$x = \frac{\ln 4}{\ln 3} = \underline{1.2619} \quad \left| \text{Kontrolle mit TR} \right.$$

$$L = \{ \underline{1.2619} \}$$

$$\text{c) } 4^v - 2^{v+4} = 60 \quad D = \mathbf{R}$$

$$\begin{aligned} (2^2)^v - 2^v \cdot \underbrace{2^4}_{16} &= 60 \\ (2^v)^2 - 16 \cdot 2^v - 60 &= 0 & \left| \text{sei } u = 2^v \right. \\ u^2 - 16u - 60 &= 0 & \left| \text{mit ABC-Formel lösen} \right. \\ u_1 = \underline{-2(\sqrt{31}-4)} \quad \vee \quad u_2 = \underline{2(\sqrt{31}+4)} \end{aligned}$$

Rücksubstitution:

$$\text{mit } u_1: \quad \underbrace{-2(\sqrt{31}-4)}_{\text{negativ}} = \underbrace{2^v}_{\text{positiv}} \quad \text{unmöglich, da } 2^v \text{ positiv ist!}$$

$$\begin{aligned} \text{mit } u_2: \quad 2(\sqrt{31}+4) &= 2^v \\ \sqrt{31}+4 &= 2^{v-1} \\ \ln(\sqrt{31}+4) &= (v-1) \cdot \ln 2 = v \cdot \ln 2 - \ln 2 \\ \ln(\sqrt{31}+4) + \ln 2 &= v \cdot \ln 2 \end{aligned}$$

$$v = \frac{\ln(2 \cdot \sqrt{31} + 8)}{\ln 2} = \underline{4.2582} \quad \left| \text{Kontrolle mit TR} \right.$$

$$L = \{ \underline{4.2582} \}$$

$$e) \quad 5 \cdot 2^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 10 \quad D = \mathbb{R}$$

$$5 \cdot 2^x + 3 \cdot (2^{-1})^x = 10 \quad | \text{Potenz wird potenziert...}$$

$$5 \cdot 2^x + 3 \cdot (2^x)^{-1} = 10 \quad | \text{sei } u = 2^x$$

$$5 \cdot u + 3 \cdot u^{-1} - 10 = 0 \quad | \cdot u$$

$$5 \cdot u^2 - 10u + 3 = 0 \quad | \text{mit ABC-Formel lösen}$$

$$u_1 = \frac{-\sqrt{10} + 5}{5} = \underline{0.3675} \quad \vee \quad u_2 = \frac{\sqrt{10} + 5}{5} = \underline{1.6325}$$

Rücksubstitution:

$$\text{mit } u_1: \quad 0.3675 = 2^x$$

$$\ln 0.3675 = x \cdot \ln 2$$

$$x = \frac{\ln 0.3675}{\ln 2} = \underline{-1.4440} \quad (w) \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$\text{mit } u_2: \quad 1.6325 = 2^x$$

$$\ln 1.6325 = x \cdot \ln 2$$

$$x = \frac{\ln 1.6325}{\ln 2} = \underline{0.7070} \quad (w) \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \underline{\underline{\{-1.4440; 0.7070\}}}$$

$$364. \quad a) \quad a^x = b^{x+n} \quad | \ln, \text{ Potenzregel} \quad D = \mathbb{R}$$

$$x \cdot \ln a = (x+n) \cdot \ln b \quad | \text{ausmultiplizieren}$$

$$x \cdot \ln a = x \cdot \ln b + n \cdot \ln b \quad | -x \cdot \ln b$$

$$x \cdot \ln a - x \cdot \ln b = n \cdot \ln b \quad | x \text{ ausklammern}$$

$$x \cdot (\ln a - \ln b) = n \cdot \ln b \quad | :(\ln a - \ln b)$$

$$x = \frac{n \cdot \ln b}{\ln a - \ln b} = \frac{\ln(b^n)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}$$

$$L = \underline{\underline{\left\{ x \mid x = \frac{n \cdot \ln b}{\ln a - \ln b} \right\}}}$$

$$\text{b) } m^x = a \cdot n^{2x} \quad | \ln \quad D = \mathbf{R}$$

$$\begin{aligned} x \cdot \ln(m) &= \ln(a) + x \cdot \ln(n^2) && | -x \cdot \ln(n^2) \\ x \cdot \ln(m) - x \cdot \ln(n^2) &= \ln(a) && | x \text{ ausklammern} \\ x \cdot [\ln(m) - \ln(n^2)] &= \ln(a) && | : [\ln(m) - \ln(n^2)] \\ x &= \frac{\ln(a)}{\ln(m) - \ln(n^2)} = \frac{\ln(a)}{\ln(m) - \underbrace{2 \cdot \ln(n)}_{+\ln(n^2)}} = \frac{\ln(a)}{\ln(m) + \ln(n^2)} = \frac{\ln(a)}{\ln\left(\frac{m}{n^2}\right)} \end{aligned}$$

$$L = \left\{ x \mid x = \frac{\ln(a)}{\ln(m) - 2 \cdot \ln(n)} \right\}$$

$$\text{c) } a^{x+1} - a^{x-1} = b^x \quad | a^x \text{ ausklammern } D = \mathbf{R}$$

$$\begin{aligned} a^x \cdot (a - a^{-1}) &= b^x && | : b^x \quad | : (a - a^{-1}) \\ \left(\frac{a}{b}\right)^x &= \frac{1}{a - a^{-1}} = \frac{a}{a^2 - 1} && | \ln \\ x \cdot \ln\left(\frac{a}{b}\right) &= \ln\left(\frac{a}{a^2 - 1}\right) && | : \ln\left(\frac{a}{b}\right) \\ x &= \frac{\ln\left(\frac{a}{a^2 - 1}\right)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{\ln a - \ln(a^2 - 1)}{\ln a - \ln b} \end{aligned}$$

$$L = \left\{ x \mid x = \frac{\ln a - \ln(a^2 - 1)}{\ln a - \ln b} \right\}$$

$$d) \quad u^x + u^{x+1} + u^{x+2} = 1 \quad | u^x \text{ ausklammern } D = \mathbf{R}$$

$$u^x \cdot (1 + u^1 + u^2) = 1 \quad | : (1 + u^1 + u^2)$$

$$u^x = \frac{1}{u^2 + u + 1} = (u^2 + u + 1)^{-1} \quad | \ln$$

$$x \cdot \ln u = -\ln(u^2 + u + 1) \quad | : \ln u$$

$$x = \frac{-\ln(u^2 + u + 1)}{\ln u} \quad | \text{Kontrolle mit TR}$$

$$L = \left\{ x \mid x = -\frac{\ln(u^2 + u + 1)}{\ln u} \right\}$$

366. Geg: $F = \frac{G}{\eta \cdot 2^n}$; $G = 10 \cdot F$; $\eta = 0.6$

Ges: $n = ?$ (Anzahl Rollen)

Lösung:

$$2^n = \frac{G}{\eta \cdot F} = \frac{10 \cdot F}{0.6 \cdot F} = \frac{50}{3} \quad | \ln \text{ oder Grundgesetz}$$

$$n \cdot \ln 2 = \ln 50 - \ln 3 \quad | : \ln 2$$

$$n = \frac{\ln 50 - \ln 3}{\ln 2} = \underline{4.06}$$

Es werden mindestens 5 Rollen benötigt! (4 Rollen reichen nicht!)

368. Geg: $p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}}$; $H = 8005 \text{ m}$; $p = 0.36 \text{ bar}$; $p_0 = 0.97 \text{ bar}$

Ges: a) $h = ?$

b) $h = ?$, wenn $p(h) = \frac{p_0}{2}$

Lösung:

$$\text{a) } \frac{p(h)}{p_0} = e^{-\frac{h}{H}} \quad || \ln$$

$$\ln \left[\frac{p(h)}{p_0} \right] = -\frac{h}{H} \cdot \underbrace{\ln e}_{\downarrow 1} = -\frac{h}{H} \quad | \cdot (-H)$$

$$h = -H \cdot \ln \left[\frac{p(h)}{p_0} \right] = -8005 \text{ m} \cdot \ln \left(\frac{0.36 \text{ bar}}{0.97 \text{ bar}} \right) = \underline{\underline{7934.49 \text{ m}}}$$

Das Flugzeug fliegt auf einer Höhe von 7934.5 m.

$$\text{b) } h = -H \cdot \ln \left[\frac{p(h)}{p_0} \right] = -8005 \text{ m} \cdot \ln \left(\frac{1}{2} \right) = \underline{\underline{5548.64 \text{ m}}}$$

Auf 5548.6 m ist der Luftdruck halb so gross wie auf Meereshöhe.

369. Geg: $U(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$; $U(t) = 0.8 \cdot U_0$; $R = 400 \text{ M}\Omega$; $C = 0.30 \text{ }\mu\text{F}$

Ges: a) $t = ?$

b) Formel nach t auflösen

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{U(t)}{U_0} &= 1 - e^{-\frac{t}{RC}} && \left| +e^{-\frac{t}{RC}} \right. && \left| -\frac{U(t)}{U_0} \right. \\ e^{-\frac{t}{RC}} &= 1 - \frac{U(t)}{U_0} && \left| \ln \right. && \\ \frac{-t}{R \cdot C} \cdot \underbrace{\ln e}_1 &= \ln \left[1 - \frac{U(t)}{U_0} \right] && \left| \cdot (-RC) \right. && \\ t &= \underline{\underline{-R \cdot C \cdot \ln \left[1 - \frac{U(t)}{U_0} \right]}} && && \end{aligned}$$

$$\text{b) } t = -R \cdot C \cdot \ln \left[1 - \frac{U(t)}{U_0} \right] = -400 \text{ M}\Omega \cdot 0.30 \text{ }\mu\text{F} \cdot \ln \left(1 - \frac{0.8 \cdot U_0}{U_0} \right) = \underline{\underline{193.13 \text{ s}}}$$

Nach 193 s ist die Spannung auf 80 % ihres Endwertes von U_0 angewachsen.

370. Geg: $y = f(x) = \frac{a}{2} \cdot \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$; $a = 1.2 \text{ m}$; $h = 0.4 \text{ m}$; $B \left(x \left| \begin{array}{l} a+h \\ y=f(x)=1.6 \text{ m} \end{array} \right. \right)$

Ges: $\overline{AB} = 2 \cdot x = ?$

Lösung:

$$y = f(x) = \frac{a}{2} \cdot \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = \underline{a+h}_{1.6}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = 1.6 \quad \left| \cdot \frac{2}{a} \right.$$

$$e^{\frac{x}{a}} + \frac{1}{e^{\frac{x}{a}}} = \frac{3.2}{a} \quad \left| \text{sei } u = e^{\frac{x}{a}} \right.$$

$$u + \frac{1}{u} - \frac{3.2}{\underline{a}_{1.2}} = 0 \quad \left| \cdot u \right.$$

$$u^2 - \frac{8}{3}u + 1 = 0 \quad \left| \text{mit TR berechnen} \right.$$

$$u_1 = \frac{-\sqrt{7} + 4}{3} \quad \vee \quad u_2 = \frac{\sqrt{7} + 4}{3}$$

Rücksubstitution:

mit u_1 : $\frac{-\sqrt{7} + 4}{3} = e^{\frac{x}{a}}$

$$\ln \left(\frac{-\sqrt{7} + 4}{3} \right) = \frac{x}{a} \cdot \underbrace{\ln e}_1$$

$$x = a \cdot \ln \left(\frac{-\sqrt{7} + 4}{3} \right) = 1.2 \text{ m} \cdot \ln \left(\frac{-\sqrt{7} + 4}{3} \right) = \underline{-0.95 \text{ m}} \quad (\text{unmöglich, } x \geq 0)$$

mit u_2 : $\frac{\sqrt{7} + 4}{3} = e^{\frac{x}{a}}$

$$\ln \left(\frac{\sqrt{7} + 4}{3} \right) = \frac{x}{a} \cdot \underbrace{\ln e}_1$$

$$x = a \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{7} + 4}{3} \right) = 1.2 \text{ m} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{7} + 4}{3} \right) = \underline{0.95 \text{ m}}$$

somit: $\overline{AB} = 2x = 2 \cdot 0.95 \text{ m} = \underline{1.91 \text{ m}} \rightarrow$ Der Abstand \overline{AB} beträgt 1.91 m.