

Logarithmen 2013, GSBM

- Prüfungsdauer ■ 70 Minuten
- Hilfsmittel ■ Formelsammlung, Taschenrechner **ohne CAS!**
- Bedingungen ■ Dokumentieren Sie den Lösungsweg sauber.
 ■ Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein.
 ■ Das Resultat ist so weit als möglich zu vereinfachen.
 ■ **Kontrollieren Sie Ihre Resultate!**
 ■ Falls der freie Platz bei den Aufgaben nicht ausreicht, benutzen Sie bitte Zusatzblätter. Versehen Sie die Aufgaben-
 seite mit einem Hinweis wie «Fortsetzung auf Zusatzblatt».

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Name und Vorname

Bewertungsübersicht

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Darstellung
Punkte	1.5	2	1.5	2	2.5	1	2	3	0.5

Gesamtpunkte
16

Note

Aufgabe 1**1.5 Punkte**

Zerlegen Sie den Term mit Hilfe der Logarithmengesetze.

a. $\lg \sqrt[n^3]{} = ?$ $n > 0$

Lösung:

$$\lg \left(n^{\frac{3}{2}} \right) = \underbrace{\frac{3}{2}}_{(0.5)} \cdot \lg n$$

a.	0.5
b.	0.5
	0.5
Total 1.5	

b. $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = ?$ $x > 0$

Lösung:

$$\lg \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = \lg \left(x^{-\frac{1}{3}} \right) = \underbrace{-\frac{1}{3}}_{(0.5)} \cdot \lg x$$

oder

$$\underbrace{\lg 1 - \lg \left(x^{\frac{1}{3}} \right)}_{(0.5)} = 0 - \frac{1}{3} \cdot \lg x = \underbrace{-\frac{1}{3}}_{(0.5)} \cdot \lg x$$

Aufgabe 2**2 Punkte**Fassen Sie zu einem einzigen Logarithmusterm zusammen. **Alle Numeri > 0.**

$$a. \quad 3 \cdot \lg a - 2 \cdot \lg \frac{1}{a} = ?$$

Lösung:

$$\underbrace{\lg a^3 - \lg \left[\left(\frac{1}{a} \right)^2 \right]}_{(0.5)} = \lg \frac{a^3}{\frac{1}{a^2}} = \underbrace{\lg(a^5)}_{(0.5)}$$

$$b. \quad 3 + 2 \lg 2 = ?$$

Lösung:

$$\lg x = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 10^3 = x$$

$$\underbrace{\lg(10^3)}_{(0.5)} + \lg(2^2) = \lg(10^3 \cdot 4) = \underbrace{\lg 4000}_{(0.5)}$$

a.	0.5
	0.5
b.	0.5
	0.5
Total 2	

Aufgabe 3**1.5 Punkte**Vereinfachen Sie **ohne Taschenrechner** so weit als möglich. **Lösungsweg dokumentieren!**

a. $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}} = ?$

Lösung:

$$\ln \frac{e}{e^{\frac{1}{3}}} = \ln \left(e^{1 - \frac{1}{3}} \right) = \ln \left(e^{\frac{2}{3}} \right) = \frac{2}{3}$$

(0.5) (0.5)

b. $10^{-\lg 3} = ?$

Lösung:

$$10^{\lg(3^{-1})} = \underline{\underline{3^{-1}}} = \frac{1}{3}$$

(0.5)

a.	0.5
	0.5
b.	0.5
Total 1.5	

Aufgabe 4**2 Punkte**Berechnen Sie **ohne Taschenrechner**. Lösungsweg dokumentieren!

a. $\lg 7 + \lg \frac{1}{7} = ?$

Lösung:

$$\lg \left(7 \cdot \frac{1}{7} \right) = \underbrace{\lg 1}_{(0.5)} = \underbrace{0}_{(0.5)}$$

b. $\log_3 \left(\frac{1}{9} \right) = ?$

Lösung:

$$\underbrace{\log_3 \left(\frac{1}{3^2} \right)}_{(0.5)} = \log_3 (3^{-2}) = \underbrace{-2}_{(0.5)}$$

a.	0.5
	0.5
b.	0.5
	0.5

Total 2

Aufgabe 5

2.5 Punkte

Bestimmen Sie den Definitionsbereich für folgende Terme T. $G = \mathbb{R}$.

a. $T(x) = \lg \sqrt{2x-1}$

Lösung:

Radikand $\geq 0 \wedge$ Numerus $> 0 \rightarrow 2x-1 > 0$

$$\underbrace{2x-1 > 0}_{(0.5)} \rightarrow 2x > 1 \rightarrow x > \frac{1}{2} \rightarrow D = \underbrace{\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{1}{2} \right\}}_{(0.5)}$$

b. $T(x) = \lg(x^2 + x)$

Lösung:

$x^2 + x > 0$ |faktorisieren
 $x(x+1) > 0$

1. Fall: $(+) \cdot (+) > 0$ \checkmark
 $x > 0 \wedge x > -1$ \checkmark
 $\underbrace{x > 0}_{(0.5)}$

2. Fall: $(-) \cdot (-) > 0$
 $x < 0 \wedge x < -1$
 $\underbrace{x < -1}_{(0.5)}$

somit: $D = \underbrace{\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \overset{(0.25)}{\vee} x < -1 \right\}}_{(0.25)}$

a.	0.5
	0.5
b.	0.5
	0.5
	0.25
	0.25
Total 2.5	

Aufgabe 6**1 Punkt**Bestimmen Sie die Basis b .

$$\log_b \left(\frac{1}{25} \right) = 2$$

$$b > 0, b \neq 1$$

0.5
0.5
Total 1

Lösung:

$$\log_b \left(\frac{1}{25} \right) = 2 \Leftrightarrow \underbrace{b^2 = \frac{1}{25} = \frac{1}{5^2}}_{(0.5)} \quad | \text{Definition}$$

$$b = \sqrt{\frac{1}{5^2}} = \frac{1}{\underline{\underline{5}}} \quad (0.5)$$

Aufgabe 7**2 Punkte**Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Lösungsmenge der Gleichung ($G = \mathbb{R}$).
Runden Sie das Resultat auf 4 Kommastellen.

$$e^{2x-3} = 5$$

Lösung:

$$D = \mathbb{R}$$

(0.25)

$$\ln(e^{2x-3}) = \ln 5$$

$$(2x-3) \cdot \underbrace{\ln e}_1 = \ln 5$$

(0.5)

$$2x - 3 = \ln 5$$

(0.5)

$$2x = \ln 5 + 3$$

$$x = \frac{\ln 5 + 3}{2} = \underline{\underline{2.3047}}$$

(0.5)

$$\text{Probe: } \underbrace{e^{2 \cdot 2.3047 - 3}} = 5 \quad (\text{w})$$

$$\text{somit: } L = \{ \underline{\underline{2.3047}} \}$$

(0.25)

0.25
0.5
0.5
0.5
0.25
Total 2

Aufgabe 8

3 Punkte

Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Lösungsmenge der Gleichung ($G = \mathbb{R}$).

$$\ln y + \ln(y + 4) = 2 \cdot \ln(y + 1)$$

Lösung:

$$y > 0 \wedge y > -4 \wedge y > -1 \rightarrow D = \{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\} \quad (0.5)$$

$$\ln y + \ln(y + 4) = 2 \cdot \ln(y + 1) \quad | \text{Produkt- u. Potenzregel} \quad (0.5)$$

$$\ln(y^2 + 4y) = \ln[(y + 1)^2] \quad | \text{Numeri gleichsetzen} \quad (0.5)$$

$$y^2 + 4y = y^2 + 2y + 1 \quad | -y^2 - 2y \quad (0.5)$$

$$2y = 1$$

$$y = \frac{1}{2} \quad (0.5)$$

$$\text{Probe: } \underbrace{\ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(\frac{1}{2} + 4\right)}_{0.8109} = \underbrace{2 \cdot \ln\left(\frac{1}{2} + 1\right)}_{0.8109} \quad (w) \quad (0.5)$$

$$\text{somit: } L = \underline{\underline{\left\{\frac{1}{2}\right\}}} \quad (0.5)$$

0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5

Total 3